2026

المعاصر

إعداد نخبة من خبراء التعليم



الكتاب الأساسى

- الجبر والإحصاء
- حساب المثلثات والهندسة

الصف الثالث الإعدادى

الفصل الدراسى الأول

الرياضيات

تطبيق المعاصر التفاعلى

المعاصر

إعداد نخبة من خبراء التعليم



الكتاب الأساسى

- الجبر والإحصاء
- حساب المثلثات والهندسة

الصف الثالث الإعدادى

الفصل الدراسى الأول

الرياضيات

GPS

مكتبة الطلبة
للطبع والنشر والتوزيع
٣ شارع كامل صدقى - الفجالة
تليفون: ٢٥٩٠٢٩٩٧ - ٢٥٩٣٧٧٩١ - ٢٥٩٣٤٠١٢ /٠٢
www.gpseducation.com
الخط الساخن
١٥٠١٤

بسم الله الرحمن الرحيم

مقدمة

الحمد لله الذى وفقنا لتقديم هذا الكتاب من مجموعة كتب «المعاصر» فى الرياضيات...
نقدمه إلى أبنائنا الطلبة آملين أن يجدوا فيه المعلم والموجه الذى يعينهم على فهم كل صعب، ويذلل أمامهم كل مغلق وغامض، ويأخذ بأيديهم إلى طريق النجاح والتفوق.

ونقدمه إلى إخواننا المدرسين ليكون لهم عونًا على أداء رسالتهم الشاقة، ونافذة يطلون منها على خبرات إخوة لهم أمضوا قرابة الثلاثين عامًا فى حقل التدريس والتوجيه.

ونحن لن نلجأ - فى هذا التقديم - إلى تقييم عملنا وجهدنا من خلال سرد لمزايا هذا الكتاب وما استحدث فيه، ولكننا نترك ذلك لكل من يطوى صفحة منه أو يقرأ سطرًا فيه، لكى يبدى فيه رأيًا ... إن كان نقدًا فنحن نرحب به ... وإن كانت كلمة ثناء فهى خير مقابل نرجوه، وأعز وسام نضعه على صدورنا.

والله لا يضيع أجر من أحسن عملًا، وهو ولى التوفيق،

« المؤلفون »

بطاقة فهرسة

فهرسة أثناء النشر إعداد إدارة الشئون الفنية - دار الكتب المصرية

المعاصر فى الرياضيات / إعداد نخبة من خبراء التعليم. -

القاهرة : جى بى إس للطبع والنشر والتوزيع ، ٢٠٢٥.

٣ مج ؛ ٢٤ سم.

الصف الثالث الإعدادى ، الفصل الدراسى الأول.

المحتويات : جـ١. الكتاب الأساسى

جـ٢. الجزء الخاص بالتقويم المستمر

جـ٣. الإجابات.

تدمك : ٥ - ٠٧٥ - ٩٧٠ - ٩٧٧ - ٩٧٨

١ - الرياضيات - تعليم وتدريس. ٢ - التعليم الإعدادى.

٣ - الرياضيات - أسئلة وأجوبة.

٥١٠,٧

رقم الإيداع : ٩٧٦٥ / ٢٠٢٥م



QR Code

التطبيق التفاعلى من سلسلة كتب ...

المعاصر الامتحان

كيفية الاستخدام: **1.** نزل التطبيق. **2.** أنشئ حسابك. **3.** أدخل الكود الموجود على ظهر الغلاف.

استمتع بجميع مزايا التطبيق

لجميع المواد الدراسية

- شرح
- فيديوهات
- ألعاب تعليمية
- امتحانات تفاعلية
- تدريبات
- تواصل مع معلمك
- تقارير متابعة
- إشعارات
- أخبار

تصنيف بلوم للمستويات المعرفية

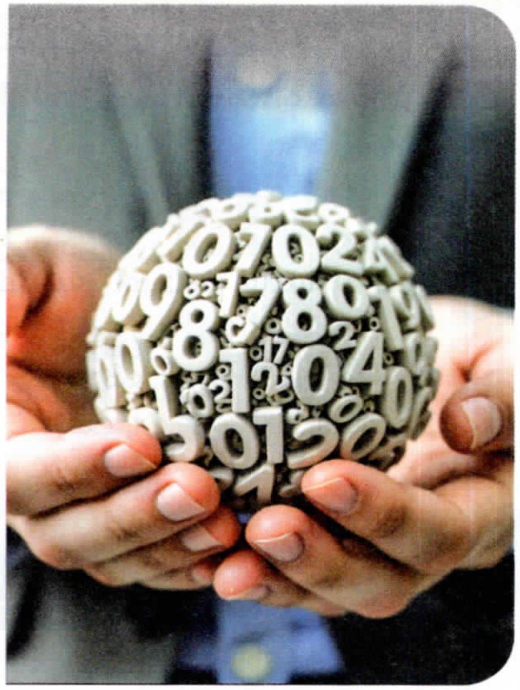


ملاحظة: تم تصنيف الأسئلة بداخل كل تمرين طبقًا لمستويات هرم بلوم والإشارة لها كالتالى:

● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات (تحليل أو تقويم أو ابتكار)

محتويات الكتاب

أولًا الجبـــر والإحصــاء



ثانيًا حســاب المثلثــات والهندســة



أولًا | الجبــر والإحصاء



الوحـــدة الأولى

العلاقات والـدوال

الدرس الأول :

حاصل الضرب الديكارتى.

الدرس الثانى :

العلاقة - الدالة (التطبيق).

الدرس الثالث :

التعبير الرمزى عن الدالة - دوال كثيرات الحدود.

الدرس الرابع :

دراسة بعض دوال كثيرات الحدود.

أهداف الوحدة: بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادرًا على أن :

- يتعرف مفهوم حاصل الضرب الديكارتى لمجموعتين منتهيتين.
- يمثل حاصل الضرب الديكارتى لمجموعتين منتهيتين بالمخطط السهمى والمخطط البيانى.
- يتعرف حاصل الضرب الديكارتى لمجموعتين غير منتهيتين.
- يوجد حاصل الضرب الديكارتى لفترتين.
- يتعرف مفهوم العلاقة من مجموعة إلى أخرى.
- يتعرف متى تكون العلاقة دالة ومتى لا تكون دالة.
- يمثل الدالة بالمخطط السهمى والمخطط الديكارتى.
- يتعرف المجال والمجال المقابل والمدى للدالة.
- يعبر رمزيًا عن الدالة.
- يبحث درجة الدالة كثيرة الحدود.
- يمثل الدالة الخطية بيانيًا.
- يتعرف الدالة الثابتة ويمثلها بيانيًا.
- يمثل بيانيًا الدالة التربيعية.
- يوجد نقطة رأس المنحنى للدالة التربيعية.
- يوجد القيمة العظمى أو الصغرى للدالة التربيعية.
- يوجد معادلة محور تماثل الدالة التربيعية.

يمكنك

حل الامتحانات التفاعلية على الدروس من خلال مسح QR code الخاص بكل امتحان



الدرس 1 حاصل الضرب الديكارتى

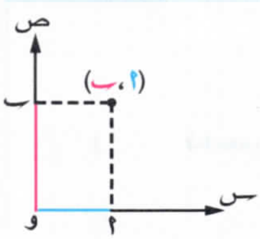


فى هذا الدرس سوف نتعرف على مفهوم حاصل الضرب الديكارتى وكيفية إيجاده وتمثيله وقبل تناول هذا الموضوع سوف نتذكر معًا ما درسناه عن الزوج المرتب.

الزوج المرتب

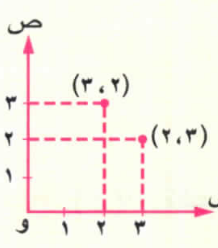
يُسمى (أ ، ب) زوجًا مرتبًا ، ويُسمى أ بالمسقط الأول ، ب بالمسقط الثانى.

ويمكن تمثيل الزوج المرتب (أ ، ب) بنقطة كما بالشكل المقابل.



! ملاحظات

- إذا كان : أ ≠ ب فإن : (أ ، ب) ≠ (ب ، أ) فمثلًا : (٢ ، ٣) ≠ (٣ ، ٢)
  وعند تمثيلهما بيانيًا كما بالشكل المقابل
  نجد أنهما يقعان فى موضعين مختلفين.



- الزوج المرتب ليس مجموعة. أى أن : (أ ، ب) ≠ {أ ، ب}
- (أ ، أ) زوج مرتب ، بينما فى المجموعات لا نكتب {أ ، أ} بل نكتب {أ} بدون تكرار العنصر أ
- توجد مجموعة خالية من العناصر يُرمز لها بالرمز ∅ بينما لا يوجد زوج مرتب خالٍ.

تساوى زوجين مرتبين

إذا كان : (أ ، ب) = (س ، ص) فإن : أ = س ، ب = ص

فمثلًا : • إذا كان : (أ ، ب) = (٣ ، −٤) فإن : أ = ٣ ، ب = −٤

• إذا كان : (س ، ٢) = (−٥ ، ص) فإن : س = −٥ ، ص = ٢

مثال ١

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : (٣ ، ٨) = (٣ ، $\sqrt{ص}$) فإن : $\sqrt[3]{ص}$ = ...

(أ) −٤ (ب) ٤ (جـ) ٨ (د) ٦٤

٢ إذا كان : (٣٢ ، س + ص) = (ص^{٥} ، ٢) فإن : س = ...

(أ) صفر (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٥

٣ إذا كان : (٢$^{س - ١}$ ، −٣) = (١ ، ص) فإن : ٢ س − ص = ...

(أ) −٣ (ب) −١ (جـ) ٣ (د) ٥

٤ إذا كان : (س^{٢} − ١ ، ٤) = (٤٨ ، ٢ ص) فإن : س ص = ...

(أ) −٧ (ب) ٧ (جـ) ١٤ (د) ± ١٤

الحل

١ (ب) **تفسير الحل :** ∵ (٣ ، ٨) = (٣ ، $\sqrt{ص}$) ∴ $\sqrt{ص}$ = ٨

∴ ص = ٨^{٢} = ٦٤ ∴ $\sqrt[3]{ص}$ = $\sqrt[3]{٦٤}$ = ٤

٢ (أ) **تفسير الحل :** ∵ (٣٢ ، س + ص) = (ص^{٥} ، ٢) ∴ ص^{٥} = ٣٢

∴ ص = ٢ «لأن : ٢^{٥} = ٣٢»

، س + ص = ٢ وبالتعويض عن قيمة ص = ٢ :

∴ س + ٢ = ٢ ∴ س = ٠

٣ (د) **تفسير الحل :** ∵ (٢$^{س - ١}$ ، −٣) = (١ ، ص) ∴ ص = −٣

، ٢$^{س - ١}$ = ١ ومنها س − ١ = ٠ ∴ س = ١

∴ ٢ س − ص = ٢ × ١ − (−٣) = ٢ + ٣ = ٥

٤ (د)   **تفسير الحل :** ∵ (س^{٢} − ١ ، ٤) = (٤٨ ، ٢ ص)

∴ س^{٢} − ١ = ٤٨ ومنها س^{٢} = ٤٩

∴ س = ± $\sqrt{٤٩}$ = ± ٧   ،   ٢ ص = ٤

∴ ص = $\frac{٤}{٢}$ = ٢

∴ س ص = ± ٧ × ٢ = ± ١٤

حاول بنفسك ١

أوجد قيم س ، ص فى كل مما يأتى إذا كان :

١ (س + ١ ، ص^{٢}) = (٣ ، ٩)

٢ (س^{٣} − ٥ ، ٨) = (٣ ، ٣ ص − ٧)

٣ (س^{٢} − ٢ ، ٢ ص) = (ص ، $\sqrt[٣]{٦٤}$)

حاصل الضرب الديكارتى لمجموعتين منتهيتين

لأى مجموعتين س ، ص منتهيتين وغير خاليتين يكون :

حاصل الضرب الديكارتى للمجموعة س فى المجموعة ص ، ويُرمز له بالرمز س × ص
هو مجموعة جميع الأزواج المرتبة التى مسقطها الأول عنصر ينتمى إلى س
ومسقطها الثانى عنصر ينتمى إلى ص

أى أن : س × ص = {(أ ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ ص}

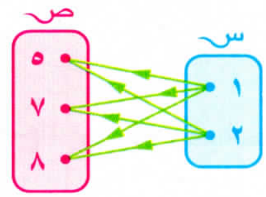
فمثلًا : إذا كانت : س = {١ ، ٢}   ،   ص = {٥ ، ٧ ، ٨} فإن :

١ س × ص = {١ ، ٢} × {٥ ، ٧ ، ٨}

= {(١ ، ٥) ، (١ ، ٧) ، (١ ، ٨) ، (٢ ، ٥) ، (٢ ، ٧) ، (٢ ، ٨)}

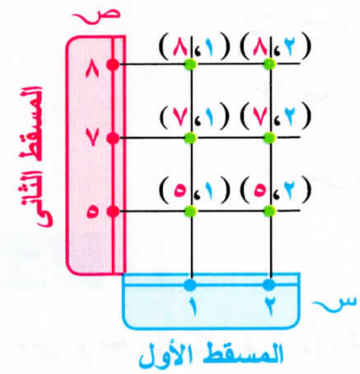
• ويمكن تمثيل س × ص بطريقتين كالتالى :

الطريقة الأولى : المخطط السهمى



حيث نرسم سهمًا من كل عنصر يمثل المسقط الأول «وهى عناصر المجموعة س» إلى كل عنصر يمثل المسقط الثانى «وهى عناصر المجموعة ص»

الطريقة الثانية : المخطط البيانى (الديكارتى)

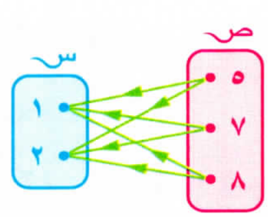


حيث تمثل عناصر المجموعة س أفقيًا وعناصر المجموعة ص رأسيًا وتمثل نقط تقاطع الخطوط الأفقية والرأسية الأزواج المرتبة عناصر الحاصل الديكارتى س × ص

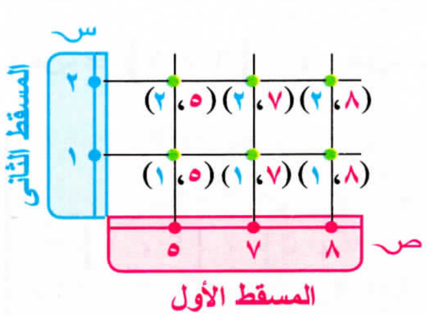
٢ ص × س = {٥ ، ٧ ، ٨} × {١ ، ٢}

= {(٥ ، ١) ، (٥ ، ٢) ، (٧ ، ١) ، (٧ ، ٢) ، (٨ ، ١) ، (٨ ، ٢)}

• وبالمثل يمكن تمثيل ص × س بطريقتين كالتالى :



المخطط السهمى



المخطط البيانى

حاصل الضرب الديكارتى لمجموعة فى نفسها

حاصل الضرب الديكارتى للمجموعة س فى نفسها ، ويُرمز له بالرمز س × س

أو بالرمز $س^٢$ ويُقرأ «س اثنين»

هو مجموعة جميع الأزواج المرتبة التى كل من مسقطها الأول والثانى عنصر من عناصر س

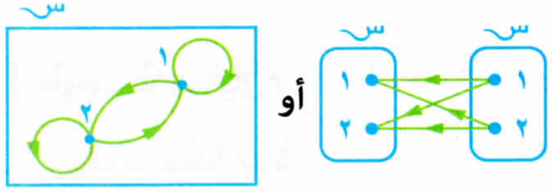
أى أن : س × س = {(أ ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ س}

فمثلًا : إذا كانت : س = {١ ، ٢}

فإن : س × س = {١ ، ٢} × {١ ، ٢}

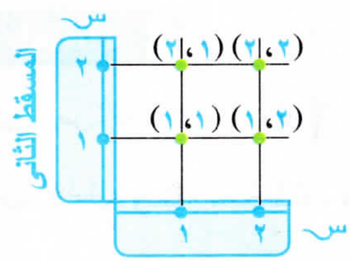
= {(١ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (٢ ، ١) ، (٢ ، ٢)}

• ويمكن تمثيل س × س بطريقتين كالتالى :



المخطط السهمى

لاحظ أن : الشكل ○ يُسمى «عروة» لتدل على أن السهم يخرج من النقطة وينتهى عند نفس النقطة.



المخطط البيانى

ملاحظات

• لأى مجموعتين س ، ص منتهيتين وغير خاليتين يكون : س × ص ≠ ص × س حيث س ≠ ص

• لأى مجموعة س يكون :

س × ∅ = ∅ × س = ∅ حيث : ∅ المجموعة الخالية.

• إذا كان : (أ ، ب) ∈ س × ص فإن : أ ∈ س ، ب ∈ ص

فمثلًا : إذا كان : (٣ ، ٥) ∈ س × ص فإن : ٣ ∈ س ، ٥ ∈ ص

مثال ٢

إذا كانت : س = {٢ ، ٣ ، ٤} ، ص = {أ ، ب} فأوجد كلًا من :

١ س × ص   ٢ ص × س   ٣ س × س   ٤ $ص^٢$

الحل

١ س × ص = {(٢ ، أ) ، (٢ ، ب) ، (٣ ، أ) ، (٣ ، ب) ، (٤ ، أ) ، (٤ ، ب)}

٢ ص × س = {(أ ، ٢) ، (أ ، ٣) ، (أ ، ٤) ، (ب ، ٢) ، (ب ، ٣) ، (ب ، ٤)}

٣ س × س = {(٢ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٢ ، ٤) ، (٣ ، ٢) ، (٣ ، ٣) ، (٣ ، ٤)
، (٤ ، ٢) ، (٤ ، ٣) ، (٤ ، ٤)}

٤ $ص^٢$ = {(أ ، أ) ، (أ ، ب) ، (ب ، أ) ، (ب ، ب)}

حاول بنفسك ٢

إذا كانت : س = {٣ ، ٤ ، ٥} ، ص = {٥ ، ٦} فأوجد كلًا مما يأتى :

١ ص × س ومثله بمخطط سهمى.   ٢ $س^٢$ ومثله بمخطط بيانى.

عدد عناصر حاصل الضرب الديكارتى

إذا رمزنا لعدد عناصر المجموعة س بالرمز ن(س) ،
وعدد عناصر المجموعة ص بالرمز ن(ص) فإن عدد عناصر حاصل الضرب الديكارتى س × ص يرمز له بالرمز ن(س × ص) ويكون :

- ن(س × ص) = ن(ص × س) = ن(س) × ن(ص)
- ن(س × س) = ن(س) × ن(س) = $[ن(س)]^٢$
- ن(س × ∅) = ن(س) × ن(∅) = صفر [لأن : ن(∅) = صفر]

لاحظ أنه

إذا كانت س ، ص مجموعتين منتهيتين وغير خاليتين ، س ≠ ص
فإن : س × ص ≠ ص × س
لكن : ن(س × ص) = ن(ص × س)

فمثلًا : إذا كانت : $س = \{٢ ، -١ ، ٠\}$ ، $ص = \{٥ ، -٧\}$

فإن : $ن(س) = ٣$ ، $ن(ص) = ٢$

ويكون : • $ن(س × ص) = ٣ × ٢ = ٦$ • $ن(ص × س) = ٢ × ٣ = ٦$

• $ن(س^٢) = ٣^٢ = ٩$ • $ن(ص^٢) = ٢^٢ = ٤$

أوجد حواصل الضرب الديكارتية السابقة وتحقق بنفسك من عدد عناصرها.

مثال ٣

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : $س = \{٠ ، ٢\}$ ، $ن(ص) = ٥$ فإن : $ن(س × ص) = ...$

(أ) ٢ (ب) ٥ (جـ) ٧ (د) ١٠

٢ إذا كان : $ن(ص) = ٤$ ، $ن(س × ص) = ٨$ فإن : $ن(س) = ...$

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٨ (د) ٣٢

٣ إذا كان : $ن(س^٢) = ٩$ ، $ن(ص^٢) = ١٦$ فإن : $ن(ص × س) = ...$

(أ) ٧ (ب) ١٢ (جـ) ٣٦ (د) ١٤٤

الحل

١ (د) **تفسير الحل :** ∵ $ن(س) = ٢$ ، $ن(ص) = ٥$

∴ $ن(س × ص) = ٢ × ٥ = ١٠$

٢ (أ) **تفسير الحل :** $ن(س) = \frac{ن(س × ص)}{ن(ص)} = \frac{٨}{٤} = ٢$

٣ (ب) **تفسير الحل :** ∵ $ن(س^٢) = ٩$ ∴ $ن(س) = \sqrt{٩} = ٣$

، ∵ $ن(ص^٢) = ١٦$ ∴ $ن(ص) = \sqrt{١٦} = ٤$

∴ $ن(ص × س) = ٤ × ٣ = ١٢$

حاول بنفسك ٣

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : د(س) = ٣ ، د(س × ص) = ١٢ فإن : د(ص) = ...

(أ) ٤ (ب) ٩ (جـ) ١٥ (د) ٣٦

٢ إذا كانت : ص = {-١ ، ٠ ، ١} ، د(س × ص) = ١٥

فإن : د(س^{٢}) = ...

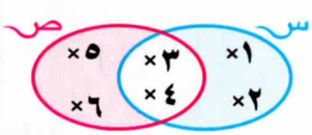
(أ) ٥ (ب) ٩ (جـ) ١٥ (د) ٢٥

٣ إذا كان : د(س^{٢}) = ٤ ، د(س × ص) = ٤ فإن : د(ص^{٢}) = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ١٦

تذكر العمليات على المجموعات

إذا كانت : س = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} ، ص = {٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦} **فإن :**



- س ∩ ص = مجموعة العناصر المشتركة بين س و ص = {٣ ، ٤}
- س ∪ ص = مجموعة العناصر الموجودة فى س أو ص دون تكرار
  = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}
- س − ص = مجموعة العناصر الموجودة فى س وغير موجودة فى ص وهى {١ ، ٢}
- ص − س = مجموعة العناصر الموجودة فى ص وغير موجودة فى س وهى {٥ ، ٦}

مثال ٤

إذا كانت : س = {أ ، ب} ، ص = {٣ ، ٥ ، ٧} ، ع = {٥ ، ٧ ، ٩}

مثل المجموعات س ، ص ، ع بشكل فن ثم أوجد :

١ س × (ص ∪ ع) ، (س × ص) ∪ (س × ع)

٢ س × (ص ∩ ع) ، (س × ص) ∩ (س × ع)

٣ س × (ع − ص) ، (س × ع) − (س × ص)

الحل



١ ∵ ص ∪ ع = {٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩}

∴ س × (ص ∪ ع) = {أ ، ب} × {٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩}

= {(أ ، ٣) ، (أ ، ٥) ، (أ ، ٧) ، (أ ، ٩) ، (ب ، ٣)

، (ب ، ٥) ، (ب ، ٧) ، (ب ، ٩)}

، س × ص = {أ ، ب} × {٣ ، ٥ ، ٧}

= {(أ ، ٣) ، (أ ، ٥) ، (أ ، ٧) ، (ب ، ٣) ، (ب ، ٥) ، (ب ، ٧)} (١)

، س × ع = {أ ، ب} × {٥ ، ٧ ، ٩}

= {(أ ، ٥) ، (أ ، ٧) ، (أ ، ٩) ، (ب ، ٥) ، (ب ، ٧) ، (ب ، ٩)} (٢)

ومن (١) ، (٢) : ∴ (س × ص) ∪ (س × ع) = {(أ ، ٣) ، (أ ، ٥) ، (أ ، ٧) ، (أ ، ٩)

، (ب ، ٣) ، (ب ، ٥) ، (ب ، ٧) ، (ب ، ٩)}

٢ ∵ ص ∩ ع = {٥ ، ٧}

∴ س × (ص ∩ ع) = {أ ، ب} × {٥ ، ٧}

= {(أ ، ٥) ، (أ ، ٧) ، (ب ، ٥) ، (ب ، ٧)}

ومن (١) ، (٢) : ∴ (س × ص) ∩ (س × ع) = {(أ ، ٥) ، (أ ، ٧) ، (ب ، ٥) ، (ب ، ٧)}

٣ ∵ ع − ص = {٩}

∴ س × (ع − ص) = {أ ، ب} × {٩} = {(أ ، ٩) ، (ب ، ٩)}

ومن (١) ، (٢) : ∴ (س × ع) − (س × ص) = {(أ ، ٩) ، (ب ، ٩)}

حاول بنفسك ٤

إذا كانت : س = {٢ ، ٣} ، ص = {١ ، ٣ ، ٥} ، ع = {٢}

مثل كلًا من : س ، ص ، ع بشكل ڤن ثم أوجد :

١ ع × (س ∩ ص)   ٢ (ع × س) ∪ (ع × ص)

حاصل الضرب الديكارتى لمجموعتين غير منتهيتين

* نعلم أنه إذا كانت س مجموعة منتهية عدد عناصرها ن فإن حاصل الضرب الديكارتى س × س هو أيضًا مجموعة منتهية عدد عناصرها ن^{٢}

فمثلًا : إذا كان : ن (س) = ٣ فإن : ن (س × س) = ٩

* أما إذا كانت س مجموعة غير منتهية فإن : س × س تكون مجموعة غير منتهية أيضًا.

ومن أمثلة ذلك : ط × ط = {(س ، ص) : س ∈ ط ، ص ∈ ط}

، ص × ص = {(س ، ص) : س ∈ ص ، ص ∈ ص}

، ن × ن = {(س ، ص) : س ∈ ن ، ص ∈ ن}

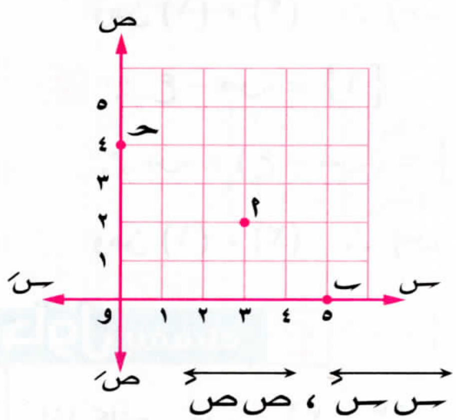
، ح × ح = {(س ، ص) : س ∈ ح ، ص ∈ ح}

* نعلم أنه إذا كانت س مجموعة منتهية فإن حاصل الضرب الديكارتى س × س يمثل بمخطط بيانى يتكون من عدد منتهٍ من النقط.

* أما إذا كانت س مجموعة غير منتهية فإن حاصل الضرب الديكارتى س × س يمثل بمخطط بيانى يتكون من عدد غير منتهٍ من النقط.

وفيما يلى التمثيل البيانى لكل من : ط × ط ، ص × ص ، ح × ح :

أولًا تمثيل حاصل الضرب الديكارتى ط × ط (ط^{٢})



* نمثل الأعداد الطبيعية على مستقيمين متعامدين أحدهما أفقى $\overleftrightarrow{\text{سَ س}}$ والآخر رأسى $\overleftrightarrow{\text{صَ ص}}$ حيث $\overleftrightarrow{\text{سَ س}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{صَ ص}}$ يتقاطعان فى النقطة التى تمثل العدد صفر على كل منهما أى أن : و (٠ ، ٠)

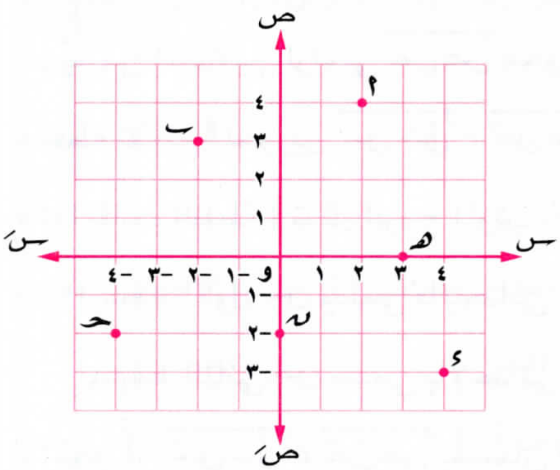
* والشكل المقابل يمثل جزءًا صغيرًا من الشبكة التربيعية المتعامدة للحاصل الديكارتى ط × ط والتى تتكون من تقاطع المستقيمات الرأسية والأفقية المارة بالنقط التى تمثل الأعداد الطبيعية على كل من $\overleftrightarrow{\text{سَ س}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{صَ ص}}$

* وكل نقطة من نقط هذه الشبكة تمثل أحد الأزواج المرتبة فى الحاصل الديكارتى ط × ط

فمثلًا :
- النقطة أ تمثل الزوج المرتب (٣ ، ٢)
- النقطة ب تمثل الزوج المرتب (٥ ، ٠)
- النقطة حـ تمثل الزوج المرتب (٠ ، ٤)
- النقطة و تمثل الزوج المرتب (٠ ، ٠)

ثانيًا تمثيل حاصل الضرب الديكارتى ص × ص (ص^٢)

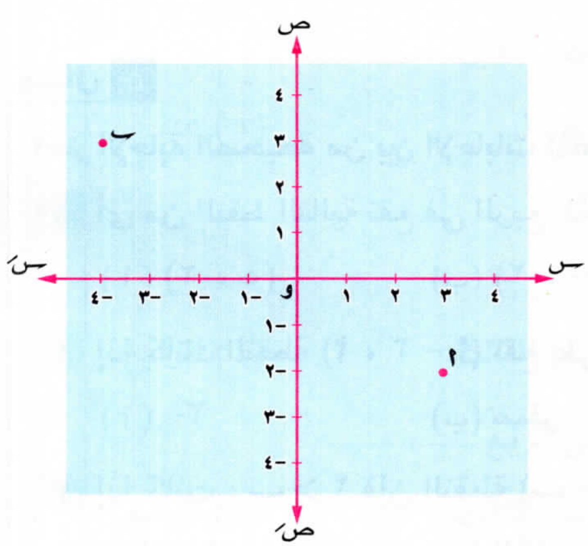
* نمثل الأعداد الصحيحة على كل من $\overleftrightarrow{سس'}$ ، $\overleftrightarrow{صص'}$ المتقاطعين فى نقطة و (٠ ، ٠)



* والشكل المقابل يمثل جزءًا صغيرًا من الشبكة التربيعية المتعامدة للحاصل الديكارتى ص × ص
* وكل نقطة من نقاطها تمثل أحد الأزواج المرتبة فى الحاصل الديكارتى ص × ص

فمثلًا :
- النقطة أ تمثل الزوج المرتب (٢ ، ٤)
- النقطة ب تمثل الزوج المرتب (-٢ ، ٣)
- النقطة حـ تمثل الزوج المرتب (-٤ ، -٢)
- النقطة ء تمثل الزوج المرتب (٤ ، -٣)
- النقطة هـ تمثل الزوج المرتب (٣ ، ٠)
- النقطة ن تمثل الزوج المرتب (٠ ، -٢)

ثالثًا تمثيل حاصل الضرب الديكارتى ح × ح (ح^٢)



* الشبكة التربيعية المتعامدة للحاصل الديكارتى ح × ح هى عبارة عن سطح منطقة ممتدة بلا حدود من جميع الاتجاهات والشكل المقابل يوضح جزءًا صغيرًا من هذه المنطقة.
* كل نقطة من نقاط هذه المنطقة تمثل أحد الأزواج المرتبة للحاصل الديكارتى ح × ح

فمثلًا :
- النقطة أ تمثل الزوج المرتب (٣ ، -٢)
- النقطة ب تمثل الزوج المرتب (-٤ ، ٣)

ملاحظات

- يُسمى المستقيم الأفقى $\overleftrightarrow{\text{سس}'}$ محور السينات أو المحور الأفقى.

  ويُسمى المستقيم الرأسى $\overleftrightarrow{\text{صص}'}$ محور الصادات أو المحور الرأسى.

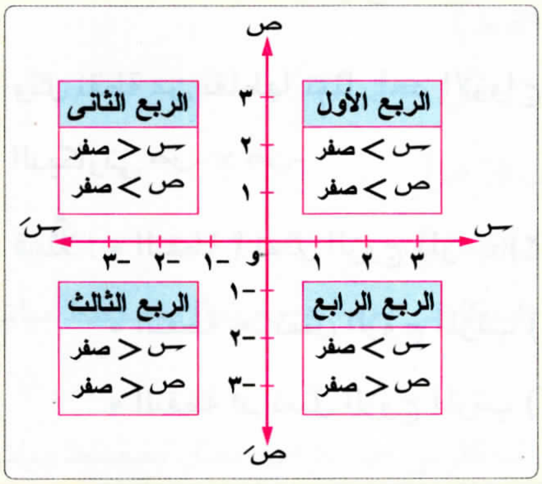
- نقطة تقاطع المحورين $\overleftrightarrow{\text{سس}'}$ ، $\overleftrightarrow{\text{صص}'}$ تُسمى بـ «نقطة الأصل»

- إذا كانت النقطة أ تمثل الزوج المرتب (س ، ص) فى الحاصل الديكارتى ح × ح فإن :

  – المسقط الأول س يسمى بالإحداثى السينى للنقطة أ

  – المسقط الثانى ص يسمى بالإحداثى الصادى للنقطة أ

- المحوران $\overleftrightarrow{\text{سس}'}$ ، $\overleftrightarrow{\text{صص}'}$ يقسمان المستوى إلى أربعة أقسام (أرباع) كما بالشكل المقابل ويمكن التعرف على الربع الذى تقع فيه أى نقطة من إشارتى إحداثييها.



- إذا كان الإحداثى السينى للنقطة = صفر

  فإن النقطة تقع على محور الصادات.

- إذا كان الإحداثى الصادى للنقطة = صفر فإن النقطة تقع على محور السينات.

مثال ٥

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ أى من النقط التالية تقع فى الربع الثالث ؟

(أ) (٢ ، ٥) (ب) (٢ ، –٥) (جـ) (–٢ ، ٥) (د) (–٢ ، –٥)

٢ إذا كانت النقطة (أ ، ٣ – أ) تقع على محور السينات فإن : أ = ...

(أ) –٣ (ب) صفر (جـ) ٣ (د) ٥

٣ إذا كانت : ب < ٢ فإن النقطة (ب – ٢ ، ٤) تقع فى الربع ....

(أ) الأول. (ب) الثانى. (جـ) الثالث. (د) الرابع.

٤ إذا كانت النقطة (س – ٣ ، ٤ – س) حيث س ∈ ص تقع فى الربع الرابع

فإن : س = ...

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٥

الحـــل

١ (د) **تفسير الحل :** لأن جميع نقاط الربع الثالث كل من إحداثيها السينى وإحداثيها الصادى عدد سالب.

٢ (جـ) **تفسير الحل :** ∵ (أ ، ٣ − أ) ∈ $\overleftrightarrow{\text{س س}}$ ∴ ٣ − أ = ٠ ∴ أ = ٣

٣ (ب) **تفسير الحل :** ∵ ب > ٢

∴ النقطة (ب − ٢ ، ٤) إحداثيها السينى سالب ، وإحداثيها الصادى موجب

∴ (ب − ٢ ، ٤) تقع فى الربع الثانى.

٤ (د) **تفسير الحل :** لأن عند س = ٥ تكون النقطة (س − ٣ ، ٤ − س) = (٢ ، −١)

أى أن الإحداثى السينى موجب والإحداثى الصادى سالب.

حاول بنفسك ٥

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ النقطة (−٢ ، −٧) تقع فى الربع ....

(أ) الأول. (ب) الثانى. (جـ) الثالث. (د) الرابع.

٢ إذا كانت النقطة (ب − ٥ ، ب) تقع على محور الصادات فإن : ب = ...

(أ) −٥ (ب) صفر (جـ) ١ (د) ٥

٣ إذا كان : (س − ٢ ، $\sqrt{٩}$) = (−٣ ، ص)

فإن : النقطة (ص ، س) تقع فى الربع ....

(أ) الأول. (ب) الثانى. (جـ) الثالث. (د) الرابع.

٤ النقطة ($س^٢$ ، $ص^٢$) حيث س ≠ ٠ ، ص ≠ ٠ تقع فى الربع ....

(أ) الأول. (ب) الثانى. (جـ) الثالث. (د) الرابع.

حاصل الضرب الديكارتى لفترتين

سبق أن درسنا أن الفترة هى مجموعة جزئية من مجموعة الأعداد الحقيقية ح ، ويكون حاصل الضرب الديكارتى لفترتين مجموعة جزئية من حاصل الضرب الديكارتى ح × ح **ويمكن تمثيله كما بالمثال التالى :**

مثال ٦

إذا كانت : س = [٠ ، ٣] ، ص = [١ ، ٣]

فمثل بيانيًا باستخدام الشبكة البيانية المتعامدة للحاصل الديكارتى ح × ح المنطقة التى تمثل كلاً من :

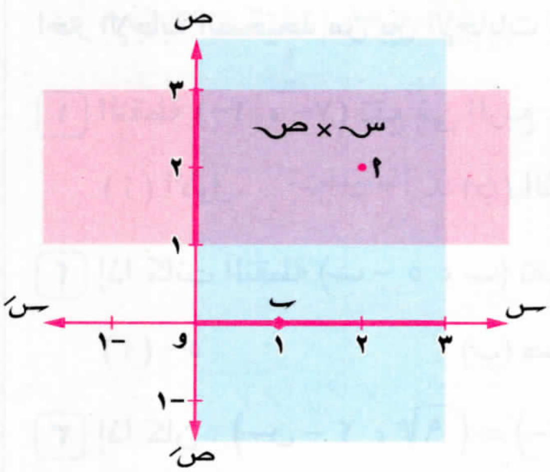
١ س × ص   ٢ س × س

ثم بيّن فى كل حالة أيًا من النقطتين الآتيتين تنتمى إلى كل من حواصل الضرب الديكارتية السابقة وأيهما لا تنتمى :

أ (٢ ، ٢) ، ب (١ ، ٠)

الحل

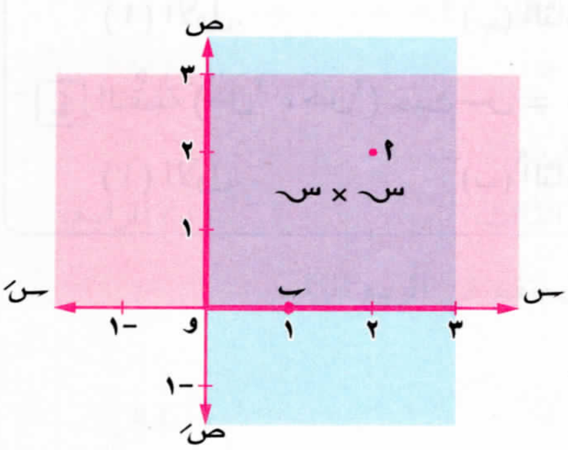
١ لتمثيل س × ص بيانيًا نتبع ما يلى :



- نمثل الفترة س على محور السينات ، نمثل الفترة ص على محور الصادات.
- منطقة تقاطع اللونين تمثل س × ص
- أ (٢ ، ٢) ∈ س × ص لأنها تنتمى للمنطقة التى تمثل س × ص ،

ب (١ ، ٠) ∉ س × ص لأنها تقع خارج المنطقة التى تمثل س × ص

٢ لتمثيل س × س بيانيًا نتبع ما يلى :



- نمثل الفترة س مرة على محور السينات ومرة أخرى على محور الصادات.
- منطقة تقاطع اللونين تمثل س × س
- أ (٢ ، ٢) ∈ س × س ، ب (١ ، ٠) ∈ س × س

تمارين 1 ؟ على حاصل الضرب الديكارتى

اختبار تفاعلى

● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات | أسئلة كتاب الوزارة

أولًا مسائل على تساوى زوجين مرتبين

١ فى كل مما يأتى أوجد قيم أ ، ب إذا كان :

١ (أ ، ب) = (–٥ ، ٩)

٢ (أ ، ب) = ($\sqrt{٢٥}$ ، $\sqrt[٣]{٢٧}$)

٣ (أ – ٢ ، ب + ١) = (٢ ، –٣)

٤ (٦ ، ب – ٣) = (٢ – أ ، –١)

٥ (أ – ٧ ، ٢٦) = (–٢ ، $ب^{٣}$ – ١)

٦ (أ ، ب) = (٢ – أ ، ٢ ب – ٣)

٧ ($أ^{٥}$ ، $ب^{٢}$ – ١) = (٣٢ ، $\sqrt[٣]{٢٧}$)

٨ (أ ، ٧) = ($ب^{٢}$ ، ب)

٩ (٢ أ ، ٧) = (٢ ب + ١ ، أ)

١٠ (٣ ، ب) = (٥ أ – ١ ، ٤ أ)

---

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : (س – ١ ، ١١) = (٨ ، ص + ٣)

فإن : $\sqrt{س + ٢ ص}$ = ... (سوهاج ٢٥ ، بورسعيد ١٩)

(أ) ٥ (ب) ± ٥ (جـ) $\sqrt{١٧}$ (د) ٢٥

٢ إذا كان : (س + ٢ ، ص) = (٢ ، ٣)

فإن : $س^{٥}$ ص + ١ = ... (الشرقية ٢٠)

(أ) ٣ (ب) ٢ (جـ) صفر (د) ١

٣ إذا كان : ($٣^{س}$ ، $\sqrt{ص}$) = (١ ، ٤) فإن : س + ص = ... (الغربية ١٨)

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ١٦ (د) ١٧

٤ إذا كان : ($س^{٣}$ ، $ص^{٢}$) = (١ ، ٤) ، س > ص

فإن : س ص = ... (الإسماعيلية ٢٣ ، الوادى الجديد ٢٢)

(أ) ٤ (ب) ٢ (جـ) –٢ (د) –٤

٥ إذا كان : (س – ٣ ، $٢^{ص}$) = (٢ ، ١٦) فإن : (ص ، س) = ...

(أ) (١ ، ٤) (ب) (٥ ، ٤) (جـ) (٤ ، ١) (د) (٤ ، ٥)

ثانيًا مسائل على حاصل الضرب الديكارتى لمجموعتين منتهيتين

٣ إذا كانت : س = {١ ، ٢} ، ص = {٣ ، ٤ ، ٥}

أوجد س × ص ومثله : ١ بالمخطط السهمى. ٢ بالمخطط البيانى.

---

٤ إذا كانت : س = {٣ ، ٤ ، ٨}

أوجد $س^٢$ ومثله : ١ بالمخطط السهمى. ٢ بالمخطط البيانى.

---

٥ إذا كانت : س = {١ ، ٢ ، ٣} ، ص = {٤}

أوجد : ١ س × ص ٢ ص × س ٣ $ص^٢$ ٤ ن($س^٢$)

---

٦ إذا كانت : س = {٢ ، −١} ، ص = {٤ ، ٠} ، ع = {٤ ، ٥ ، −٢}

أوجد : ١ س × ص ٢ ص × ع ٣ $س^٢$

٤ ن(س × ع) ٥ ن($ص^٢$) ٦ ن($ع^٢$)

---

٧ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ لأى مجموعتين أ ، ب تعبر المجموعة {(س ، ص) : س ∈ أ ، ص ∈ ب}

عن .... (الدقهلية ١٦)

(أ) ن(أ × ب) (ب) أ × ب (جـ) ن(ب × أ) (د) ب × أ

٢ إذا كانت : س = {١ ، ٢} فإن : س × ∅ = ...

(أ) س (ب) ∅

(جـ) {٠} (د) {(١ ، ٠) ، (٢ ، ٠)}

٣ إذا كانت : س = {٢} ، ص = {٣} فإن : س × ص = ... (الجيزة ١٧)

(أ) ٦ (ب) {٦} (جـ) (٢ ، ٣) (د) {(٢ ، ٣)}

٤ إذا كانت : س = {٣} فإن : $س^٢$ = ... (مطروح ٢٤ ، الشرقية ١٧)

(أ) ٩ (ب) (٣ ، ٣) (جـ) {٩} (د) {(٣ ، ٣)}

٥ إذا كانت : س = {٣} فإن : ن($س^٢$) = ... (قنا ٢٠)

(أ) ١ (ب) ٩ (جـ) {٣ ، ٣} (د) ٣

٦ إذا كانت : س = {١ ، ٢} ، ص = {٣ ، ٤}

فإن : (٣ ، ٤) ∈ .... (دمياط ٢٥ ، بنى سويف ٢٥ ، قنا ٢٣ ، السويس ١٩ ، قنا ١١)

(أ) س × ص (ب) ص × س (جـ) $س^٢$ (د) $ص^٢$

٧ إذا كان : ن(س) = ٢ ، ص = {١ ، ٢}

فإن : ن(س × ص) = ... (الجيزة ١٥)

(أ) ٤ (ب) ٣ (جـ) ٥ (د) ٦

٨ إذا كان : ن(س) = ٣ ، ن(س × ص) = ١٢

فإن : ن(ص) = ... (البحيرة ٢٤ ، الإسماعيلية ٢٢ ، بورسعيد ٢٠ ، المنيا ١٩ ، القاهرة ١٨)

(أ) ٤ (ب) ٩ (جـ) ١٥ (د) ٣٦

٩ إذا كان : ن($س^٢$) = ٩ فإن : ن(س) = ...

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٩ (د) ٨١

١٠ إذا كان : ن($س^٢$) = ٤ ، ن(س × ص) = ٦

فإن : ن($ص^٢$) = ... (البحيرة ٢٥ ، الجيزة ٢٠)

(أ) ٤ (ب) ٩ (جـ) ١٦ (د) ١٢

١١ إذا كانت : س مجموعة غير خالية ، ن(س) = ن(س × ص)

فإن : ن(ص) = ... (دمياط ١٨)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

١٢ إذا كانت : س ، ص مجموعتين بحيث ن(س × ص) = ١١

فإن : ن(س) + ن(ص) = ... (الدقهلية ٢٣)

(أ) ٨ (ب) ٩ (جـ) ١١ (د) ١٢

١٣ إذا كانت : س ، ص مجموعتين حيث $ن$(س^٢) + $ن$(س × ص) = ٥

فإن : $ن$(ص^٢) = …………… (الدقهلية ٢٥)

(أ) ٢٥ (ب) ١٦ (جـ) ٤ (د) ١

١٤ إذا كان : أ ∈ س^٢ حيث س = {س : ٥ < س < ٧ ، س ∈ ط}

فإن : أ = …………… (الشرقية ٢٠)

(أ) ٣٦ (ب) {٣٦} (جـ) (٦ ، ٦) (د) [٥ ، ٧]

١٥ إذا كان : (٣ ، ٥) ∈ {٣ ، ٦} × {س ، ٨}

فإن : س = …………… (المنيا ٢٥ ، بنى سويف ٢٢ ، الإسكندرية ٢٠ ، بورسعيد ١٩ ، كفر الشيخ ١٨)

(أ) ٨ (ب) ٦ (جـ) ٥ (د) ٣

١٦ إذا كان : {٢} × {س ، ص} = {(٢ ، ٤) ، (٢ ، ٣)}

فإن : س − ص = …………… (بورسعيد ٢٤ ، كفر الشيخ ٢٠ ، الشرقية ١٥)

(أ) ١ (ب) −١ (جـ) ± ١ (د) صفر

---

٨ إذا كان : س × ص = {(٢ ، ٦) ، (٢ ، ٩) ، (٣ ، ٦) ، (٣ ، ٩) ، (٥ ، ٦) ، (٥ ، ٩)}

أوجد : س ، ص

---

٩ إذا كان : س × ص = {(١ ، ١) ، (١ ، ٣) ، (١ ، ٥)}

أوجد : [١] س ، ص [٢] ص × س [٣] ص^٢

(الأقصر ٢٢ ، القليوبية ٢٠ ، سوهاج ١٩ ، الجيزة ١٦)

---

١٠ إذا كان : س^٢ = {(١ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (٢ ، ١) ، (٢ ، ٢)} **أوجد :** س

---

١١ إذا كان : ص × س = {(١ ، ٣) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٣)} **أوجد :** س^٢

---

١٢ إذا كانت : س = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} ، ص = {٣ ، ٤ ، ٥}

مثل س ، ص بشكل فن ثم أوجد :

[١] (س ∩ ص) × ص [٢] (س − ص) × ص [٣] (ص − س) × س

١٣ إذا كانت : س = {٣ ، ٤} ، ص = {٤ ، ٥} ، ع = {٦ ، ٥}

أوجد : [١] س × (ص ∩ ع) [٢] (س − ص) × ع

[٣] (س − ص) × (ص − ع) (المنيا ١٩ ، المنوفية ١٨ ، الدقهلية ١٣)

---

١٤ إذا كانت : س = {١} ، ص = {٢ ، ٣} ، ع = {٢ ، ٥ ، ٦}

مثل المجموعات س ، ص ، ع بشكل فن ثم أوجد :

أولًا : [١] س × ص [٢] ص × ع [٣] س × ع [٤] ص^{٢}

ثانيًا : (س × ص) ∪ (ص × ع) | **ثالثًا :** س × (ص ∩ ع)

رابعًا : (س × ص) ∩ (س × ع) | **خامسًا :** (ع − ص) × (س ∪ ص)

---

١٥ إذا كان : (س − ص) × ص = {(١ ، ٢) ، (١ ، ٣)} ، ن(س × ص) = ٦

أوجد : [١] س ، ص [٢] (س ∩ ص) × ص (الشرقية ٢٤)

ثالثًا مسائل على حاصل الضرب الديكارتى لمجموعتين غير منتهيتين

١٦ **على شبكة بيانية متعامدة للحاصل الديكارتى ح × ح عين النقط الآتية :**

أ (٤ ، ٥) ، ب (٦ ، −٣) ، جـ (−٢ ، ٧) ، ء (−١ ، ٦) ، هـ (−٤ ، −٥)

، م (٠ ، ٦) ، ك (٩ ، ٠)

ثم اذكر الربع الذى تقع فيه أو المحور الذى تنتمى إليه كل من هذه النقط.

---

١٧ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

[١] أى من النقط التالية تقع فى الربع الثانى ؟

(أ) (٣ ، ٢) (ب) (−٤ ، ٥) (جـ) (−٣ ، −٢) (د) (٢ ، −٣)

[٢] إذا كانت النقطة (أ − ب ، ٥) تقع على محور الصادات فإن .... (الجيزة ٢٥ ، الجيزة ١٨)

(أ) أ = ب (ب) أ + ب = صفر (جـ) أ ≠ ب (د) أ − ب = ٥

٣ إذا كانت النقطة (٥ ، ب − ٧) تقع على محور السينات

فإن : ب = …………… (القليوبية ٢٠ ، القاهرة ١٨ ، قنا ١٧ ، ش. سيناء ١٦ ، الإسكندرية ١١)

(أ) ٢ (ب) ٥ (جـ) ٧ (د) ١٢

٤ إذا كانت النقطة (س ، ٧) تقع على محور الصادات

فإن : ٥ س + ١ = …………… (البحيرة ١٧)

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٥ (د) ٦

٥ إذا كانت النقطة (ك ، $ك^٢$ − ٩) تقع أعلى محور السينات

فإن : ك يمكن أن تساوى …………… (القليوبية ٢٥)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

٦ إذا كان : (س + ١ ، $\sqrt[3]{٢٧}$) = (−١ ، ص) فإن النقطة (س ، ص) تقع فى الربع …………… (الفيوم ٢٠)

(أ) الأول. (ب) الثانى. (جـ) الثالث. (د) الرابع.

٧ إذا كانت : ب < ٣ فإن النقطة (٥ ، ب − ٣) تقع فى الربع …………… (الإسماعيلية ٢٥ ، القاهرة ١٦)

(أ) الأول. (ب) الثانى. (جـ) الثالث. (د) الرابع.

٨ إذا كانت : س ∈ ح₋ فإن النقطة (− س ، $\sqrt[3]{س}$) تقع فى الربع …………… (المنوفية ٢٠)

(أ) الأول. (ب) الثانى. (جـ) الثالث. (د) الرابع.

٩ إذا كانت النقطة (أ ، ب) تقع فى الربع الرابع فإن : أ ب …………… صفر

(أ) = (ب) < (جـ) > (د) ≤

١٠ إذا كانت النقطة (س ، ص) تقع فى الربع الثالث فإن النقطة ($س^٣$ ، $ص^٢$) تقع فى الربع …………… (الدقهلية ٢٥ ، المنوفية ٢٢)

(أ) الأول. (ب) الثانى. (جـ) الثالث. (د) الرابع.

١١ إذا كانت النقطة (٢ أ ، ٣ ب) ∈ $\overleftrightarrow{س س}$ فإن : $\frac{ب}{أ}$ = …………… (حيث أ ≠ ٠)

(أ) صفر (ب) $\frac{٢}{٣}$ (جـ) ٢ (د) ٣

١٢ إذا كان : $(|س| ، ٤) = (٣ ، ص^٢)$ والنقطة (س ، ص) تقع فى الربع الثانى

فإن : س + ص = ... (الشرقية ١٤)

(أ) ٧ (ب) ١ (جـ) −١ (د) −٧

١٣ إذا كانت أ < ٢ فإن النقطة (|أ| + ١ ، أ − ٢) تقع فى الربع .... (الغربية ٢٥)

(أ) الأول. (ب) الثانى. (جـ) الثالث. (د) الرابع.

١٤ إذا كانت : أ < صفر ، ب > صفر ، فإن النقطة التى تقع فى الربع الثانى

هى .... (الفيوم ١٨)

(أ) (أ ، ب) (ب) (−أ ، ب) (جـ) (أ ، −ب) (د) (−أ ، −ب)

١٥ إذا كانت النقطة (س − ٤ ، ٢ − س) حيث س ∈ ص تقع فى الربع الثالث

فإن : س = ... (دمياط ٢٥ ، المنيا ٢٤ ، أسيوط ٢٣ ، ج.سيناء ٢٢ ، البحيرة ٢٠ ، بورسعيد ١٩ ، المنوفية ١٧)

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٦

١٦ إذا كانت النقطة $(ك^٢ - ٤ ، ك)$ تقع على الجزء السالب من محور الصادات

فإن : ك = ... (الشرقية ١٨)

(أ) ±٢ (ب) ٤ (جـ) −٢ (د) ٢

---

١٨ إذا كانت : أ (−٢ ، ٠) ، ب (−٢ ، ٣) ، جـ (٢ ، ٣) فعيِّن على الشبكة التربيعية $ح^٢$ النقط أ ، ب ، جـ ثم أوجد مساحة Δ أ ب جـ «٦ وحدات مربعة»

رابعًا مسائل على حاصل الضرب الديكارتى لفترتين

١٩ إذا كانت : س = [−٢ ، ٣]

أوجد المنطقة التى تمثل س × س ثم بيِّن أيًا من النقاط التالية تنتمى إلى الحاصل الديكارتى س × س :

أ (١ ، ٢) ، ب (٣ ، −١) ، جـ (−١ ، ٤) ، ء (−٢ ، ٠)

---

٢٠ إذا كانت : س = [−٢ ، ٣] ، ص = [٠ ، ٤] **فأوجد المنطقة التى تمثل كلًا من :**

١ س × ص ٢ ص × س ٣ $ص^٢$

للمتفوقين

٢١ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

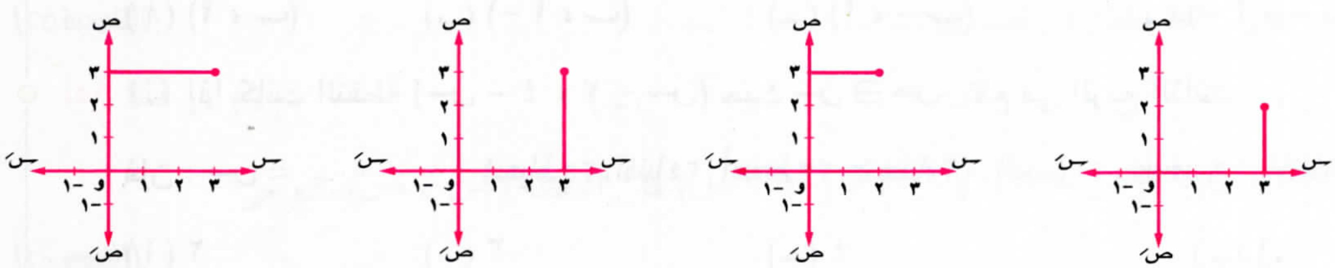
١ إذا كان : س − ص = {٧} ، ص − س = {٢ ، ٤} ، س ∩ ص = {٦}

فإن : (س × ص) ∩ (ص × س) = ...

(أ) {(٦ ، ٦)} (ب) {(٧ ، ٢) ، (٧ ، ٤)}

(جـ) {(٢ ، ٧) ، (٤ ، ٧)} (د) {(٧ ، ٦)}

٢ {٣} × [٠ ، ٢] يمثلها بيانيًا الشكل ....



(أ) (ب) (جـ) (د)

---

٢٢ إذا كان : س ⊂ ص

، س × ص = {(أ ، ١) ، (أ ، ٢) ، (أ ، ٣) ، (٢ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٢ ، ٣)}

فأوجد قيم : أ

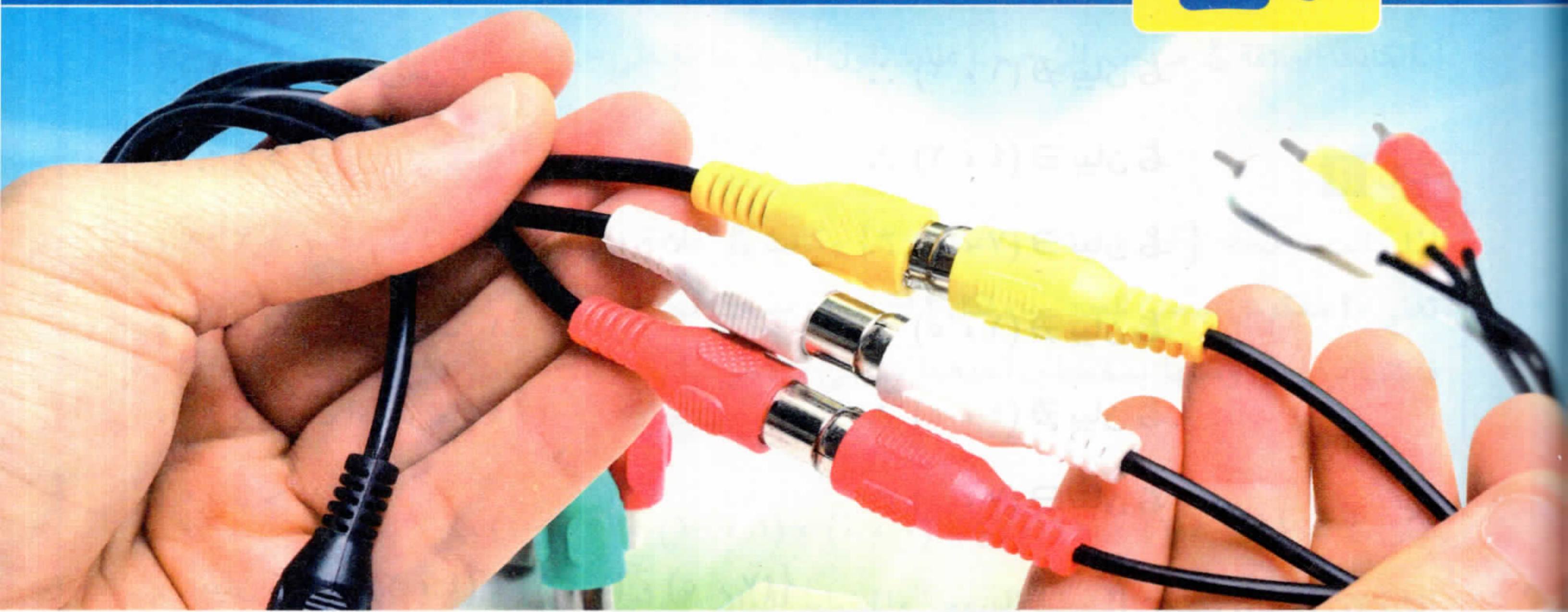
---

٢٣ إذا كانت : س ⊂ ص ، وكان ن(س × ص) = ٦ ، ٤ ∈ س ، (٧ ، ١) ∈ س × ص

فأوجد : س ، ص ، س × ص (دمياط ١٧)

الدرس 2

العلاقة - الدالة (التطبيق)



أولًا العلاقـــة

العلاقة من مجموعة س إلى مجموعة ص هى ارتباط يربط بعض أو كل عناصر س ببعض أو كل عناصر ص ، وسنرمز لها عادة بالرمز «ع»

- بيان العلاقة ع من س إلى ص هو مجموعة من الأزواج المرتبة التى مسقطها الأول ينتمى إلى س ، ومسقطها الثانى ينتمى إلى ص ويرتبط المسقط الأول فى كل منها بالمسقط الثانى بهذه العلاقة.

فإذا كان : (أ ، ب) ∈ بيان ع حيث أ ∈ س ، ب ∈ ص فإننا نعبر عن ذلك فنكتب «أ ع ب»

- بيان العلاقة من المجموعة س إلى المجموعة ص يكون مجموعة جزئية من الحاصل الديكارتى س × ص

أى أن : بيان ع ⊂ س × ص

- يمكن تمثيل العلاقة بمخطط سهمى أو مخطط ديكارتى (بيانى).

مثال ١

إذا كانت : س = {٢ ، ٥} ، ص = {١ ، ٤ ، ٧} وكانت ع علاقة من س إلى ص

حيث «أ ع ب» تعنى «أ < ب» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

فاكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى وآخر ديكارتى (بيانى).

الحل

∵ ٢ ليست أصغر من ١ ∴ (٢ ، ١) ∉ بيان ع

، ∵ ٢ < ٤ ∴ (٢ ، ٤) ∈ بيان ع

، ∵ ٢ < ٧ ∴ (٢ ، ٧) ∈ بيان ع

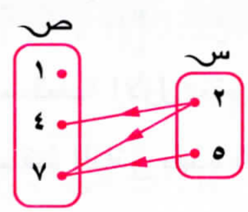
، ∵ ٥ ليست أصغر من ١ ∴ (٥ ، ١) ∉ بيان ع

، ∵ ٥ ليست أصغر من ٤ ∴ (٥ ، ٤) ∉ بيان ع

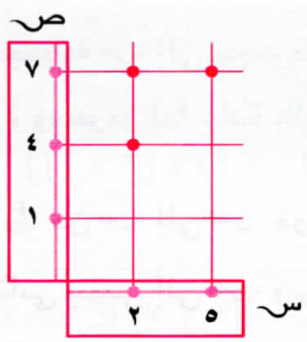
، ∵ ٥ < ٧ ∴ (٥ ، ٧) ∈ بيان ع

∴ بيان ع = {(٢ ، ٤) ، (٢ ، ٧) ، (٥ ، ٧)}

- **الشكلان الآتيان يمثلان المخطط السهمى والمخطط الديكارتى لهذه العلاقة :**



المخطط السهمى



المخطط الديكارتى

حاول بنفسك ١

إذا كانت : س = {١ ، ٢ ، ٣} ، ص = {٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦} وكانت ع علاقة من س إلى ص

حيث «أ ع ب» تعنى «أ + ب = ٦» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى.

ملاحظـة

إذا كانت العلاقة ع من سـ إلى سـ ، فإننا نقول إن ع علاقة على سـ ، ويكون بيان ع ⊂ سـ × سـ

مثال ٢

إذا كانت : سـ = {−٢ ، −١ ، ٠ ، ١ ، ٢} وكانت ع علاقة على سـ حيث «أ ع ب»

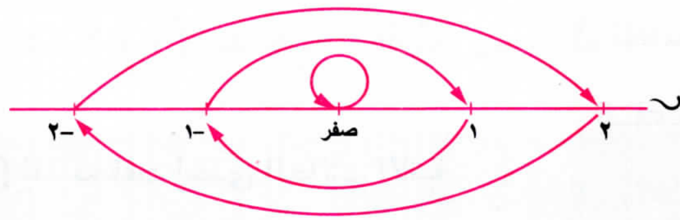
تعنى «أ معكوس جمعى للعدد ب» لكل أ ∈ سـ ، ب ∈ سـ

فاكتب بيان ع ومثلها بمخططين أحدهما سهمى والآخر بيانى.

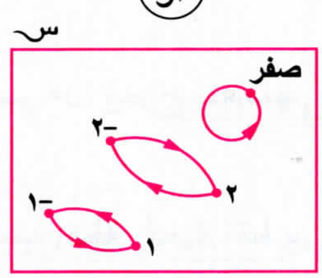
الحـل

بيان ع = {(−٢ ، ٢) ، (−١ ، ١) ، (٠ ، ٠) ، (١ ، −١) ، (٢ ، −٢)}

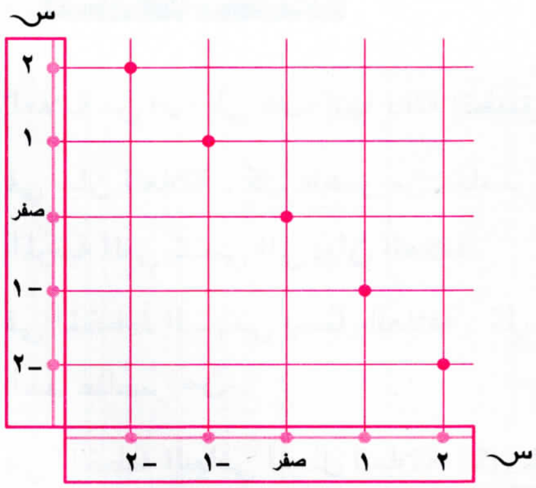
الشكلان الآتيان يمثلان المخطط السهمى والمخطط البيانى للعلاقة «ع» :



أو

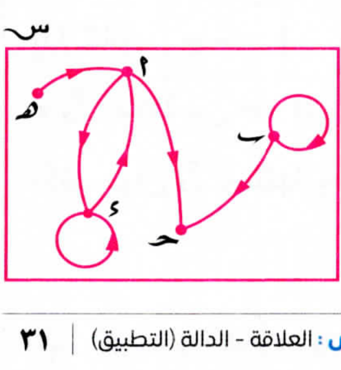


المخطط السهمى للعلاقة ع



المخطط البيانى للعلاقة ع

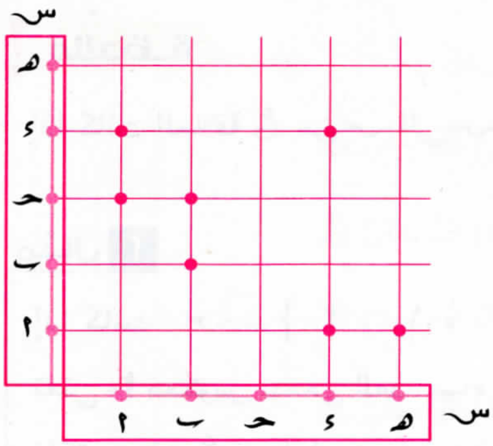
مثال ٣



إذا كان المخطط السهمى المقابل

يمثل علاقة ع على سـ

اكتب بيان ع ومثله بمخطط ديكارتى.



الحــل

بيان ع = {(أ ، حـ) ، (أ ، ء) ، (ب ، ب) ، (ب ، حـ) ،

(ء ، ء) ، (ء ، أ) ، (هـ ، أ)}

حاول بنفسك ٢

إذا كانت : س = {١ ، ٢ ، ٤} وكانت ع علاقة على س حيث «أ ع ب» تعنى «أ ضعف ب» لكل أ ∈ س ، ب ∈ س اكتب بيان ع ومثله بمخطط ديكارتى.

ثانيًا الدالة (التطبيق)

يُقال لعلاقة من س إلى ص إنها دالة (تطبيق) إذا تحققت إحدى الحالات الآتية :

١ فى بيان العلاقة : **كل عنصر** من عناصر س يظهر **مرة واحدة فقط** كمسقط أول فى أحد الأزواج المرتبة التى تنتمى إلى **بيان العلاقة**.

٢ فى المخطط السهمى الممثل للعلاقة : **كل عنصر** من عناصر س يخرج منه **سهم واحد فقط** إلى أحد عناصر ص.

٣ فى المخطط البيانى الممثل للعلاقة : **كل خط رأسى** تقع عليه **نقطة واحدة فقط** من النقط التى تمثل العلاقة.

مثال ٤

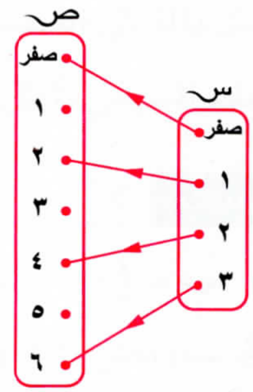
إذا كانت : س = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣} ، ص = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}

، ع علاقة من س إلى ص حيث «أ ع ب» تعنى «أ = $\frac{1}{2}$ ب» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

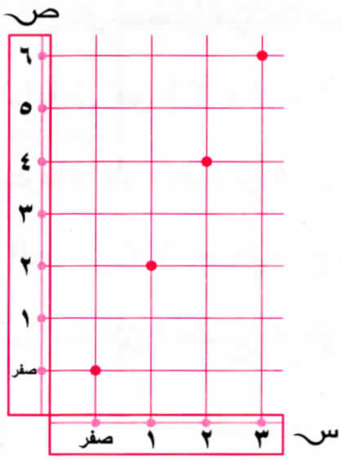
اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى وآخر بيانى. هل ع دالة أم لا ؟ إذا كانت دالة اذكر مداها.

الحـــل

بيان ع = {(٠ ، ٠) ، (١ ، ٢) ، (٢ ، ٤) ، (٣ ، ٦)}



المخطط السهمى



المخطط البيانى

نلاحظ أن : كل عنصر من عناصر س قد ارتبط بعنصر واحد فقط من عناصر ص

ولذلك العلاقة ع تُسمى «دالة» ، مداها هو {٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦}

ملاحظـة

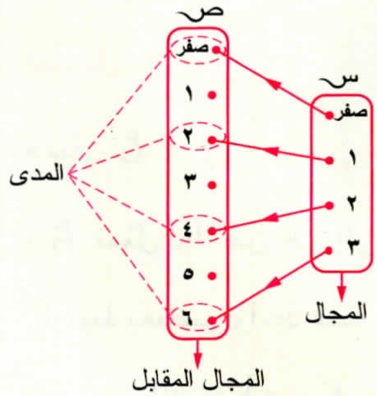
من المثال السابق لاحظ أن :

- المجموعة س = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣} تسمى **«مجال الدالة»**
- المجموعة ص = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}

تسمى **«المجال المقابل للدالة»**.

- المجموعة {٠ ، ٢ ، ٤ ، ٦} تسمى **«مدى الدالة»**

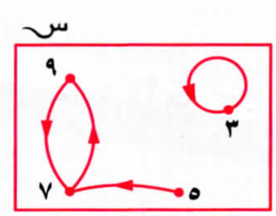
وهو مجموعة جزئية من المجال المقابل للدالة.



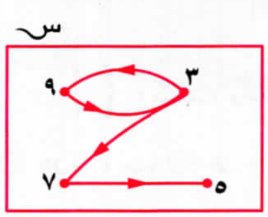
مثال ٥

إذا كانت : س = {٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩}

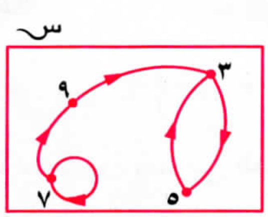
فبيِّن أى المخططات السهمية الآتية يمثل دالة من س إلى س ، وفى حالة الدالة اذكر المدى :



د١



د٢



د٣

الحل

- $د_1$ دالة لأن كل عنصر من عناصر س يخرج منه سهم واحد فقط إلى أحد عناصر س ،

مدى الدالة $د_1$ هو {٣ ، ٧ ، ٩}

- $د_2$ ليست دالة لأن العنصر ٥ ∈ س لم يخرج منه أى سهم ،

أو لأن العنصر ٣ ∈ س يخرج منه سهمان.

- $د_3$ ليست دالة لأن العنصر ٧ ∈ س يخرج منه سهمان.

مثال ٦

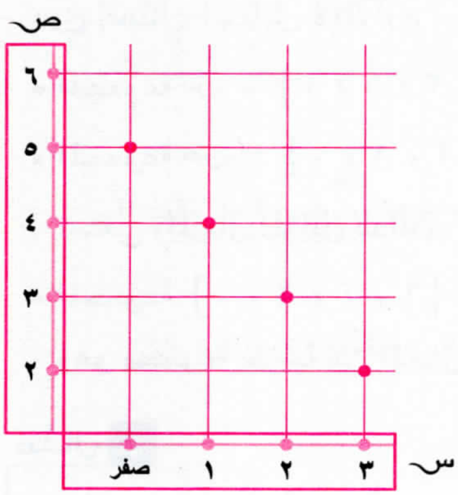
إذا كانت : س = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣} ، ص = {٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}

وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث «أ ع ب» تعنى «أ + ب = ٥» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

فاكتب بيان ع ومثلها بمخطط بيانى.

اذكر مع بيان السبب هل ع تمثل دالة من س إلى ص أم لا ، وإذا كانت دالة فأوجد مداها.

الحل



- بيان ع = {(٠ ، ٥) ، (١ ، ٤) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٢)}
- ع تمثل دالة من س إلى ص لأن كل عنصر من عناصر س

ارتبط بعنصر واحد فقط من عناصر ص

مدى الدالة = {٥ ، ٤ ، ٣ ، ٢}

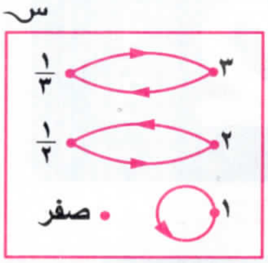
مثال ٧

إذا كانت : س = {٣ ، ٢ ، ١ ، ٠ ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{3}$} وكانت ع علاقة على س حيث «أ ع ب»

تعنى «أ معكوس ضربى للعدد ب» لكل أ ∈ س ، ب ∈ س

فاكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى ، واذكر مع بيان السبب هل ع تمثل دالة أم لا.

الحل



- بيان ع = {(٣ ، $\frac{1}{3}$) ، (٢ ، $\frac{1}{2}$) ، (١ ، ١) ، ($\frac{1}{2}$ ، ٢) ، ($\frac{1}{3}$ ، ٣)}
- ع لا تمثل دالة لأن العنصر صفر ∈ س لم يخرج منه أى سهم فى المخطط السهمى الممثل للعلاقة.

حاول بنفسك ٣

إذا كانت : س = {١ ، ٢ ، ٣} ، ص = {١ ، ٤ ، ٦ ، ٩} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث «أ ع ب» تعنى «أ = $\sqrt{ب}$» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص فاكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى.
اذكر مع بيان السبب هل ع تمثل دالة من س إلى ص أم لا ، وإذا كانت دالة فاذكر مداها.

تمارين 2 ؟ على العلاقة - الدالة (التطبيق)

اختبـــار تفاعلى

● تذكر ● فهم ○ تطبيق حل مشكلات | أسئلة كتاب الوزارة

أولًا مسائل على العلاقة والدالة بين مجموعتين مختلفتين

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : د دالة من المجموعة س إلى المجموعة ص فإن : س تسمى ....

(أ) مدى الدالة د (ب) مجال الدالة د

(جـ) المجال المقابل للدالة د (د) قاعدة الدالة د

٢ إذا كانت : د دالة من المجموعة س إلى المجموعة ص فإن : ص تسمى ....

(أ) مجال الدالة. (ب) المجال المقابل للدالة.

(جـ) مدى الدالة. (د) قاعدة الدالة.

٣ إذا كان بيان العلاقة ع هو {(١ ، ٣) ، (٢ ، ٥) ، (٤ ، ٣)}

فإن ع تمثل دالة مداها .... (دمياط ٢٥ ، المنيا ٢٥ ، القليوبية ١٧)

(أ) {١ ، ٢ ، ٤} (ب) {٢ ، ٤ ، ١ ، ٣ ، ٥}

(جـ) {٣ ، ٥} (د) ط

٤ إذا كانت : ع دالة من س إلى ص حيث س = {٢ ، ٤ ، ٥} ، ص = {٦ ، ٧}

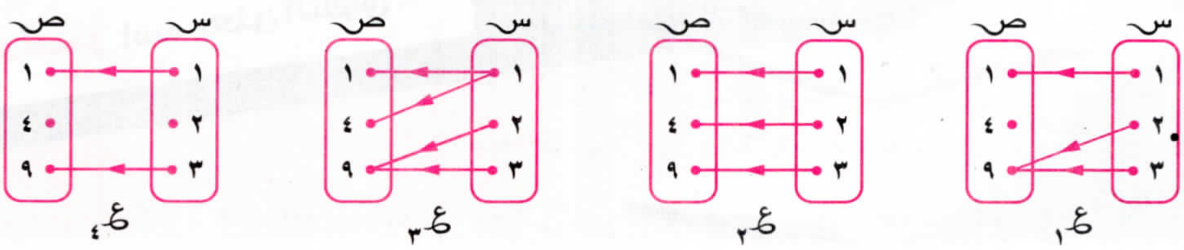
وكانت ع = {(٢ ، ٦) ، (أ ، ٦) ، (٥ ، ٦)} فإن : أ = ...

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ١٢ (د) ٦

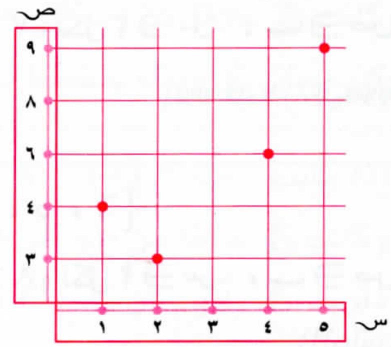
---

٢ أى من العلاقات التالية تمثل دالة من س إلى ص ؟

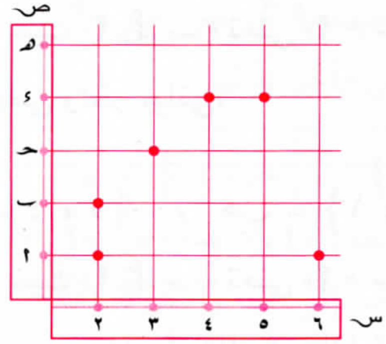
وإذا كانت العلاقة تمثل دالة ، فأوجد مدى الدالة :



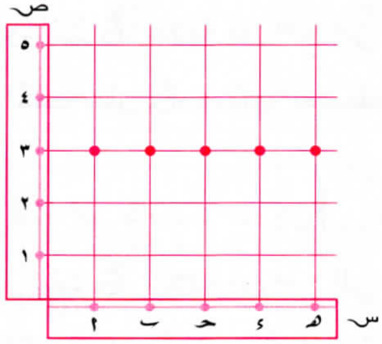
٣ بيِّن أى المخططات البيانية الآتية يعبر عن دالة واذكر بيان كل دالة ومداها :



ت١



ت٢



ت٣

---

٤ إذا كانت : س = {أ ، ب ، حـ} ، ص = {٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠} فأى العلاقات الآتية دالة من س إلى ص وأيها ليست دالة مع ذكر السبب ، وإذا كانت العلاقة دالة اذكر مداها :

١ ع١ = {(أ ، ٢) ، (ب ، ٤)}

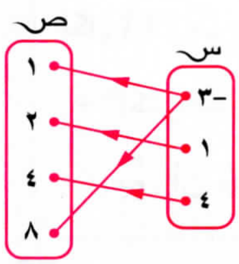
٢ ع٢ = {(أ ، ٢) ، (ب ، ٤) ، (ب ، ٦) ، (حـ ، ٨)}

٣ ع٣ = {(أ ، ٢) ، (ب ، ٨) ، (حـ ، ١٠)}

---

٥ المخطط السهمى المقابل يمثل علاقة ع من س ⟵ ص حيث :

س = {-٣ ، ١ ، ٤} ، ص = {١ ، ٢ ، ٤ ، ٨}



١ اكتب بيان ع

٢ هل ع دالة أم لا ؟ ولماذا ؟

٣ ما قيمة س إذا كان : (س ، ٢) ∈ بيان ع ؟ (بنى سويف ١٧ ، سوهاج ١٦)

---

٦ إذا كانت : س = {١ ، ٢ ، ٣} ، ص = {١ ، ٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٢} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث «أ ع ب» تعنى «أ = $\frac{١}{٣}$ ب» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

اكتب بيان ع وبين أنها دالة واكتب مداها. (مطروح ١٩ ، سوهاج ١٧ ، المنوفية ١٥)

---

٧ إذا كانت : س = {٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠} ، ص = {٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث «أ ع ب» تعنى أن «أ = ٢ ب» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

فاكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى. (أسوان ١١)

٨ إذا كانت : س = {١ ، ٣ ، ٤ ، ٥} ، ص = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}

وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث «أ ع ب» تعنى «أ + ب = ٧» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى وآخر بيانى. (بورسعيد ١٧ ، بنى سويف ١٥)

---

٩ إذا كانت : س = {٠ ، ١ ، ٤ ، ٧} ، ص = {١ ، ٣ ، ٥ ، ٦}

وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث «أ ع ب» تعنى «أ + ب < ٨» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

اكتب بيان ع ، ومثلها بمخطط سهمى. هل ع دالة ؟ ولماذا ؟ (الإسكندرية ١٨)

---

١٠ إذا كانت : س = {٢ ، ٤ ، ٥ ، ٧} ، ص = {٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٩}

وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث «أ ع ب» تعنى «أ ≥ ب» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

اكتب بيان ع ومثله بمخطط سهمى وآخر بيانى.

---

١١ إذا كانت : س = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} ، ص = {ص : ص ∈ ط ، ص عدد زوجى ≥ ١٠}

حيث ط مجموعة الأعداد الطبيعية وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث «أ ع ب» تعنى «أ = $\frac{1}{2}$ ب»

لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

١ اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى.

٢ بيِّن أن ع دالة من س إلى ص ، وأوجد مداها. (المنوفية ١٧)

---

١٢ إذا كانت : س = {١ ، ٢ ، ٣} ، ص = {٢ ، ٣ ، ٧} وكانت ع علاقة من س إلى ص

حيث «أ ع ب» تعنى «أ + ب = عدد أولى» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

١ اكتب بيان ع ومثله بمخطط سهمى. هل ع دالة ؟

٢ إذا كان : ٢ أ ع ٣ **فأوجد :** قيمة أ

---

١٣ إذا كانت : س = {-١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣} ، ص = {٠ ، ١ ، ٤ ، ٦ ، ٩}

وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث «أ ع ب» تعنى «$أ^2$ = ب» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

١ اكتب بيان ع ومثلها بمخطط ديكارتى.

٢ هل ع دالة أم لا مع ذكر السبب ؟ (الوادى الجديد ٢٤ ، الجيزة ٢٣ ، قنا ١٨ ، البحر الأحمر ١٦)

١٤ إذا كانت : س = {-٢ ، -١ ، ١ ، ٢} ، ص = {$\frac{١}{٨}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، ١ ، ٣ ، ٨}

وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث «أ ع ب» تعنى «$أ^{٣}$ = ب» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

اكتب بيان ع ومثله بمخطط سهمى وآخر بيانى.

---

١٥ إذا كانت : س = {-١ ، ١ ، ٢} ، ص = {-١ ، ١ ، ٤ ، ٨}

وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث «أ ع ب» تعنى «أ = $\sqrt[٣]{ب}$» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

فأوجد ع وأثبت أن ع دالة من س إلى ص واذكر مداها. (الأقصر ٢٤)

---

١٦ إذا كانت : س = {-٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢} ، ص = {٤ ، ٢ ، $\frac{٣}{٢}$ ، ١ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٨}$}

وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث «أ ع ب» تعنى «ب = $٢^{أ}$» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى ، وأثبت أن ع تمثل دالة ، ثم اذكر مداها.

---

١٧ إذا كانت : س = {٢ ، ٥ ، ٨} ، ص = {١٠ ، ١٦ ، ٢٤ ، ٣٠}

وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث «أ ع ب» تعنى «أ عامل من عوامل ب» لكل أ ∈ س

، ب ∈ ص اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى وآخر بيانى. هل ع دالة ؟ ولماذا ؟

---

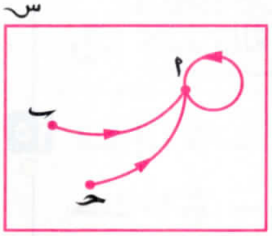
١٨ إذا كانت : س = {٢ ، ٣ ، ٤} ، ص = {٦ ، ٨ ، ١٠ ، ١١ ، ١٥}

وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث «أ ع ب» تعنى «أ تقسم ب» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

اكتب بيان ع

ثانيًا مسائل على العلاقة والدالة من مجموعة إلى نفسها

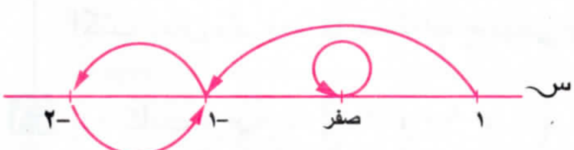
١٩ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :



١ الشكل المقابل يمثل دالة على س مداها .... (بوسعيد ٢٢)

(أ) {أ} (ب) {أ ، ب ، حـ}

(جـ) {أ ، ب} (د) {ب ، حـ}



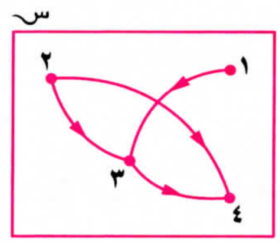
٢ الشكل المقابل يمثل دالة على س مداها ....

(أ) {١ ، ٠ ، -١ ، -٢} (ب) {١ ، ٠ ، -١}

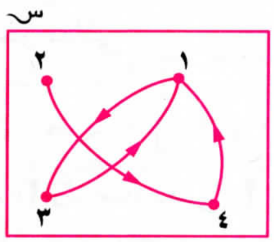
(جـ) {٠ ، -١ ، -٢} (د) {١ ، -١ ، -٢}

٢٠ إذا كانت : س = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤}

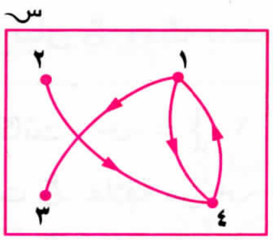
فأى من المخططات السهمية الآتية يعبر عن دالة على المجموعة س ؟



(١)



(٢)



(٣)

---

٢١ إذا كانت : س = {٦ ، ٤ ، ٢ ، ٠ ، -٢ ، -٤ ، -٦} ، وكانت ع علاقة على س حيث «أ ع ب» تعنى «أ معكوس جمعى لـ ب» لكل أ ∈ س ، ب ∈ س فاكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى وبيِّن مع ذكر السبب هل ع تمثل دالة أم لا ، وإذا كانت دالة اذكر مداها.

---

٢٢ إذا كانت : س = {٠ ، ١ ، ٢ ، $\frac{1}{2}$} وكانت ع علاقة على س حيث «أ ع ب» تعنى «أ معكوس ضربى لـ ب» لكل أ ∈ س ، ب ∈ س فاكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى وبيِّن ما إذا كانت ع دالة أم لا. (سوهاج ٢٤ ، الأقصر ٢٠)

---

٢٣ إذا كانت : س = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٦ ، ١١} وكانت ع علاقة على س حيث «أ ع ب» تعنى «أ + ٢ ب = عدد فردى» لكل أ ∈ س ، ب ∈ س

اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى. هل ع دالة ؟ ولماذا ؟

---

٢٤ إذا كانت : س = {س : س ∈ ط ، ١ ≥ س ≥ ٣} وكانت ع علاقة على س

حيث «أ ع ب» تعنى «أ + ب يقبل القسمة على ٣» لكل أ ∈ س ، ب ∈ س

فاكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى واذكر هل ع تمثل دالة أم لا

وإذا كانت دالة اذكر مداها. (الأقصر ١٦)

---

٢٥ إذا كانت : س = {١ ، ٢ ، ٤ ، ٦ ، ١٠} وكانت ع علاقة على س

حيث «أ ع ب» تعنى «أ مضاعف ب» لكل أ ∈ س ، ب ∈ س

اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى وآخر بيانى. هل ع دالة ؟ ولماذا ؟

---

٢٦ إذا كانت : س = {-٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢} وكانت ع علاقة على س

حيث «أ ع ب» تعنى «ب = |أ|» لكل أ ∈ س ، ب ∈ س

فاكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى وبيِّن ما إذا كانت ع دالة أم لا.

ثالثًا مسائل متنوعة

٢٧ إذا كانت : س = {-٢ ، ٢ ، ٥} ، ص = {٣ ، ٧ ، ل} وكانت ع دالة من س إلى ص حيث «أ ع ب» تعنى «ب = $أ^٢$ - ١» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

١ أوجد قيمة ل   ٢ مثل الدالة ع بمخطط سهمى.

---

٢٨ إذا كانت : س = {٠ ، ٤ ، ١٦} ، ص = {٠ ، ٢ ، ٤}

فبيِّن أى العلاقات الآتية تمثل دالة من س إلى ص :

١ $ع_١$ حيث «أ $ع_١$ ب» تعنى «أ = $ب^٢$» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

٢ $ع_٢$ حيث «أ $ع_٢$ ب» تعنى «أ = $\sqrt{ب}$» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

٣ $ع_٣$ حيث «أ $ع_٣$ ب» تعنى «$\frac{١}{٢}$ أ = ب» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

---

٢٩ إذا كانت : ع علاقة على مجموعة الأعداد الطبيعية (ط) حيث «أ ع ب» تعنى «أ × ب = ١٢» لكل أ ∈ ط ، ب ∈ ط

١ إذا كان : س ع ٤   **فأوجد قيمة : س**

٢ إذا كان : ص ع ٣ ص   **فأوجد قيمة : ص**

---

٣٠ إذا كانت : س = {١ ، ٠ ، -١}

وكانت $ع_١$ علاقة المعكوس الجمعى على س ، $ع_٢$ علاقة المعكوس الضربى على س

أوجد : ع = $ع_١$ ∩ $ع_٢$ ، وهل ع تمثل دالة على س ؟

---

٣١ إذا كانت : س = {١ ، ٢ ، ٣} ، ص = {١٣ ، ٣١ ، ٦٥ ، ٢٣} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث «أ ع ب» تعنى «أ رقم من أرقام العدد ب» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

١ اكتب بيان ع ومثله بمخطط سهمى.

٢ **بيِّن أيًا مما يلى صواب مع ذكر السبب :** ٢ ع ٦٥ ، ١ ع ٣١ ، ٣ ع ١٣

٣ **اكتب بطريقة السرد :** م = {(ص ، ٢٣) : (ص ، ٢٣) ∈ ع}

---

٣٢ إذا كانت : أ = {-١ ، ١ ، ٢} ، ب = {ء : ء ∈ ط} وكانت ع علاقة من أ إلى ب حيث «س ع ص» تعنى «ص = ٢ س + ٣» لكل س ∈ أ ، ص ∈ ب

أوجد بيان ع ومثله بمخطط سهمى.

٣٣ إذا كانت : س = {١ ، ٢ ، ٣} ، ص = {٣ ، ٤ ، ٥}

بيِّن مع ذكر السبب أيًا مما يأتي يمثل علاقة من س إلى ص :

١ ل = {(١ ، ٣) ، (٣ ، ٣) ، (٥ ، ٣)}

٢ م = {(٢ ، ٤) ، (٣ ، ١) ، (٣ ، ٣) ، (٣ ، ٤)}

---

٣٤ إذا كانت : س = {١ ، ٣ ، ٥} ، ع دالة على س

، بيان ع = {(أ ، ٣) ، (ب ، ١) ، (١ ، ٥)}

أوجد : ١ مدى الدالة.

٢ القيمة العددية للمقدار : أ + ب (البحيرة ٢٣ ، دمياط ٢٢ ، القليوبية ٢٠)

للمتفوقين

٣٥ إذا كانت : س = {-٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢} ، ص = [٠ ، ٤[وكانت ع علاقة من س إلى ص

بحيث «أ ع ب» تعنى «$أ^٢$ = ب» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

فاكتب بيان ع واذكر هل العلاقة ع دالة من س إلى ص أم لا مع بيان السبب.

---

٣٦ إذا كانت ع دالة من س إلى ص حيث «أ ع ب» تعنى «أ تقسم ب» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

، وإذا كان : س ∪ ص = {٢ ، ٣ ، ٥ ، ١١ ، ١٤ ، ٩ ، ٣٥}

، وكان : ن(س) = ٣ ، ن(س × ص) = ١٢

أوجد كلًا من : س ، ص ثم اكتب بيان الدالة ع وأوجد مداها.

---

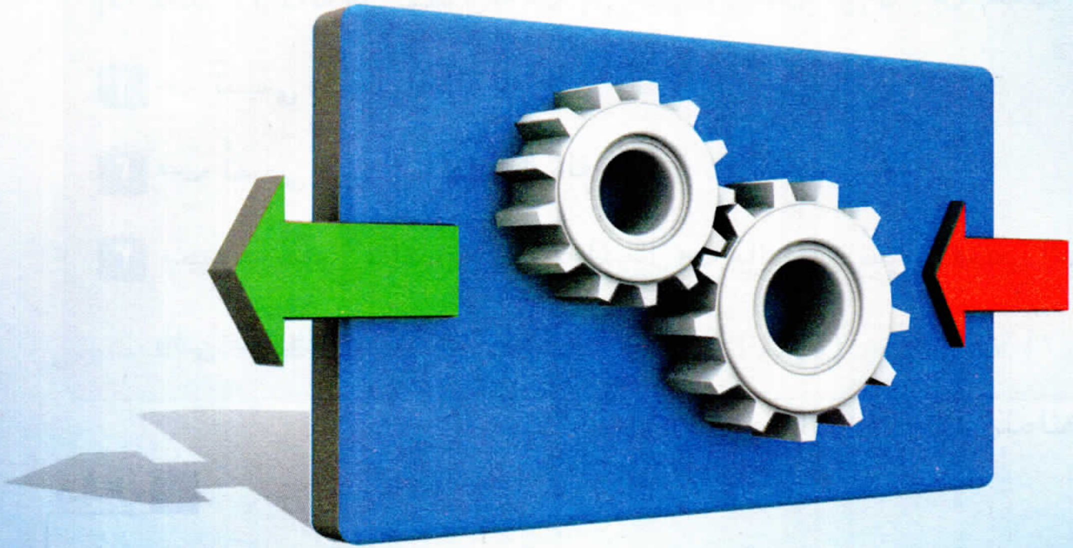
٣٧ إذا كانت ع دالة من س إلى ص حيث «أ ع ب» تعنى «أ مضاعف ب» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

، وإذا كان : ن(س) = ٤ ، ن(ص) = ٢ ، س ∪ ص = {٤ ، ٨ ، ٩ ، ٢٧}

أوجد كلًا من : س ، ص ثم اكتب بيان الدالة ع وأوجد مداها.

الدرس 3

التعبير الرمـزى عن الدالة - دوال كثيـرات الحـدود



التعبير الرمزى عن الدالة

* يُرمز عادةً للدالة من المجموعة سـ إلى المجموعة صـ بأحد الحروف مثل : د أو ر أو ...

وتكتب رياضيًا :

د : سـ ⟵ صـ وتُقرأ د دالة من سـ إلى صـ

أ ، ر : سـ ⟵ صـ وتُقرأ ر دالة من سـ إلى صـ وهكذا ...

* إذا كانت د : سـ ⟵ صـ وكان الزوج المرتب (ـس ، ص) ينتمى إلى بيان الدالة د

فإن العنصر ص يسمى صورة العنصر ـس بواسطة الدالة د

ونكتب ذلك بإحدى الصورتين :

د : ـس ⟻ ص وتُقرأ د ترسم ـس إلى ص

أ ، د : د (ـس) = ص وتُقرأ د دالة حيث د (ـس) = ص

فمثلًا : إذا كانت د : سـ ⟵ صـ بحيث د : ـس ⟻ ـس^{٢} فإن : د : ٣ ⟻ ٩

ويمكن أن نكتب ذلك على الصورة : د (ـس) = ـس^{٢} ومنها د (٣) = ٩

! ملاحظـة

الصورة الرياضية د (ـس) = ـس^{٢} تُسمى بقاعدة الدالة د ، وتستخدم لإيجاد صورة كل عنصر من عناصر المجال بواسطة الدالة د

تذكر أن

إذا كانت : د دالة من المجموعة س إلى المجموعة ص أى د : س ⟵ ص فإن :

١ س تُسمى **«مجال الدالة د»**

٢ ص تُسمى **«المجال المقابل للدالة د»**

٣ مجموعة صور عناصر مجموعة المجال س بالدالة د تُسمى **«مدى الدالة د»**

وهى مجموعة جزئية من المجال المقابل ص

مثال ١

إذا كانت : س = {−١ ، ٠ ، ١} ، ص = {٠ ، −١ ، −٢}

وكانت الدالة د : س ⟵ ص حيث د (س) = س^{٢} − ١

فأوجد بيان الدالة د ومثلها بمخطط سهمى واكتب مداها.

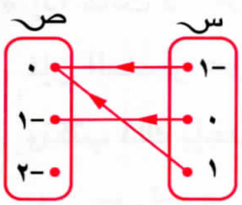
الحل

∵ د (س) = س^{٢} − ١

∴ د (−١) = (−١)^{٢} − ١ = ٠ ∴ (−١ ، ٠) ∈ بيان الدالة د

، د (٠) = (٠)^{٢} − ١ = −١ ∴ (٠ ، −١) ∈ بيان الدالة د

، د (١) = (١)^{٢} − ١ = ٠ ∴ (١ ، ٠) ∈ بيان الدالة د



∴ بيان د = {(−١ ، ٠) ، (٠ ، −١) ، (١ ، ٠)}

، مدى الدالة د = {٠ ، −١}

ملاحظة

إذا كانت : د دالة من المجموعة س إلى نفسها أى د : س ⟵ س

فنقول إن : **«د دالة على س»**

مثال ٢

إذا كانت د : ط ⟵ ط حيث ط هى مجموعة الأعداد الطبيعية ، وكانت : د (س) = س + ١

فأوجد : د (٠) ، د (١) ، د (٢) ، د (٣) ، د (٤) ثم ارسم جزءًا من الشبكة التربيعية للحاصل الديكارتى ط × ط ومثل عليها خمسة عناصر من هذه الدالة. ما هو مدى د ؟

الحل

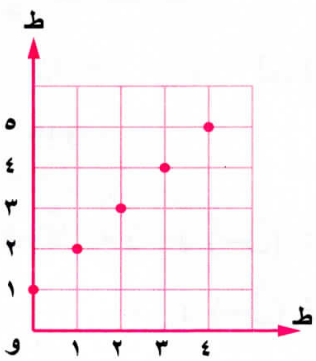
د (س) = س + ١ لكل س ∈ ط (تعنى أن : صورة أى عدد طبيعى بالدالة د هو العدد + ١)

∴ د (٠) = ٠ + ١ = ١ ، د (١) = ٢

، د (٢) = ٣ ، د (٣) = ٤ ، د (٤) = ٥

∴ الأزواج المرتبة (٠ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٤) ، (٤ ، ٥)

هى خمسة عناصر من عناصر الدالة د



- مدى د هو جميع الأعداد الطبيعية عدا الصفر

(لأنه لا يوجد عدد طبيعى إذا أُضيف إلى ١ يكون الناتج صفرًا)

أى أن : مدى د = ط − {٠}

حاول بنفسك ١

إذا كانت : س = {٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨} ، ص = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}

وكانت الدالة د : س ⟵ ص حيث د (س) = $\frac{١}{٢}$ س

فاكتب بيان د ومثلها بمخطط بيانى وأوجد مداها.

دوال كثيرات الحدود

تعريف

الدالة د : ح ← ح ، د (س) = $أ_٠ + أ_١ س + أ_٢ س^٢ + ... + أ_ن س^ن$

حيث $أ_٠ ، أ_١ ، أ_٢ ، ... ، أ_ن$ ∋ ح ، ن ∋ ط تسمى دالة كثيرة حدود.

أى أن :

الدالة كثيرة الحدود هى دالة قاعدتها حد أو مقدار جبرى ويتوفر فيها الشرطان الآتيان :

١ كل من المجال والمجال المقابل للدالة هو مجموعة الأعداد الحقيقية ح

٢ قوة (أس) المتغير س فى أى حد من حدود قاعدتها هو عدد طبيعى.

وفيما يلى أمثلة لدوال كثيرات الحدود :

- د : د (س) = ٢ س + ٥
- ر : ر (س) = $س^٢$ − ٢ س + ١
- ق : ق (س) = ٨
- ن : ن (س) = ١ + $\sqrt{٢}$ س − ٩ $س^٣$

ملاحظة

إذا كان أى من المجال أو المجال المقابل للدالة ليس مجموعة الأعداد الحقيقية فإن الدالة ليست كثيرة حدود.

فمثلًا : • د : د (س) = $\sqrt{س}$ ليست دالة كثيرة حدود

لأن د (س) غير موجودة فى ح إذا كانت س تساوى عددًا سالبًا.

فمثلًا : د (−١) ∌ ح لأن : $\sqrt{-١}$ ∌ ح

وبالتالى فإن مجال الدالة د ليس مجموعة الأعداد الحقيقية.

• ر : ر (س) = $\frac{١}{س}$ ليست دالة كثيرة حدود

لأن ر (س) غير موجودة فى ح إذا كانت س = ٠ أى أن : ر (٠) ∌ ح

وبالتالى فإن مجال الدالة ر ليس مجموعة الأعداد الحقيقية.

! ملاحظـة

عند بحث ما إذا كانت دالة تمثل دالة كثيرة حدود أم لا فإننا لا نقوم بتبسيط قاعدتها.

فمثلًا : الدالة د$_١$: د$_١$ (س) = س (س + $\frac{١}{س}$) لا تمثل دالة كثيرة حدود لأن : د$_١$ (٠) $\notin$ ح

بينما الدالة د$_٢$: د$_٢$ (س) = س^٢ + ١ تمثل دالة كثيرة حدود.

ولاحظ أن : س (س + $\frac{١}{س}$) = س^٢ + ١ لجميع الأعداد الحقيقية ما عدا الصفر.

حاول بنفسك ٢

أى من الدوال المعرفة بالقواعد الآتية تمثل دالة كثيرة حدود :

١ د$_١$ (س) = س (س^٢ − ٣)

٢ د$_٢$ (س) = س (س + $\frac{٢}{س}$ + ٥)

٣ د$_٣$ (س) = س^٢ − $\sqrt{س}$ + ١

٤ د$_٤$ (س) = س^٢ − (س^٢ − ٤)

درجة الدالة كثيرة الحدود

درجة الدالة كثيرة الحدود هى أكبر قوة للمتغير فى قاعدة الدالة.

فمثلًا :
- الدالة د$_١$: د$_١$ (س) = ٣ س − $\frac{١}{٢}$ من الدرجة الأولى (دالة خطية)
- الدالة د$_٢$: د$_٢$ (س) = $\sqrt{٥}$ س^٢ − ٣ س + ٤ من الدرجة الثانية (دالة تربيعية)
- الدالة د$_٣$: د$_٣$ (س) = س^٣ − ٥ س^٢ + ٤ من الدرجة الثالثة (دالة تكعيبية)

! ملاحظتان

- الدالة د : د (س) = أ حيث أ $\in$ ح − {٠} دالة كثيرة حدود من الدرجة صفر (دالة ثابتة

  مثل د : د (س) = ٣

  وفى حالة أ = ٠ أى عندما د (س) = ٠ فإن الدالة د ليس لها درجة.
- عند بحث درجة الدالة يجب تبسيط قاعدتها إلى أبسط صورة قبل تعيين درجتها.

مثال ٣

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ الدالة د : د (س) = س٢ (٢ + س)٢ هى دالة كثيرة حدود من الدرجة ....

(أ) الأولى. (ب) الثانية. (جـ) الثالثة. (د) الرابعة.

٢ الدالة د : د (س) = س٢ - (س - ٥)٢ كثيرة حدود من الدرجة ....

(أ) صفر (ب) الأولى. (جـ) الثانية. (د) الرابعة.

٣ الدالة د : د (س) = س٤ - (س٢ + ١) (س٢ - ١) كثيرة حدود من الدرجة ....

(أ) صفر (ب) الأولى. (جـ) الثانية. (د) الرابعة.

٤ إذا كانت : د (س) = س٢ - س - ٢ فإن : د (-٣) = ...

(أ) -٣ (ب) ٤ (جـ) ١٠ (د) ١٤

٥ إذا كانت : د (س) = س٢ - ٢ س + ٥ فإن : د (٠) = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٧

٦ إذا كانت : د (س) = س٢ - $\sqrt{٣}$ س فإن : د (- $\sqrt{٣}$) = ...

(أ) صفر (ب) ٣ (جـ) ٦ (د) ٢ $\sqrt{٣}$

٧ إذا كانت : د (س) = س٣ فإن : د (٣) + د (-٣) = ...

(أ) ٥٤ (ب) ٢٧ (جـ) ٦ (د) صفر

٨ إذا كانت : د (س) = أ س - ٦ ، د (٢) = صفر فإن : أ = ...

(أ) -٦ (ب) -٣ (جـ) ٣ (د) صفر

الحـــل

١ (د) **تفسير الحل :** ∵ د (س) = س^{٢} (٤ + ٤ س + س^{٢})

= ٤ س^{٢} + ٤ س^{٣} + س^{٤}

∴ د دالة من الدرجة الرابعة.

٢ (ب) **تفسير الحل :** ∵ د (س) = س^{٢} − (س^{٢} − ١٠ س + ٢٥)

= س^{٢} − س^{٢} + ١٠ س − ٢٥ = ١٠ س − ٢٥

∴ د دالة من الدرجة الأولى.

٣ (أ) **تفسير الحل :** ∵ د (س) = س^{٤} − (س^{٤} − ١) = س^{٤} − س^{٤} + ١ = ١

∴ د دالة من الدرجة صفر.

٤ (جـ) **تفسير الحل :** بالتعويض عن قيمة س = −٣ فى قاعدة الدالة.

∴ د (−٣) = (−٣)^{٢} − (−٣) − ٢ = ٩ + ٣ − ٢ = ١٠

٥ (جـ) **تفسير الحل :** بالتعويض عن قيمة س = ٠ فى قاعدة الدالة.

∴ د (٠) = ٠^{٢} − ٢ (٠) + ٥ = ٠ − ٠ + ٥ = ٥

٦ (جـ) **تفسير الحل :** بالتعويض عن قيمة س = −$\sqrt{٣}$ فى قاعدة الدالة.

∴ د (−$\sqrt{٣}$) = (−$\sqrt{٣}$)^{٢} − ($\sqrt{٣}$) (−$\sqrt{٣}$) = ٣ + ٣ = ٦

٧ (د) **تفسير الحل :** ∵ د (٣) = ٣^{٣} = ٢٧ ، د (−٣) = (−٣)^{٣} = −٢٧

∴ د (٣) + د (−٣) = ٢٧ + (−٢٧) = صفر

٨ (جـ) **تفسير الحل :** ∵ د (٢) = صفر ∴ أ × ٢ − ٦ = صفر

∴ ٢ أ = ٦ ∴ أ = ٣

حاول بنفسك ٣

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ الدالة د : د (س) = س (س^{٣} – ٢) كثيرة حدود من الدرجة ....

(أ) الأولى.　(ب) الثانية.　(جـ) الثالثة.　(د) الرابعة.

٢ إذا كانت : د (س) = ٣ – ٥ س　فإن : د (–٢) = ...

(أ) ١　(ب) ٥　(جـ) ٧　(د) ١٣

٣ إذا كانت : د (س) = س^{٢} + س – ١　فإن : د (١) + د (–١) = ...

(أ) –٢　(ب) صفر　(جـ) ٢　(د) ٣

٤ إذا كانت : د (س) = ٤ س + ك وكانت : د (٢) = ١٥　فإن : ك = ...

(أ) ٢　(ب) ٤　(جـ) ٧　(د) ١٥

مثال ٤

إذا كانت : د (س) = س^{٢} – ٢ س + ٥

أثبت أن : د (٢ $\sqrt{٢}$ + ١) = ٢ د (١ – $\sqrt{٢}$)

الحل

∵ د (٢ $\sqrt{٢}$ + ١) = (٢ $\sqrt{٢}$ + ١)^{٢} – ٢ (٢ $\sqrt{٢}$ + ١) + ٥

= ٨ + ١ + ٤ $\sqrt{٢}$ – ٤ $\sqrt{٢}$ – ٢ + ٥ = ١٢　(١)

، د (١ – $\sqrt{٢}$) = (١ – $\sqrt{٢}$)^{٢} – ٢ (١ – $\sqrt{٢}$) + ٥

= ١ + ٢ – ٢ $\sqrt{٢}$ – ٢ + ٢ $\sqrt{٢}$ + ٥ = ٦　(٢)

من (١) ، (٢) : ∴ د (٢ $\sqrt{٢}$ + ١) = ٢ د (١ – $\sqrt{٢}$)

مثال ٥

إذا كانت : د (س) = ٢ س + ب ، ر (س) = س^{٢} + ب

وكانت : د (٢) + ر (−٤) = ٣٠ **فأوجد :** د (−٢) − ر (٢)

الحل

∵ د (٢) = ٢ × ٢ + ب = ٤ + ب ، ر (−٤) = (−٤)^{٢} + ب = ١٦ + ب

، ∵ د (٢) + ر (−٤) = ٣٠ ∴ ٤ + ب + ١٦ + ب = ٣٠

∴ ٢٠ + ٢ ب = ٣٠ ∴ ٢ ب = ٣٠ − ٢٠ = ١٠

∴ ب = $\frac{١٠}{٢}$ = ٥

∴ د (س) = ٢ س + ٥ ، ر (س) = س^{٢} + ٥

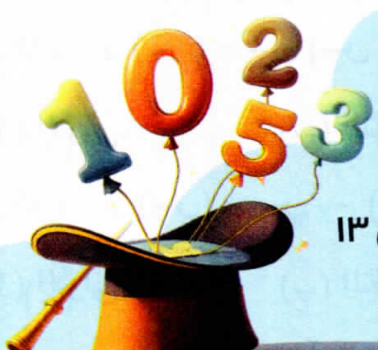
∴ د (−٢) = ٢ × (−٢) + ٥ = ١ ، ر (٢) = ٢^{٢} + ٥ = ٩

∴ د (−٢) − ر (٢) = ١ − ٩ = −٨

حاول بنفسك ٤

إذا كانت : د (س) = ٢ س + ٥ ، ر (س) = س − ٦

فأثبت أن : د (٢) + ٣ ر (٣) = صفر



عجائب الأرقام

- اختر عددًا صحيحًا بين ١٠٠ ، ١٠٠٠
- اضربه فى ٧ ، ثم اضرب الناتج فى ١١ ، والناتج اضربه فى ١٣
- كرر الأمر مع أعداد أخرى ... ولاحظ الناتج فى كل مرة.

تمارين 3

على التعبير الرمزى عن الدالة – دوال كثيرات الحدود

اختبار تفاعلى

● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات | أسئلة كتاب الوزارة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مجموعة صور عناصر مجال الدالة تسمى .... (مطروح ١٦ ، دمياط ١٥)

(أ) القاعدة. (ب) المجال. (جـ) المدى. (د) المجال المقابل.

٢ إذا كانت الدالة د : س ⟵ ص فإن مدى الدالة د ⊂ .... (السويس ٢٥ ، القاهرة ١٧)

(أ) س × ص (ب) س (جـ) ص × س (د) ص

٣ أى من الدوال الآتية دالة كثيرة حدود ؟

(أ) د : د (س) = س (س^{٢} + س$^{-٢}$ – ٤) (ب) د : د (س) = س^{٣} + س^{٢} + ٣

(جـ) د : د (س) = س^{٢} + $\sqrt{س}$ + ٨ (د) د : د (س) = $\sqrt[٣]{س}$ + ٨

٤ كل الدوال الآتية دوال كثيرات حدود ما عدا الدالة ....

(أ) د : د (س) = $\sqrt{٢}$ س – ٥ (ب) د : د (س) = ٣

(جـ) د : د (س) = س (س + $\frac{١}{س}$ – ٢) (د) د : د (س) = $\frac{س}{٢}$ – ٧

٥ الدالة د حيث د (س) = س^{٤} – ٢ س^{٣} + ٧

كثيرة حدود من الدرجة .... (ج. سيناء ١٩ ، السويس ١٥)

(أ) الأولى. (ب) الثانية. (جـ) الثالثة. (د) الرابعة.

٦ الدالة د : د (س) = س (س – ٢ س^{٢}) هى دالة كثيرة حدود من الدرجة ....

(أ) الأولى. (ب) الثانية. (جـ) الثالثة. (د) الرابعة.

٧ الدالة د : د (س) = س^{٢} – (س^{٢} – ٣ س) كثيرة حدود من الدرجة .... (بورسعيد ١٦)

(أ) الأولى. (ب) الثانية. (جـ) الثالثة. (د) الرابعة.

٨ الدالة د : د (س) = س^{٢} (س – ٣)^{٢} هى دالة كثيرة حدود من الدرجة .... (أسوان ١٣)

(أ) الأولى. (ب) الثانية. (جـ) الثالثة. (د) الرابعة.

٩ الدالة د : د (س) = $(س - ٥)^{٣}$ هى دالة كثيرة حدود من الدرجة .... (قنا ١١)

(أ) الأولى. (ب) الثانية. (جـ) الثالثة. (د) الرابعة.

١٠ إذا كانت : د (س) = $س^{ن}$ - ٢ وكانت : د (٣) = ٧ فإن درجة د (س)

هى .... (السويس ٢٤)

(أ) الأولى. (ب) الثانية. (جـ) الثالثة. (د) الرابعة.

١١ إذا كانت : د (س) = $س^{٢}$ - س + ٣ فإن : د (-٢) = ... (المنيا ٢٥)

(أ) -٢ (ب) -١ (جـ) ٥ (د) ٩

١٢ إذا كانت : د (س) = $س^{٢}$ - $\sqrt{٢}$ س فإن : د ($\sqrt{٢}$) = ... (الدقهلية ١١)

(أ) ٤ (ب) ٢ (جـ) ٦ (د) صفر

١٣ إذا كانت الدالة د : ح ← ح حيث د (س) = $س^{٢}$

فإن : د (٢) + د (-٢) = ...

(أ) صفر (ب) ٤ (جـ) ٨ (د) -٨

١٤ إذا كانت : د (س) = ك س + ٨ ، د (٢) = صفر

فإن : ك = ... (دمياط ٢٥ ، الدقهلية ٢٠ ، الشرقية ١٥)

(أ) ٨ (ب) ٦ (جـ) ٤ (د) -٤

١٥ إذا كانت : د (س) = س - ٥ وكان : $\frac{١}{٢}$ د (أ) = ٣ فإن : أ = ...

(أ) ٢ (ب) ٨ (جـ) ١١ (د) ١٦

١٦ إذا كانت : د : ح ← ح حيث د (س) = $س^{ك - ٢}$ + ٣ وكانت : د (٢) = ١١

فإن : ك = ... (الشرقية ٢٠)

(أ) ٥ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) -٣

١٧ إذا كان : (-١ ، ٠) ∈ بيان الدالة د حيث د (س) = م س + ٢ فإن : م = ...

(أ) صفر (ب) -١ (جـ) ٢ (د) -٢

١٨ إذا كان : (٣ ، ص) ∈ بيان الدالة د حيث د (س) = س + ٢ فإن : ص = ...

(أ) ٥ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) ١

١٩ إذا كان : (أ ، أ) ∈ بيان الدالة د حيث د (س) = ٢ س + ٣ فإن : أ = ...

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) −٣ (د) −٢

٢٠ إذا كانت د : د (س) = ٣ س + ٥ ، وكان : أ + ب = ٩

فإن : د (أ) + د (ب) = ... (الدقهلية ٢٥)

(أ) ٣٧ (ب) ٣٢ (جـ) ٢٧ (د) ١٤

٢١ إذا كانت : د (س + ٣) = س − ٣ فإن : د (٧) = ... (الدقهلية ١٩)

(أ) ٤ (ب) ١ (جـ) ٧ (د) ١٠

٢٢ إذا كانت : س = {٢ ، ٤ ، ٦} وكان ن (ص) = ٤ وكانت الدالة د : س ⟵ ص

، د (س) = $س^٢$ − ١ فإن : ص يمكن أن تكون ....

(أ) {٣ ، ٧ ، ١٣} (ب) {٣ ، ١٥ ، ٢٥ ، ٤٥}

(جـ) {٣ ، ١٥ ، ٣٥} (د) {٣ ، ١٥ ، ٢٥ ، ٣٥}

٢٣ إذا كانت : د (س) = ن $س^٢$ + ٢ $س^ن$ − ٣ فإن مجموعة قيم ن الممكنة التي تجعل د دالة

من الدرجة الثانية هي .... (الدقهلية ١٦)

(أ) {٢ ، ٣} (ب) {١ ، −١} (جـ) {٢ ، ١ ، ٠} (د) {٢ ، ١}

٢٤ إذا كانت الدالة د : د (س) = $(س)^{\frac{٣}{ك}}$ + $(س)^{٢ - ك}$ دالة كثيرة حدود

فإن الدالة د من الدرجة .... (الدقهلية ٢٥)

(أ) الصفرية. (ب) الأولى. (جـ) الثانية. (د) الثالثة.

---

٢ إذا كانت د : ح ⟵ ح ، اذكر درجة د ثم أوجد د (−٢) ، د (٠) ، د $\left(\frac{١}{٢}\right)$ حيث :

١ د (س) = ٣ − ٢ س ٢ د (س) = $س^٢$ − ٤

---

٣ إذا كانت : د (س) = ٢ $س^٢$ − ٥ س + ٢ **أثبت أن :** د (٢) = د $\left(\frac{١}{٢}\right)$ (الأقصر ١٤)

---

٤ إذا كانت : د (س) = ٢ س − ١ **أثبت أن :** د (٢) − ٣ د (١) = صفر (الغربية ١١)

٥ إذا كانت : د (س) = س^{٢} − ٣ س ، ر (س) = س − ٣

١ **أوجد :** د ($\sqrt{٢}$) + ٣ ر ($\sqrt{٢}$) **٢** **أثبت أن :** د (٣) = ر (٣) = صفر

(الإسكندرية ٢٤ ، بورسعيد ٢٠ ، قنا ١٩ ، الإسكندرية ١٨ ، المنيا ١٧)

---

٦ إذا كانت : د (س) = س^{٢} − ٢ س − ٥ **أثبت أن :** د (١ + $\sqrt{٦}$) = د (١ − $\sqrt{٦}$) = ٠

---

٧ الدالة د : ح ⟵ ح حيث د (س) = أ س^{٢} + ب س + ٥ ، أ ≠ صفر ،

ب عدد حقيقى لا يساوى الصفر

١ **أوجد :** درجة الدالة د

٢ إذا كانت د (٣) = ١١ **فأوجد قيمة :** ب (المنيا ١٨) «٢»

---

٨ إذا كانت : د (س) = ٥ س − ب ، ر (س) = س − ٢ ب

وكانت : د (١) + ر (٣) = −٧ **فأوجد :** د (٣) + ر (١) «١»

---

٩ إذا كانت د : ص ⟵ ط حيث د (س) = (س − ٣)^{٢} ، ر : ص ⟵ ط

حيث ر (س) = س − ٣ **فأوجد :** قيمة س التى تجعل د (س) = ر (س) «٣ أ ، ٤»

---

١٠ إذا كانت د دالة على س حيث س = {٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}

وكانت د (٣) = ٣ ، د (٤) = ٥ ، د (٥) = ٥ ، د (٦) = ٥

١ مثل د بمخطط سهمى. **٢** اكتب بيان د واذكر مداها. (الإسماعيلية ١٥)

---

١١ إذا كانت : س = {٠ ، ١ ، ٣} ، ص = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٧}

وكانت د : س ⟵ ص حيث د (س) = ٥ − س

١ **أوجد :** مدى الدالة د **٢** ارسم مخططًا بيانيًا للدالة د (الوادى الجديد ١٧)

١٢ إذا كانت الدالة ت : ط ⟵ ط حيث ط مجموعة الأعداد الطبيعية ،

ت : س ⟼ ٢ س + ٣

١ **أوجد :** ت (٠) ، ت (١) ، ت (٢) ، ت (٣) ، ت (٤) ، ت (٥)

٢ مثل خمسة عناصر من عناصر ت على جزء من الشبكة التربيعية للحاصل الديكارتى ط × ط

٣ ما هو مدى ت ؟

---

١٣ إذا كانت د : ص ⟵ ص ، ص مجموعة الأعداد الصحيحة ،

د (س) = $س^٢$ − ٢ س − ٣

١ **أوجد :** د (٤) ، د (٣) ، د (٢) ، د (١) ، د (٠) ، د (−١) ، د (−٢)

٢ مثل سبعة عناصر من عناصر د على الشبكة التربيعية للحاصل الديكارتى ص × ص

٣ إذا كانت : د (س) = ٥ **فأوجد قيمة : س** «٤ أ ، −٢»

---

١٤ إذا كانت : د (س) = أ س + ب وكانت : د (أ) = ب

فأوجد قيمة المقدار : أ $ب^٢$ + ٥ (الشرقية ١٩) «٥»

---

١٥ إذا كان بيان الدالة د = {(١ ، ٣) ، (٢ ، ٥) ، (٣ ، ٧) ، (٤ ، ٩) ، (٥ ، ١١)}

١ اكتب مجال الدالة د ٢ اكتب مدى الدالة د

٣ اكتب قاعدة للدالة د (الأقصر ١٩ ، ش. سيناء ١٧ ، دمياط ١٦)

للمتفوقين

١٦ إذا كانت : د (س) = ٢ $س^٢$ + ب س + جـ

وكانت : د (س) = ٠ عندما س ∈ {٠ ، ٣}

فأوجد قيمة كل من : ب ، جـ «−٦ ، ٠»

الدرس 4

دراسة بعض دوال كثيرات الحـدود



أولًا الدالة الخطية

تعريف

الدالة د : ح ⟵ ح حيث د (س) = أ س + ب ، أ ∈ ح - {٠} ، ب ∈ ح

تسمى دالة خطية (وهى كثيرة حدود من الدرجة الأولى)

* **أمثلة لدوال خطية :**

- د : ح ⟵ ح ، د (س) = س - ١
- د : ح ⟵ ح ، د (س) = ٢ س + ١
- د : ح ⟵ ح ، د (س) = ٣ س

لاحظ أنه

فى كل من الدوال المجاورة أس المتغير س يساوى ١ لذلك فإن كلًا منها دالة من الدرجة الأولى.

التمثيل البيانى للدالة الخطية

* الدالة الخطية د : ح ⟵ ح حيث د (س) = أ س + ب ، أ ∈ ح - {٠} ، ب ∈ ح

يمثلها بيانيًا **خط مستقيم** يقطع :

- محور الصادات فى النقطة (٠ ، ب)
- محور السينات فى النقطة ($\frac{-ب}{أ}$ ، ٠)

* عند تمثيل الدالة الخطية يُكتفى بإيجاد زوجين مرتبين ينتميان إلى بيان الدالة. ويمكنك إيجاد زوج مرتب ثالث للتحقق أن النقط الثلاث الممثلة للأزواج المرتبة تقع على خط مستقيم واحد.

مثال ١

مثل بيانيًا كلًا من الدالتين الآتيتين :

١ د : د (س) = ٢ س – ٣ ‏‏‏‏‏‏ ٢ ر : ر (س) = – $\frac{١}{٢}$ س

الحل

١ لتمثيل هذه الدالة بيانيًا :

- نعين ثلاثة أزواج مرتبة تنتمى إلى بيان د : د (س) = ٢ س – ٣

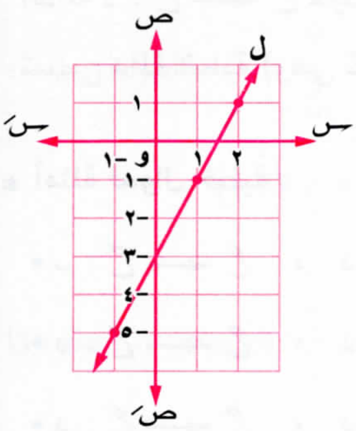
∴ د (–١) = ٢ × (–١) – ٣ = –٥ ‏‏ ∴ (–١ ، –٥) ∈ د

، د (١) = ٢ × ١ – ٣ = –١ ‏‏ ∴ (١ ، –١) ∈ د

، د (٢) = ٢ × ٢ – ٣ = ١ ‏‏ ∴ (٢ ، ١) ∈ د

- يمكن ترتيب هذه الأزواج المرتبة فى جدول كالتالى :

س	–١	١	٢
ص = د (س)	–٥	–١	١



- نعين فى المستوى الديكارتى النقط الثلاث التى تمثل هذه الأزواج المرتبة ونرسم المستقيم ل المار بأى نقطتين منها ونتحقق من أن النقطة الثالثة تقع على نفس المستقيم فيكون هذا المستقيم هو الشكل البيانى للدالة د

لاحظ أنه : يمكن إيجاد نقطتى التقاطع مع المحورين واستخدامهما فى التمثيل :

- نقطة التقاطع مع محور الصادات = (٠ ، ب) = (٠ ، –٣)
- نقطة التقاطع مع محور السينات = ($\frac{-ب}{أ}$ ، ٠) = ($\frac{٣}{٢}$ ، ٠)

٢ ∵ ر (س) = $-\frac{1}{2}$ س

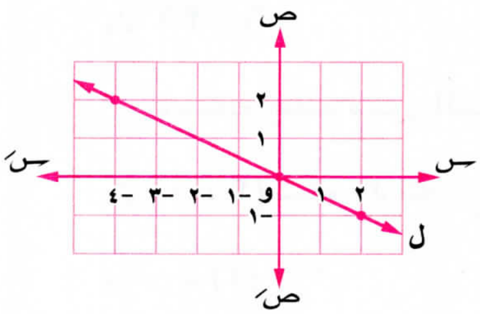
س	٠	٢	٤-
ص = ر (س)	٠	١-	٢

من الشكل المقابل لاحظ أن :

المستقيم ل يمر بنقطة الأصل و (٠ ، ٠)

لاحظ أنه

إذا كان معامل س كسرًا يفضل أن نختار أعدادًا تقبل القسمة على مقام هذا الكسر لسهولة التمثيل.



وبصفة عامة

الدالة د : ح ⟵ ح حيث د (س) = أ س ، أ ∈ ح*

يمثلها بيانيًا مستقيم يمر بنقطة الأصل (٠ ، ٠)

حاول بنفسك ١

مثل بيانيًا كلًا من الدالتين الخطيتين الآتيتين :

١ د : د (س) = ٣ س − ٣ ٢ د : د (س) = ٢ س

مثال ٢

١ إذا كانت النقطة (أ ، − أ) تقع على المستقيم الذى يمثل الدالة د : د (س) = س − ٦

أوجد : قيمة أ

٢ إذا كان المستقيم الممثل للدالة د : ح ⟵ ح حيث د (س) = أ س + ب يقطع محور الصادات فى النقطة (٠ ، ٣) وكانت د (٢) = ٧

أوجد : قيمة كل من أ ، ب

الحـــل

١ ∵ (أ ، – أ) تقع على المستقيم الذى يمثل الدالة د

∴ (أ ، – أ) تحقق الدالة ∴ أ – ٦ = – أ

∴ ٢ أ = ٦ ∴ **أ = ٣**

٢ ∵ المستقيم يقطع محور الصادات فى النقطة (٠ ، ٣)

∴ (٠ ، ٣) تحقق الدالة ∴ ٣ = أ × ٠ + ب ∴ **ب = ٣**

، ∵ د (٢) = ٧ ∴ ٧ = ٢ أ + ٣

∴ ٢ أ = ٤ ∴ **أ = ٢**

حاول بنفسك ٢

إذا كان المستقيم الممثل للدالة د : ح ⟵ ح حيث د (س) = ٤ س – أ يقطع محور السينات فى النقطة (٢ ، ب)

أوجد : قيمة كل من أ ، ب

ثانيًا الدالة الثابتة

تعريف

الدالة د : ح ⟵ ح حيث د (س) = ب ، ب ∈ ح تسمى دالة ثابتة.

فمثلًا :

د : د (س) = ٥ دالة ثابتة حيث :

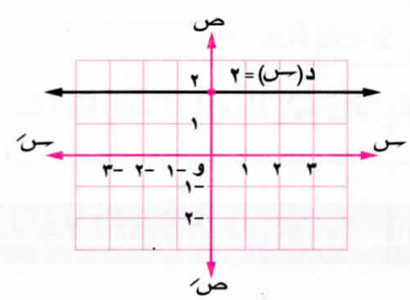
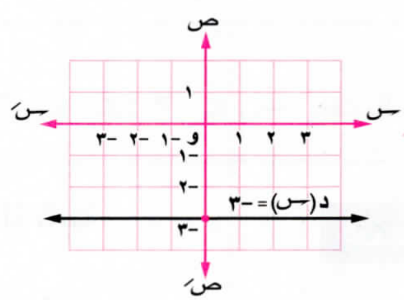
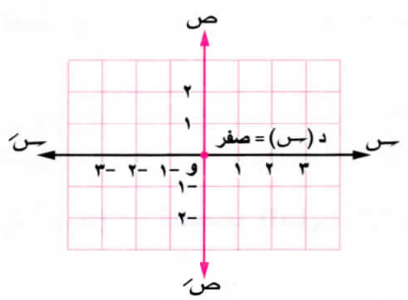
د (١) = ٥ ، د (٠) = ٥ ، د (–٢) = ٥ ، ... وهكذا

التمثيل البيانى للدالة الثابتة

الدالة الثابتة د : د (س) = ب (حيث ب ∈ ح) يمثلها بيانيًا خط مستقيم يوازى محور السينات ويمر بالنقطة (٠ ، ب) ويكون هذا الخط :

- أعلى محور السينات   إذا كان : ب > ٠
- أسفل محور السينات   إذا كان : ب < ٠
- منطبق على محور السينات   إذا كان : ب = ٠

* **والأمثلة التالية توضح ذلك :**

د : د (س) = ٢	د : د (س) = −٣	د : د (س) = ٠
		
المستقيم أعلى محور السينات ويمر بالنقطة (٠ ، ٢)	المستقيم أسفل محور السينات ويمر بالنقطة (٠ ، −٣)	المستقيم منطبق على محور السينات ويمر بالنقطة (٠ ، ٠)

مثال ٣

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ الدالة د : ح ⟵ ح حيث د (س) = −٣ يمثلها خط مستقيم يقطع محور الصادات فى النقطة ....

(أ) (−٣ ، ٠)   (ب) (٠ ، −٣)   (جـ) (٣ ، ٠)   (د) (٠ ، ٣)

٢ إذا كانت : د (س) = ٤ فإن : د (٢) .... د (٣)

(أ) > (ب) < (جـ) = (د) ≠

٣ إذا كانت : د (س) = ٥ فإن : ٢ د (٣) = ...

(أ) ٦ (ب) د (٦) (جـ) ١٠ (د) ٣ د (٢)

٤ إذا كانت : د (س) = ٧ فإن : د (٧) + د (–٧) = ...

(أ) –١٤ (ب) –٧ (جـ) ٧ (د) ١٤

٥ إذا كانت : د (س) = ٢ فإن : د (س – ٢) = ...

(أ) –٢ (ب) صفر (جـ) ٢ (د) ٤

الحل

١ (ب)

٢ (جـ) **تفسير الحل :** ∵ د دالة ثابتة ∴ د (٢) = د (٣) = ٤

٣ (جـ) **تفسير الحل :** ∵ د دالة ثابتة ∴ ٢ د (٣) = ٢ × ٥ = ١٠

٤ (د) **تفسير الحل :** ∵ د دالة ثابتة ∴ د (٧) + د (–٧) = ٧ + ٧ = ١٤

٥ (جـ) **تفسير الحل :** ∵ د دالة ثابتة ∴ د (س – ٢) = د (س) = ٢

حاول بنفسك ٣

مثل بيانيًا د : د (س) = –١ ثم أوجد ما يأتى :

١ درجة الدالة د

٢ د (٥)

٣ د (٢) + د (–٢)

٤ د (–س)

ثالثًا الدالة التربيعية

تعريف

الدالة د : ح ⟵ ح حيث د (س) = أ س^{2} + ب س + حـ ، أ ، ب ، حـ أعداد حقيقية ، أ ≠ ٠
تُسمى دالة تربيعية (وهى كثيرة حدود من الدرجة الثانية).

* **أمثلة لدوال تربيعية :**

- د : ح ⟵ ح ، د (س) = س^{2}
- د : ح ⟵ ح ، د (س) = س^{2} − ٢
- د : ح ⟵ ح ، د (س) = ٣ س^{2} − ٧ س + ٢
- د : ح ⟵ ح ، د (س) = ٦ − س^{2} + س

لاحظ أنه

فى كل من الدوال السابقة أكبر قوة للمتغير س هى ٢ لذلك فإن كلًا منها دالة من الدرجة الثانية.

التمثيل البيانى للدالة التربيعية

نعلم أن مجال الدالة التربيعية هو مجموعة الأعداد الحقيقية وهى مجموعة غير منتهية ،

ولذلك لتمثيل هذه الدالة بيانيًا فإننا نمثلها على فترة معينة عن طريق تعيين بعض الأزواج المرتبة التى تنتمى إلى بيان الدالة ثم نرسم منحنى ممهدًا يمر بالنقط التى تمثلها.

والأمثلة التالية توضح ذلك.

مثال ٤

مثل بيانيًا كلًا من الدالتين التربيعيتين الآتيتين :

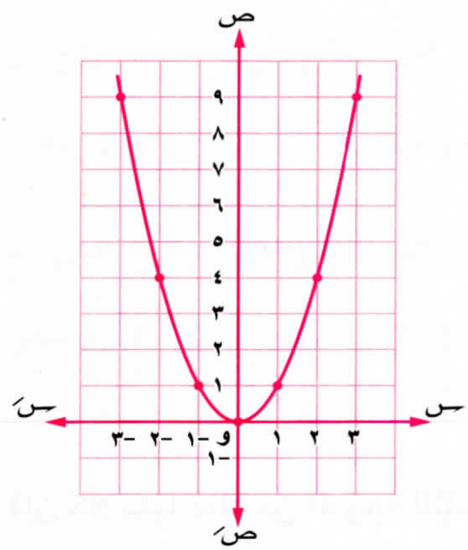
١ د : د (س) = س^{2} متخذًا س ∈ [−٣ ، ٣]

٢ د : د (س) = − س^{2} متخذًا س ∈ [−٣ ، ٣]

الحل

١ د (س) = $س^{٢}$

س	-٣	-٢	-١	٠	١	٢	٣
د (س)	٩	٤	١	٠	١	٤	٩

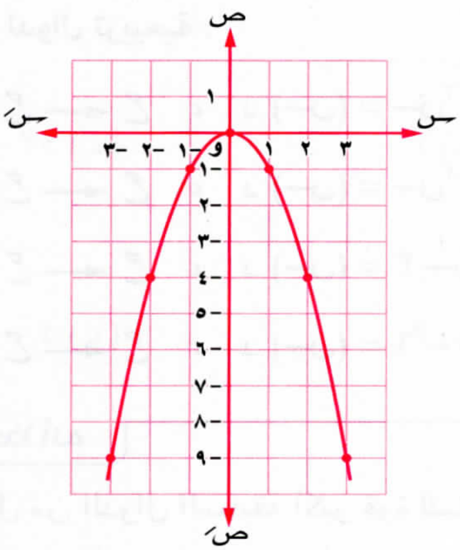


لاحظ أن : معامل $س^{٢}$ > ٠

- النقطة (٠ ، ٠) هى نقطة رأس المنحنى وهى نقطة **قيمة صغرى** لأن المنحنى يقع بتمامه **فوقها**.
- القيمة **الصغرى** للدالة هى صفر وهى الإحداثى الصادى لنقطة رأس المنحنى.
- المنحنى متماثل بالنسبة لمحور الصادات أى أن محور الصادات هو محور تماثل المنحنى ومعادلته هى س = ٠

٢ د (س) = $-س^{٢}$

س	-٣	-٢	-١	٠	١	٢	٣
د (س)	-٩	-٤	-١	٠	-١	-٤	-٩



لاحظ أن : معامل $س^{٢}$ < ٠

- النقطة (٠ ، ٠) هى نقطة رأس المنحنى وهى نقطة **قيمة عظمى** لأن المنحنى يقع بتمامه **أسفلها**.
- القيمة **العظمى** للدالة هى صفر وهى الإحداثى الصادى لنقطة رأس المنحنى.
- المنحنى متماثل بالنسبة لمحور الصادات أى أن محور الصادات هو محور تماثل المنحنى ومعادلته هى س = ٠

وبصفة عامة

الدالة التربيعية د : د (س) = أ س^2 + ب س + حـ حيث أ ، ب ، حـ أعداد حقيقية ، أ ≠ صفر يكون لها الخصائص الآتية :

١ نقطة رأس المنحنى = $\left(\frac{-ب}{٢أ} ، د\left(\frac{-ب}{٢أ}\right)\right)$

٢ إذا كان أ (معامل س^2) موجبًا فإن منحنى الدالة يكون مفتوحًا لأعلى

وفى هذه الحالة يكون للدالة قيمة صغرى تساوى د $\left(\frac{-ب}{٢أ}\right)$

٣ إذا كان أ (معامل س^2) سالبًا فإن منحنى الدالة يكون مفتوحًا لأسفل

وفى هذه الحالة يكون للدالة قيمة عظمى تساوى د $\left(\frac{-ب}{٢أ}\right)$

٤ منحنى الدالة يكون متماثلًا حول الخط الرأسى المار بنقطة رأس المنحنى

وتكون معادلة هذا الخط : س = $\frac{-ب}{٢أ}$ ويُسمى محور تماثل منحنى الدالة.

مثال ٥

ارسم الشكل البيانى للدالة د : د (س) = س^2 − ٢ س − ٣ متخذًا س ∈ [−٢ ، ٤]

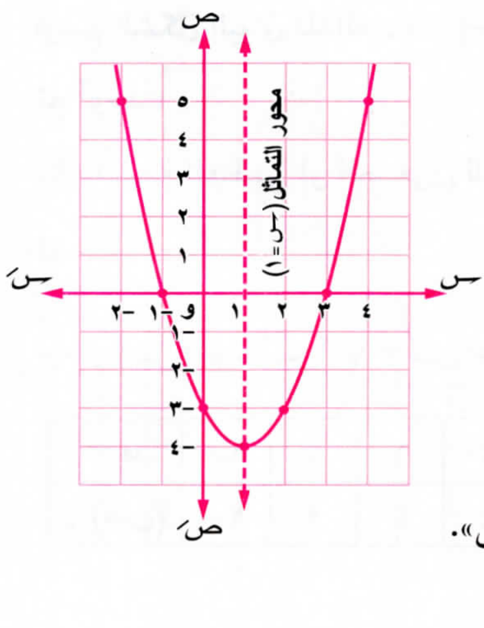
ومن الرسم أوجد : ١ نقطة رأس المنحنى. ٢ معادلة محور التماثل.

٣ القيمة العظمى أو الصغرى للدالة.

الحل

∵ د (س) = س^2 − ٢ س − ٣

س	−٢	−١	٠	١	٢	٣	٤
د (س)	٥	٠	−٣	−٤	−٣	٠	٥



من الرسم نجد أن :

١ نقطة رأس المنحنى : (١ ، −٤)

٢ معادلة محور التماثل : س = ١

«وهو مستقيم يوازى محور الصادات ويمر بنقطة رأس المنحنى».

٣ القيمة الصغرى للدالة = −٤

ملاحظة

يمكن تكوين الجدول المستخدم فى رسم الدالة السابقة باستخدام الآلة الحاسبة العلمية التى تدعم نظام (Table) على النحو التالى :

١ تهيئة الحاسبة على نظام (Table) ، وذلك بالضغط على مفتاح MODE ثم اختيار نظام (Table)

٢ إدخال البيانات : نكتب قاعدة الدالة السابقة ، وذلك بالضغط على المفاتيح التالية :

ابدأ ← ALPHA ( ) x^2 − 2 ALPHA ( ) − 3

٣ نضغط على المفتاح = ثم فى بداية الفترة START نكتب (-) 2 ثم نضغط =

٤ نكتب فى نهاية الفترة END? الرقم 4 ثم نضغط =

٥ نحدد بعد ذلك طول الفترة STEP? ونختار الرقم 1 ثم نضغط =

	x	F(x)
1	-2	5
2	-1	0
3	0	-3
4	1	-4
5	2	-3
6	3	0
7	4	5

وبذلك يتم إنشاء الجدول فى الحاسبة ، ويمكن التنقل باستخدام المفتاح REPLAY إلى أعلى وإلى أسفل.

- وللخروج من البرنامج : نضغط MODE SETUP ثم 1

مثال ٦

ارسم الشكل البيانى للدالة د : د (س) = − س^{٢} + ٣ س + ٢ متخذاً س ∈ [−١ ، ٤]

ثم أوجد :

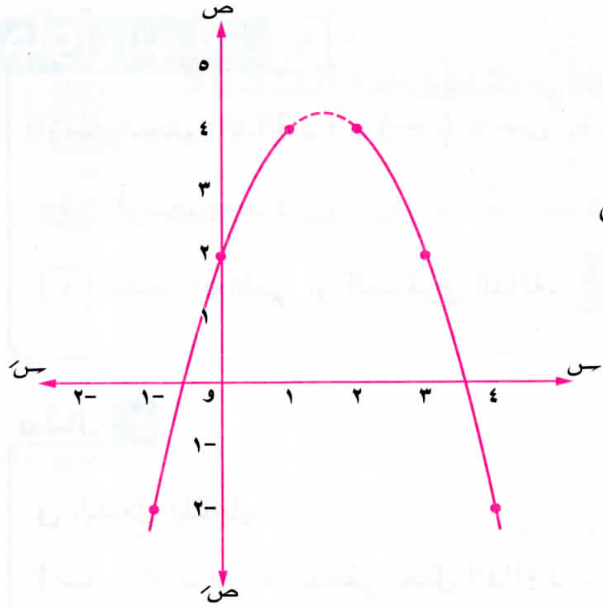
١ القيمة العظمى أو الصغرى للدالة. ٢ معادلة محور التماثل.

الحل

∵ د (س) = − س^{٢} + ٣ س + ٢

س	−١	٠	١	٢	٣	٤
د (س)	−٢	٢	٤	٤	٢	−٢

وعند تمثيل الأزواج المرتبة نلاحظ أن نقطة رأس المنحنى ليست ضمن هذه النقط مما يجعل رسم الجزء المنقط بالشكل المقابل غير دقيق ، وبالتالى يصعب دراسة المنحنى ، ولذا يجب إيجاد نقطة رأس المنحنى جبريًا كما يلى :



إيجاد نقطة رأس المنحنى

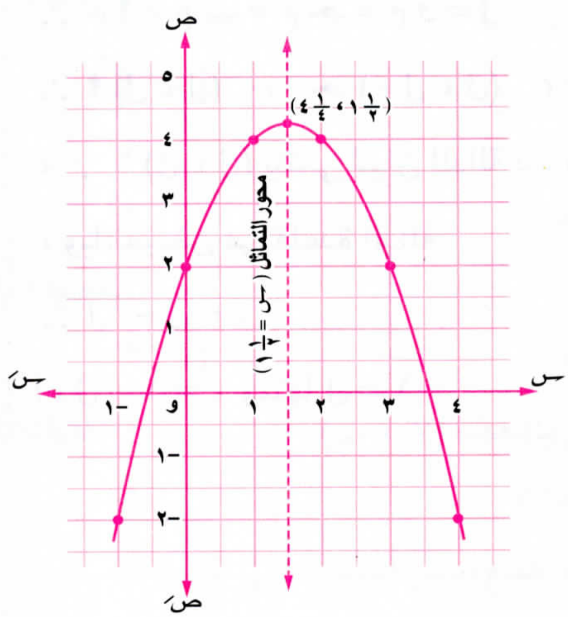
عند رأس منحنى الدالة التربيعية يكون :

- الإحداثى السينى = $\frac{-ب}{٢ أ}$
- الإحداثى الصادى = د $\left(\frac{-ب}{٢ أ}\right)$

حيث ب معامل س ، أ معامل $س^٢$

∴ س عند رأس المنحنى = $\frac{-٣}{٢ \times (-١)} = \frac{-٣}{-٢} = ١\frac{١}{٢}$

، ∵ د $\left(١\frac{١}{٢}\right) = \frac{-٩}{٤} + \frac{٩}{٢} + ٢ = ٤\frac{١}{٤}$ ∴ رأس المنحنى عند النقطة $\left(١\frac{١}{٢} ، ٤\frac{١}{٤}\right)$



* **من نقطة رأس المنحنى نجد أن :**

١ القيمة العظمى للدالة = $٤\frac{١}{٤}$

٢ معادلة محور التماثل هى : س = $١\frac{١}{٢}$

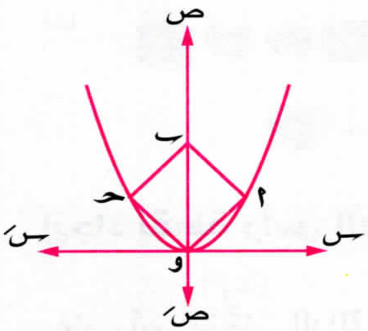
حاول بنفسك ٤

ارسم منحنى الدالة د : د (س) = س٢ + ٢ س − ٣ على الفترة [−٤ ، ٢]

ومن الرسم أوجد :

(١) القيمة العظمى أو الصغرى للدالة. (٢) معادلة محور التماثل.

مثال ٧



فى الشكل المقابل :

أ ب حـ و مربع ، المنحنى يمثل الدالة د : د (س) = س٢

أوجد إحداثيات النقط : أ ، ب ، حـ

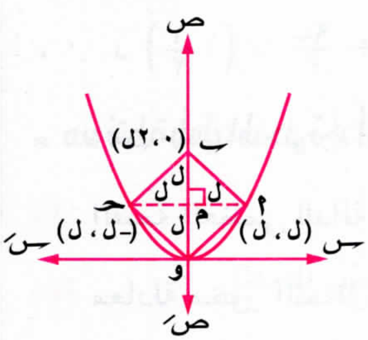
الحل

نرسم قطر المربع أحـ ليتقاطع مع القطر ب و فى نقطة م

∵ قطرا المربع متساويان فى الطول وينصف كل منهما الآخر

∴ م أ = م ب = م حـ = م و

وبفرض أن : م أ = ل



∴ م أ = م ب = م حـ = م و = ل

∴ أ (ل ، ل) ، حـ (− ل ، ل) ، ب (٠ ، ٢ ل)

، ∵ أ (ل ، ل) ينتمى لبيان الدالة د : د (س) = س٢

، وبالتعويض فى قاعدة الدالة : ∴ ل = ل٢

∴ ل٢ − ل = ٠ ∴ ل (ل − ١) = ٠ ∴ ل = ٠ (مرفوض)

أ، ل − ١ = ٠ ومنها ل = ١ ∴ أ (١ ، ١) ، ب (٠ ، ٢) ، حـ (−١ ، ١)

تمارين 4 على بعض دوال كثيرات الحدود

اختبار تفاعلى

● تذكر ● فهم ○ تطبيق ● حل مشكلات | أسئلة كتاب الوزارة

أولًا مسائل على الدالة الخطية والدالة الثابتة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : د (س) = ٧ فإن : د (–٣) = ... (الجيزة ١٧)

(أ) ٧ (ب) –٧ (جـ) ٢١ (د) –٢١

٢ إذا كانت : د (س) = ٢ فإن : ٣ د $\left(\sqrt{٢}\right)$ = ...

(أ) د $\left(٣\sqrt{٢}\right)$ (ب) ٦ (جـ) ٣ (د) ٢

٣ إذا كانت : د (س) = ٢ فإن : د (٣) – د (١) = ... (الدقهلية ١٣)

(أ) د (٢) (ب) ٢ (جـ) صفر (د) ١٠

٤ إذا كانت د دالة حيث د : ح ⟵ ح وكانت د (س) = ٣ فإن : $\frac{\text{د (٦)}}{\text{د (صفر)}}$ = ... (الدقهلية ١٧)

(أ) ٦ (ب) ١ (جـ) ٣ (د) غير معرفة.

٥ إذا كانت : د (س) = ٣ فإن : $\frac{\text{٢ د (٣)}}{\text{٣ د (٢)}}$ = ... (الإسكندرية ٠٥)

(أ) $\frac{٢}{٣}$ (ب) $\frac{٣}{٢}$ (جـ) ١ (د) $\frac{٣٢}{٢٣}$

٦ إذا كانت : د (س) = –٧ فإن : د (س + ٧) = ...

(أ) –٧ (ب) صفر (جـ) ٧ (د) ١٤

٧ إذا كانت : د (٢ س) = ٤ فإن : د (– س) = ... (الدقهلية ٠٩)

(أ) –٢ (ب) –٤ (جـ) ٤ (د) ٢

٨ الدالة د : د (س) = ٩ يمثلها بيانيًا خط مستقيم يمر بالنقطة (٧ ، ...) (القاهرة ٢٥)

(أ) –٧ (ب) صفر (جـ) ٧ (د) ٩

٩ الدالة د : ح ⟵ ح حيث د (س) = ٥ يمثلها خط مستقيم يقطع محور الصادات فى النقطة ....

(أ) (٥ ، ٠) (ب) (٠ ، ٥) (جـ) (–٥ ، ٠) (د) (٠ ، –٥)

10 الدالة الخطية المعرفة بالقاعدة : ص = ٢ س − ١ يمثلها خط مستقيم يقطع محور الصادات في النقطة .... (المنيا ٢٥ ، مطروح ٢٠)

(أ) (٠ ، ١) (ب) (٠ ، −١) (جـ) (١ ، ٠) (د) (−١ ، ٠)

11 الدالة الخطية المعرفة بالقاعدة د (س) = ٣ س + ٦ يمثلها خط مستقيم يقطع محور السينات في النقطة ....

(أ) (٠ ، −٢) (ب) (−٢ ، ٠) (جـ) (٠ ، −٦) (د) (−٦ ، ٠)

12 الدالة د : د (س) = ٣ س يمثلها بيانيًا خط مستقيم يمر بالنقطة .... (بني سويف ١٧)

(أ) (٣ ، ٣) (ب) (٣ ، ٠) (جـ) (٠ ، ٠) (د) (٠ ، ٣)

13 إذا كان المستقيم الذى يمثل الدالة د : د (س) = ٢ س − أ يمر بنقطة الأصل

فإن : أ = ... (الفيوم ١٧)

(أ) −٢ (ب) ٢ (جـ) صفر (د) ٣

14 إذا كانت النقطة (أ ، ٣) تقع على الخط المستقيم الممثل للدالة د : ح ⟵ ح

حيث د (س) = ٤ س − ٥ فإن : أ = ... (مطروح ٢٤ ، دمياط ٢٢ ، الوادى الجديد ٢٠)

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٥

15 إذا كانت (أ ، ٤) إحدى نقط الدالة ر : ح ⟵ ح ، ر (س) = ٢ س + ب

فإن : ٦ أ + ٣ ب = ... (الدقهلية ١٧)

(أ) ١٢ (ب) ٩ (جـ) ٦ (د) ٣

16 إذا كانت الدالة د : د (س) = (أ + ٢) $س^٢$ + ٥ س + م تمثل بخط مستقيم يمر بنقطة الأصل

فإن : أ + م = ... (الشرقية ٢٥)

(أ) −١ (ب) −٢ (جـ) صفر (د) ١

---

2 مثل بيانيًا كلًا من الدوال الآتية حيث س ∈ ح :

1 د : د (س) = ٥

2 د : د (س) = −٤

3 د : د (س) = صفر

4 د : د (س) = ٢ $\frac{١}{٢}$

تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات

٣ مثل بيانيًا كلًا من الدوال الخطية الآتية ، وأوجد نقطتى تقاطع المستقيم الممثل لكل منها مع محورى الإحداثيات حيث س ∈ ح :

١ د : د (س) = س	٢ د : د (س) = − س
٣ د : د (س) = ٣ س	٤ د : د (س) = − ٢ س
٥ د : د (س) = س + ٢	٦ د : د (س) = ٢ − س
٧ د : د (س) = ٣ س − ١	٨ د : د (س) = − ٢ س + ٣
٩ د : د (س) = $\frac{١}{٢}$ س	١٠ د : د (س) = ٥ − $\frac{١}{٢}$ س

---

٤ إذا كانت الدالة د : د (س) = أ $س^{٢}$ + ٥ س + ٤ دالة خطية

أوجد : ١ قيمة أ ٢ د (−٢) (قنا ٢٣) «٠ ، −٦»

---

٥ إذا كان المستقيم الممثل للدالة د : ح ⟵ ح حيث د (س) = ٦ س − أ يقطع محور الصادات فى النقطة (ب ، ٢) فأوجد : قيمة كل من أ ، ب (أسوان ٢٠) «−٢ ، ٠»

---

٦ إذا كانت الدالة د : د (س) = ٣ س − ٦ يمثلها خط مستقيم يمر بالنقطة (أ ، ٢ أ)

أوجد قيمة : أ ثم أوجد نقطة تقاطع الخط المستقيم مع محور الصادات. (الغربية ٢٠) «٦ ، (٠ ، −٦)»

---

٧ إذا كانت د : ح ⟵ ح حيث د (س) = ٢ س + أ وكانت د (٣) = ٩

فأوجد : ١ قيمة أ

٢ إحداثيى نقطة تقاطع المستقيم الذى يمثل الدالة د مع محور السينات.

(الجيزة ٢٠) «٣ ، (−$\frac{٣}{٢}$ ، ٠)»

---

٨ إذا كان المستقيم الممثل للدالة د : ح ⟵ ح حيث د (س) = أ س + ب يقطع جزءًا موجبًا من محور الصادات طوله يساوى ٣ وحدات ويمر بالنقطة (١ ، ٥)

أوجد قيمتى : أ ، ب (كفر الشيخ ٢٠) «٢ ، ٣»

٩ إذا كان المستقيم الممثل للدالة د : ح ⟵ ح ، د (س) = أ س + ب يقطع محور السينات فى النقطة (٣ ، ٠) ويقطع محور الصادات فى النقطة (٠ ، −٣)

أوجد قيمة كل من الثابتين : أ ، ب ثم أوجد قيمة : د (١) (الشرقية ١٧) «١ ، −٣ ، −٢»

---

١٠ إذا كانت : س = {٢ ، ٣ ، ٦} ، ص = {٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨}

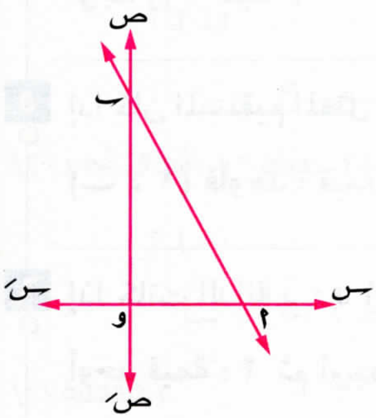
وكانت ر : س ⟵ ص حيث ر (س) = ٩ − س

١ أوجد مجموعة صور عناصر المجموعة س بالدالة ر

٢ هل ر دالة خطية ؟ اذكر السبب. (الدقهلية ١٤)

---

١١ الشكل المقابل يمثل الدالة د حيث د (س) = ٤ − ٢ س



أوجد :

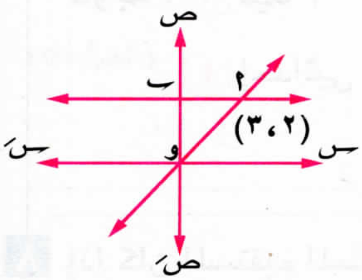
١ إحداثيى كل من النقطتين أ ، ب

٢ مساحة سطح ∆ أ و ب

(القليوبية ٢٣ ، الأقصر ١٩ ، الإسماعيلية ١٦) «(٢ ، ٠) ، (٠ ، ٤) ، ٤ وحدة مربعة»

---

١٢ فى الشكل المقابل :



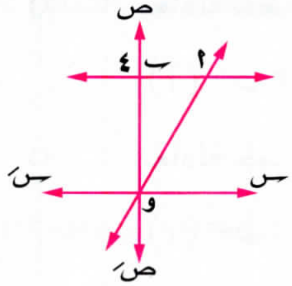
الدالة الثابتة د تمثل بيانيًا بالمستقيم $\overleftrightarrow{\text{ب أ}}$

والدالة الخطية ر تمثل بيانيًا بالمستقيم $\overleftrightarrow{\text{و أ}}$ حيث أ (٢ ، ٣)

١ اكتب قاعدة الدالة د وقاعدة الدالة ر

٢ أوجد قيمة : د (−١٠) + ر (٦) (الشرقية ١٤) «١٢»

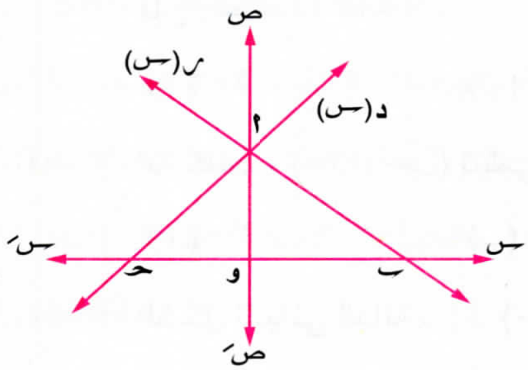
١٣ الشكل المقابل يوضح المستقيم $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ الذى يمثل الدالة د
حيث د (س) = ٤ ، فإذا كان $\overleftrightarrow{\text{أو}}$ يمثل الدالة الخطية ر
حيث ر (س) = ن س + ك ، وكانت مساحة سطح
المثلث أ ب و تساوى ٤ وحدات مربعة
فأوجد قيمة : كل من ن ، ك حيث و نقطة الأصل.



(الدقهلية ١٧) «٢ ، ٠»

---

١٤ **فى الشكل المقابل :**
و نقطة الأصل لنظام إحداثى متعامد ، $\overleftrightarrow{\text{أحـ}}$ يمثل
بيانيًا الدالة الخطية : د (س) = س + ٣ ،
$\overleftrightarrow{\text{أب}}$ يمثل بيانيًا الدالة الخطية : ر (س) = م س + ك
فإذا كان : طول $\overline{\text{بحـ}}$ = ٧ وحدة طول
أوجد [١] قيمة ك ، م [٢] ر (٨)



(الدقهلية ٢٣) «٣ ، $-\frac{٣}{٤}$ ، ٣-»

---

١٥ أثناء قراءة كريم لكتاب وجد أنه بعد ٣ ساعات تبقى له ٥٠ صفحة ،
وبعد ٦ ساعات تبقى له ٢٠ صفحة. فإذا كانت العلاقة بين الزمن (ن)
وعدد الصفحات المتبقية (ص) هى علاقة خطية :



[١] مثل العلاقة بين ن ، ص بيانيًا ثم أوجد العلاقة الجبرية بينهما.
[٢] ما الوقت الذى يستغرقه كريم فى القراءة حتى ينتهى من الكتاب ؟
[٣] كم عدد صفحات الكتاب المتبقية عندما بدأ كريم القراءة ؟

(الإسماعيلية ٢٠)

ثانيًا مسائل على الدالة التربيعية

١٦ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

[١] إذا كانت النقطة (٣ ، ٢) هى رأس منحنى الدالة التربيعية د فإن معادلة خط التماثل هى ....

(أ) س = ٣ (ب) س = ٢ (جـ) ص = ٣ (د) ص = ٣-

[٢] نقطة رأس منحنى الدالة د : د (س) = ٢ $\text{س}^{٢}$ − ٤ س + ٥ هى ....

(أ) (١- ، ١١) (ب) (١ ، ٣) (جـ) (٢ ، ٥) (د) (٣ ، ١١)

٣ معادلة خط التماثل لمنحنى الدالة د : د (س) = س^{٢} هى ....

(أ) س = ١ (ب) س = ٠ (جـ) ص = ١ (د) ص = ٠

٤ معادلة خط التماثل لمنحنى الدالة د : د (س) = (س − ٢)^{٢} هى ....

(أ) س = ٠ (ب) س = ٢ (جـ) س = −٢ (د) س = −٤

٥ إذا كان منحنى الدالة د حيث د (س) = س^{٢} + حـ يمر بالنقطة (٠ ، ٢)

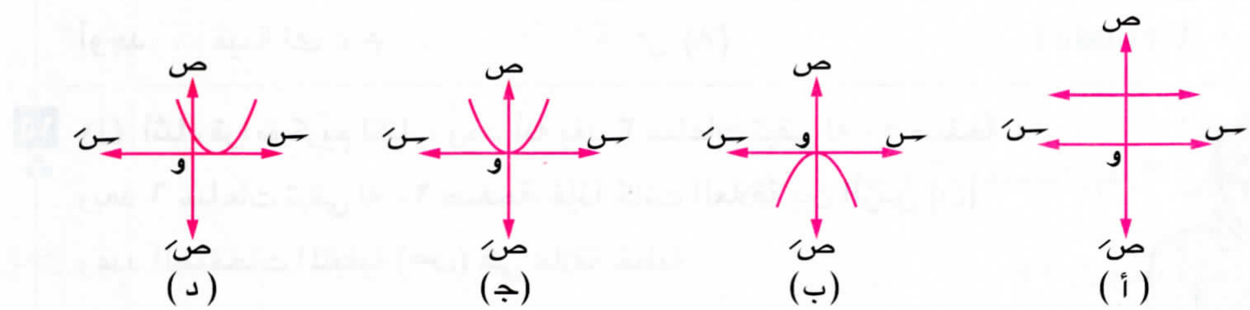
فإن : حـ = ...

(أ) −٤ (ب) −٢ (جـ) ٢ (د) ٤

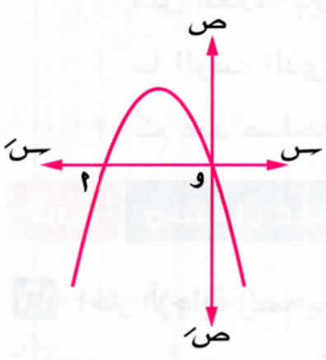
٦ إذا كانت : (−٢ ، ص) تنتمى لمنحنى الدالة د : د (س) = س^{٢} + ١ فإن : ص = ...

(أ) −٣ (ب) −١ (جـ) ٣ (د) ٥

٧ الشكل البيانى للدالة د : د (س) = س^{٢} − ٢ س + ١ هو الشكل رقم .... (الجيزة ٠٨)



٨ الشكل المقابل يمثل منحنى دالة تربيعية



إذا كانت : أ (−٤ ، ٠)

فإن : معادلة محور التماثل هى س = ... (الدقهلية ١٩)

(أ) ١ (ب) −١

(جـ) −٢ (د) صفر

٩ القيمة العظمى للدالة د : د (س) = −٢ س^{٢} + ٤ س + ٣ هى ....

(أ) −١ (ب) ١ (جـ) ٣ (د) ٥

١٠ إذا كانت : د (س) = س^{٢} ، س ∈ [−٢ ، ٣] فإن : د (س) ∈ .... (الدقهلية ٢٥)

(أ) [٤ ، ٩] (ب) [٠ ، ٤] (جـ) [٠ ، ٩] (د) [−٩ ، −٤]

● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات

17 **مثل بيانيًا كلًا من الدوال الآتية ، ومن الرسم استنتج إحداثيى رأس المنحنى ، ومعادلة محور التماثل ، والقيمة العظمى أو الصغرى للدالة حيث س ∈ ح :**

1. د : د (س) = ٢ س٢ متخذًا س ∈ [-٢ ، ٢]
2. د : د (س) = س٢ + ١ متخذًا س ∈ [-٣ ، ٣] (الإسماعيلية ٢٤ ، الفيوم ١٦ ، بنى سويف ١٤)
3. د : د (س) = س٢ - ٢ متخذًا س ∈ [-٣ ، ٣] (المنيا ٢٤ ، الغربية ٢٣ ، الإسكندرية ٢٢)
4. د : د (س) = ٢ - س٢ متخذًا س ∈ [-٣ ، ٣] (السويس ٢٤ ، ش. سيناء ٢٣ ، دمياط ٢٢)
5. د : د (س) = س٢ - ٢ س متخذًا س ∈ [-٢ ، ٤] (الإسماعيلية ٢٥ ، كفر الشيخ ٢٠ ، القاهرة ١٨ ، قنا ١١)
6. د : د (س) = س٢ + ٢ س + ١ متخذًا س ∈ [-٤ ، ٢] (أسيوط ٢٥ ، أسوان ٢٤ ، الغربية ٢٢)
7. د : د (س) = (س - ٢)٢ متخذًا س ∈ [-١ ، ٥] (البحيرة ٢٥ ، البحيرة ٢٤ ، قنا ٢٣ ، الغربية ٢٠)
8. د : د (س) = س (س - ٢) - ٣ متخذًا س ∈ [-٢ ، ٤] (الدقهلية ١٧)
9. د : د (س) = ٣ - ٢ س - س٢ متخذًا س ∈ [-٤ ، ٢]
10. د : د (س) = ٤ س + ٣ - ٢ س٢ متخذًا س ∈ [-٢ ، ٣]
11. د : د (س) = س٢ - ٤ س + ٥ متخذًا س ∈ [٠ ، ٥]
12. د : د (س) = ١ - ٣ س + س٢ متخذًا س ∈ [-١ ، ٤]

---

18 إذا كان منحنى الدالة د : ح ⟵ ح حيث د (س) = م - س٢ يقطع محور السينات فى النقطة (-٢ ، ب) **أوجد قيمة :** مب + ٢ م (الوادى الجديد ٢٤ ، الشرقية ١٥) «٩»

---

19 إذا كانت : د (س) = أ + س٢ ، ل (س) = حـ حيث د ، ل كثيرتا حدود ، أ ، حـ ثابتان

وكان : ٣ د (٢) + ٣ ل (س) = ٦

أوجد القيمة العددية للمقدار : ٢ د (٠) + ٢ ل (٧) (الدقهلية ١٩) «-٤»

---

20 إذا كانت د : د (س) = ك س٢ + (٣ ك + ٢) س + ٦ وكان الإحداثى السينى لنقطة رأس المنحنى يساوى -٢ **أوجد :**

1. قيمة ك
2. القيمة الصغرى أو العظمى للدالة د (دقهلية ٢٣) «٢ ، -٢»

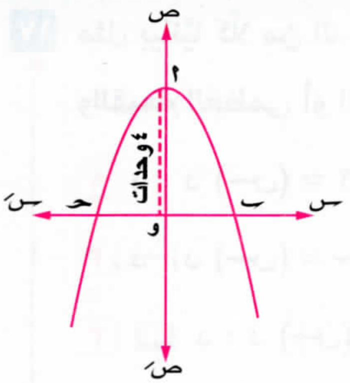
٢١ الشكل المقابل يمثل منحنى الدالة د حيث

د (س) = م − س^{٢} ، إذا كان أ و = ٤ وحدات

أوجد : ١ قيمة م

٢ إحداثيي كل من ب ، ح

٣ مساحة المثلث الذى رؤوسه أ ، ب ، ح



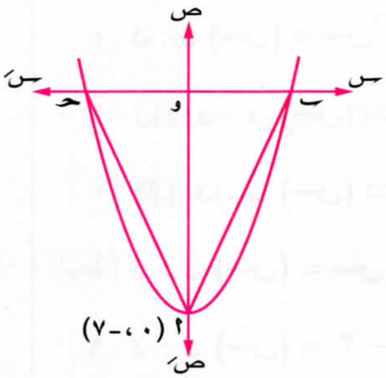
(الجيزة ٢٠ ، الأقصر ١٨ ، ش. سيناء ١٦) «٤ ، (٢ ، ٠) ، (−٢ ، ٠) ، ٨ وحدات مربعة»

---

٢٢ الشكل المقابل يمثل الدالة د : د (س) = ل س^{٢} − ٧ ،

مساحة المثلث أ ب ح = ٢١ وحدة مربعة ، أ (٠ ، −٧)

أوجد إحداثيي نقطة ب ، ثم أوجد قيمة ل



(الدقهلية ١٨) «(٣ ، ٠) ، $\frac{٧}{٩}$»

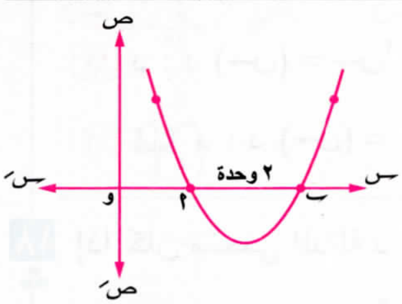
---

٢٣ الشكل المقابل يمثل دالة تربيعية

د : د (س) = س^{٢} − ٦ س + م ،

فإذا كان طول $\overline{\text{أ ب}}$ = ٢ وحدة طول

أوجد : قيمة م ، **ثم أوجد :** القيمة الصغرى للدالة.



(الشرقية ٢٤) «٨ ، −١»

---

٢٤ الشكل المقابل يوضح المخطط البيانى لدالة الدرجة الثانية د :

١ **اكتب مجال الدالة د ثم استنتج من الشكل ما يلى :**

٢ مدى الدالة د

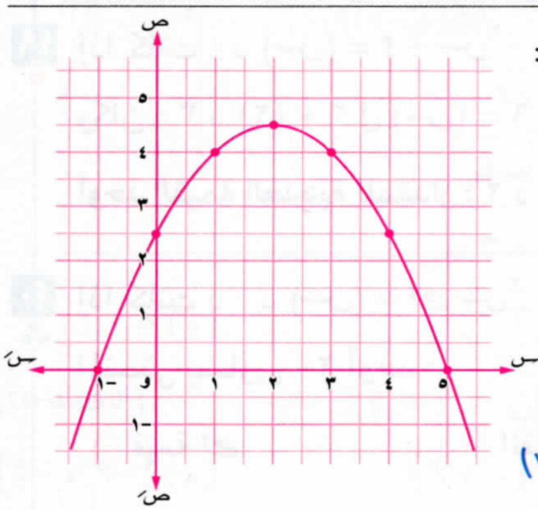
٣ معادلة محور تماثل منحنى الدالة د

٤ القيمة العظمى للدالة د

٥ قيمة د (١)

٦ إذا كانت : د (س) = أ (س − ٢)^{٢} + ك

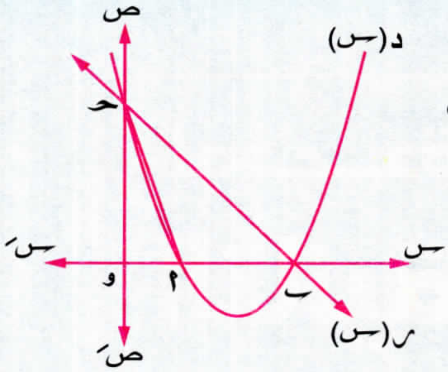
فأوجد قيمة : أ + ك



(الدقهلية ١٦)

تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات

٢٥ في الشكل المقابل :



المستقيم س = ٢ هو محور تماثل منحنى الدالة التربيعية د (س)،

$\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ هو التمثيل البيانى للدالة الخطية ر (س) = م س + هـ

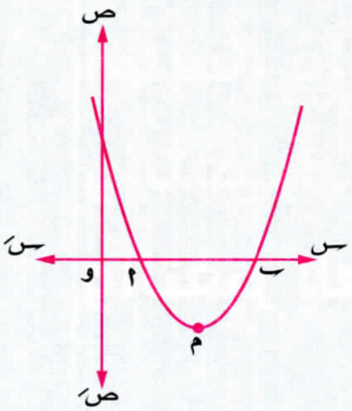
فإذا كانت مساحة سطح المثلث أ ب جـ = ٣ وحدة مساحة.

أ ب = ٢ وحدة طول.

١ أوجد : قيمة م ، هـ **٢** أوجد : ر (٤) (الدقهلية ٢٥)

للمتفوقين

٢٦ في الشكل المقابل :



إذا كان منحنى الدالة التربيعية د يقطع محور السينات

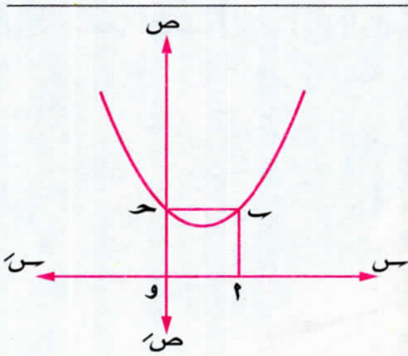
في النقطتين أ (١ ، ٠) ، ب (٤ ، ٠) ،

م نقطة رأس المنحنى ، وكانت : د (−٢) + د (٧) = ٨

أوجد : د (−٢) «٤»

---

٢٧ في الشكل المقابل :



المنحنى المرسوم يمثل الدالة التربيعية

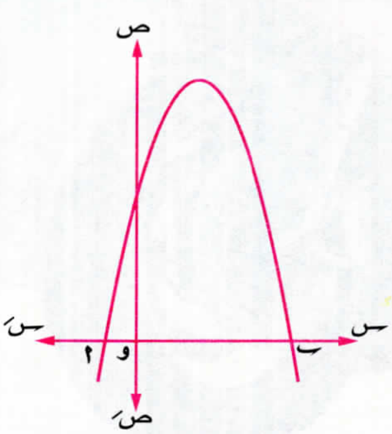
د : د (س) = س^2 − (ك − ٢) س − ك + ٤

فإذا كان : أ ب جـ و مربع

أوجد قيمة الثابت : ك (الدقهلية ١٩) «٣»

---

٢٨ في الشكل المقابل :



المنحنى يمثل الدالة د : د (س) = − س^2 + ٤ س + ك − ١

ويقطع محور السينات فى النقطتين أ ، ب

فإذا كان : و ب = ٥ و أ

أوجد قيمة : ك «٦»

الوحدة الثانية

النسبة والتناسب والتغير الطردى والتغير العكسى

الدرس الأول :
النسبة والتناسب.

الدرس الثانى :
تابع خواص التناسب.

الدرس الثالث :
التناسب المتسلسل.

الدرس الرابع :
التغير الطردى والتغير العكسى.

أهداف الوحدة: بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادرًا على أن :

- يتعرف مفهوم النسبة.
- يتعرف خواص النسبة.
- يتعرف مفهوم التناسب.
- يتعرف خواص التناسب.
- يتعرف مفهوم التناسب المتسلسل.
- يستخدم خواص النسبة والتناسب فى حل العديد من المشكلات.
- يتعرف مفهوم التغير الطردى.
- يتعرف مفهوم التغير العكسى.
- يميز بين التغير الطردى والتغير العكسى.
- يحل مسائل حياتية على التغير الطردى والتغير العكسى.
- يقدِّر دور الرياضيات فى حل الكثير من المشكلات الحياتية.

يمكنك
حل الامتحانات التفاعلية على الدروس من خلال مسح QR code الخاص بكل امتحان



الدرس 1

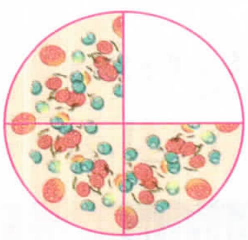
النسبة والتناسب



أولًا النسبـــة

درسنا فى المرحلة الابتدائية أن النسبة هى إحدى طرق المقارنة بين كميتين.

فمثلًا :



إذا قُسمت فطيرة إلى ٤ أجزاء متساوية

وأكل هانى جزءًا واحدًا منها فقط فإن :

- نسبة ما أكله هانى إلى الفطيرة بالكامل هى ١ : ٤ وقد تُكتب $\frac{١}{٤}$
- نسبة ما تبقى إلى الفطيرة بالكامل هى ٣ : ٤ وقد تُكتب $\frac{٣}{٤}$
- نسبة ما أكله هانى إلى ما تبقى من الفطيرة هى ١ : ٣ وقد تُكتب $\frac{١}{٣}$

وعمومًا فإنه :

إذا كان أ ، ب عددين حقيقيين فإن النسبة بين أ و ب تُكتب أ : ب أ، $\frac{أ}{ب}$

وتُقرأ أ إلى ب حيث :

يُسمى أ مقدم النسبة ، يُسمى ب تالى النسبة ، يُسمى أ ، ب معًا حدى النسبة.

خواص النسبة

١ قيمة النسبة **لا تتغير** إذا ضُرب حداها فى أو قُسما على عدد حقيقى لا يساوى الصفر.

أى أن :

$أ : ب = أ ك : ب ك ، ك \in ح^*$

فمثلًا : ١ : ٢ = ١ × ④ : ٢ × ④

أى أن : ١ : ٢ = ٤ : ٨

$أ : ب = \frac{أ}{ن} : \frac{ب}{ن} ، ن \in ح^*$

فمثلًا : ٤ : ٦ = $\frac{٤}{②} : \frac{٦}{②}$

أى أن : ٤ : ٦ = ٢ : ٣

٢ قيمة النسبة (≠ ١) **تتغير** إذا أُضيف إلى حديها أو طُرح منهما عدد حقيقى لا يساوى الصفر.

أى أن :

$أ : ب \neq أ + ك : ب + ك ، ك \in ح^*$

حيث $أ \neq ب$

فمثلًا : ٣ : ٤ ≠ ٣ + ① : ٤ + ①

أى أن : ٣ : ٤ ≠ ٤ : ٥

$أ : ب \neq أ - ك : ب - ك ، ك \in ح^*$

حيث $أ \neq ب$

فمثلًا : ٥ : ٨ ≠ ٥ − ③ : ٨ − ③

أى أن : ٥ : ٨ ≠ ٢ : ٥

ثانيًا التناسب

الجدول التالى يوضح مجموعتين من الأعداد :

المجموعة أ	٢	٤	٧	٣	٦
المجموعة ب	٨	١٦	٢٨	١٢	٢٤

وإذا تأملنا هاتين المجموعتين يمكننا أن نلاحظ أن :

$\frac{٢}{٨} = \frac{٤}{١٦} = \frac{٧}{٢٨} = \frac{٣}{١٢} = \frac{٦}{٢٤}$ وكل منها يساوى $\frac{١}{٤}$

فى هذه الحالة نقول إن أعداد المجموعة أ تتناسب مع الأعداد المناظرة لها فى المجموعة ب

وتسمى الصورة السابقة التى تعبر عن تساوى نسبتين أو أكثر بـ «التناسب».

تعريف التناسب

هو تساوى نسبتين أو أكثر.

أى أنه :

إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{حـ}{ء}$ فإن الكميات : أ ، ب ، حـ ، ء تكون متناسبة.

والعكس : إذا كان : أ ، ب ، حـ ، ء كميات متناسبة فإن : $\frac{أ}{ب} = \frac{حـ}{ء}$

ويُسمى : أ بالأول المتناسب ، ب بالثانى المتناسب

، حـ بالثالث المتناسب، ء بالرابع المتناسب.

كما يسمى : أ ، ء بطرفى التناسب ، ب ، حـ بوسطى التناسب.

فمثلًا : الأعداد ١ ، ٤ ، ٧ ، ٢٨ أعداد متناسبة لأن : $\frac{١}{٤} = \frac{٧}{٢٨}$

ويكون : ١ الأول المتناسب ، ٤ الثانى المتناسب ، ٧ الثالث المتناسب

، ٢٨ الرابع المتناسب ، ١ ، ٢٨ طرفى التناسب ، ٤ ، ٧ وسطى التناسب

خواص التناسب

خاصية ١

إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{حـ}{ء}$ فإن : أ × ء = ب × حـ (حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين)

السبب : إذا ضربنا كل نسبة فى ب ء فإننا نجد أن : $\frac{أ}{ب} \times ب ء = \frac{حـ}{ء} \times ب ء$

أى أن : أ × ء = ب × حـ

مثال ١

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ الثالث المتناسب للكميات : ٢ ، ٤ ، ٢٠ هو ....

(أ) ١٠ (ب) ١٥ (جـ) ٢٠ (د) ٤٠

٢ الرابع المتناسب للأعداد : ٤ ، ١٢ ، ١٦ هو ....

(أ) ٢٤ (ب) ± ٢٤ (جـ) ٤٨ (د) ± ٤٨

٣ إذا كانت : ٢ ، س ، ٤ ، ٦ متناسبة فإن : س = ...

(أ) ١ (ب) ٣ (جـ) ٥ (د) ٨

الحل

١ (أ) **تفسير الحل :** نفرض أن الثالث المتناسب هو س

∴ الكميات : ٢ ، ٤ ، س ، ٢٠ متناسبة

∴ $\frac{٢}{٤} = \frac{س}{٢٠}$ ∴ ٢ × ٢٠ = ٤ × س

∴ ٤٠ = ٤ س ∴ س = ١٠

٢ (جـ) **تفسير الحل :** نفرض أن الرابع المتناسب هو س

∴ الأعداد : ٤ ، ١٢ ، ١٦ ، س متناسبة

∴ $\frac{٤}{١٢} = \frac{١٦}{س}$ ∴ ٤ س = ١٢ × ١٦

∴ س = $\frac{١٢ × ١٦}{٤}$ = ٤٨

٣ (ب) **تفسير الحل :** ∵ ٢ ، س ، ٤ ، ٦ متناسبة

∴ $\frac{٢}{س} = \frac{٤}{٦}$ ∴ ٤ س = ١٢ ∴ س = ٣

حاول بنفسك ١

إذا كانت الكميات : س ، ٢٣ ، ١٥ ، ٦٩ كميات متناسبة **فأوجد :** قيمة س

مثال ٢

أوجد العدد الذى إذا أضيف لكل من الأعداد ١ ، ١٣ ، ٧ ، ٣١ حصلنا على أعداد متناسبة.

الحل

نفرض أن العدد = س ∴ ١ + س ، ١٣ + س ، ٧ + س ، ٣١ + س متناسبة

$\therefore \frac{١ + س}{١٣ + س} = \frac{٧ + س}{٣١ + س}$ ∴ (س + ١) (س + ٣١) = (س + ٧) (س + ١٣)

$\therefore \cancel{س^٢} + ٣٢ س + ٣١ = \cancel{س^٢} + ٢٠ س + ٩١$ ∴ ٣٢ س − ٢٠ س = ٩١ − ٣١

∴ ١٢ س = ٦٠ ∴ س = ٥ ∴ العدد المطلوب = ٥

مثال ٣

إذا كان : (٢ س + ٥) : (٣ س − ٣) = ٥ : ٤ **فأوجد : قيمة س**

الحل

$\because \frac{٢ س + ٥}{٣ س - ٣} = \frac{٥}{٤}$ ∴ ٤ (٢ س + ٥) = ٥ (٣ س − ٣)

∴ ٨ س + ٢٠ = ١٥ س − ١٥ ∴ ٢٠ + ١٥ = ١٥ س − ٨ س

∴ ٣٥ = ٧ س ∴ $س = \frac{٣٥}{٧} = ٥$

مثال ٤

أوجد العدد الذى إذا أضيف إلى حدى النسبة ١٧ : ٢٢ فإننا نحصل على النسبة ٦ : ٧

الحل

نفرض أن العدد المطلوب = س $\therefore \frac{١٧ + س}{٢٢ + س} = \frac{٦}{٧}$

∴ ٧ (١٧ + س) = ٦ (٢٢ + س) ∴ ١١٩ + ٧ س = ١٣٢ + ٦ س

∴ ٧ س − ٦ س = ١٣٢ − ١١٩ ∴ س (العدد المطلوب) = ١٣

حاول بنفسك ٢

أوجد العدد الحقيقى الذى إذا طُرح من حدى النسبة $\frac{٥}{٦}$ لأصبحت $\frac{٣}{٢}$

خاصية ٢

إذا كان : $أ \times ء = ب \times حـ$ فإن : $\frac{أ}{ب} = \frac{حـ}{ء}$

السبب : إذا قسمنا كل طرف على ب ء فإننا نجد أن : $\frac{أ \times ء}{ب ء} = \frac{ب \times حـ}{ب ء}$

أى أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{حـ}{ء}$

ويمكن أيضًا أن نستنتج أنه :

- إذا كان : $أ \times ء = ب \times حـ$ فإن : $\frac{أ}{حـ} = \frac{ب}{ء}$
- إذا كان : $أ \times ء = ب \times حـ$ فإن : $\frac{ب}{أ} = \frac{ء}{حـ}$
- إذا كان : $أ \times ء = ب \times حـ$ فإن : $\frac{حـ}{أ} = \frac{ء}{ب}$

مثال ٥

فى كل مما يأتى أوجد $\frac{س}{ص}$ إذا كان :

١ $١٢ س = ٣ ص$ ٢ $٤ س - ٣ ص = ٠$

الحل

١ $\because ١٢ س = ٣ ص$ $\therefore \frac{س}{ص} = \frac{٣}{١٢} = \frac{١}{٤}$

٢ $\because ٤ س - ٣ ص = ٠$ $\therefore ٤ س = ٣ ص$ $\therefore \frac{س}{ص} = \frac{٣}{٤}$

مثال ٦

إذا كان : (٤ س − ٣ ص) : (٢ س + ص) = ٤ : ٧ **فأوجد فى أبسط صورة : النسبة** س : ص

الحل

∵ $\frac{٤ س - ٣ ص}{٢ س + ص} = \frac{٤}{٧}$ ∴ ٧ (٤ س − ٣ ص) = ٤ (٢ س + ص)

∴ ٢٨ س − ٢١ ص = ٨ س + ٤ ص

∴ ٢٨ س − ٨ س = ٢١ ص + ٤ ص ∴ ٢٠ س = ٢٥ ص

∴ $\frac{س}{ص} = \frac{٢٥}{٢٠}$ ∴ $\frac{س}{ص} = \frac{٥}{٤}$

مثال ٧

إذا كان : ٢ $س^٢$ − ٦ $ص^٢$ = س ص **فأوجد :** س : ص

الحل

∵ ٢ $س^٢$ − ٦ $ص^٢$ = س ص ∴ ٢ $س^٢$ − س ص − ٦ $ص^٢$ = ٠

∴ (٢ س + ٣ ص) (س − ٢ ص) = ٠

∴ ٢ س + ٣ ص = ٠ ومنها ٢ س = −٣ ص ∴ $\frac{س}{ص} = -\frac{٣}{٢}$

أ، س − ٢ ص = ٠ ومنها س = ٢ ص ∴ $\frac{س}{ص} = \frac{٢}{١}$

أى أن : $\frac{س}{ص} = -\frac{٣}{٢}$ أ، $\frac{س}{ص} = \frac{٢}{١}$

حاول بنفسك ٣

١ إذا كان : ٢ م − ٥ ب = ٠ **فأوجد :** $\frac{م}{ب}$

٢ إذا كان : $\frac{س + ٢ ص}{٤ س - ٣ ص} = \frac{٧}{٦}$ **فأثبت أن :** $\frac{س}{ص} = \frac{٣}{٢}$

٣ إذا كان : ٤ $م^٢$ − ٩ $ب^٢$ = ٠ **فأوجد :** م : ب

خاصية ٣

إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{ء}$ فإن : $\frac{أ}{جـ} = \frac{ب}{ء}$ أى أن : $\frac{\text{مقدم النسبة الأولى}}{\text{مقدم النسبة الثانية}} = \frac{\text{تالى النسبة الأولى}}{\text{تالى النسبة الثانية}}$

السبب : إذا ضربنا كل نسبة فى $\frac{ب}{جـ}$ فإننا نجد أن : $\frac{أ}{ب} \times \frac{ب}{جـ} = \frac{جـ}{ء} \times \frac{ب}{جـ}$

أى أن : $\frac{أ}{جـ} = \frac{ب}{ء}$

فمثلًا : إذا كان : $\frac{أ}{٤} = \frac{ب}{٣}$ فإن : $\frac{أ}{ب} = \frac{٤}{٣}$ و $\frac{ب}{أ} = \frac{٣}{٤}$

خاصية ٤

إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{ء}$ فإن : أ = جـ م ، ب = ء م (حيث م ثابت ≠ صفر)

فمثلًا : إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{٣}{٤}$ فإن : أ = ٣ م ، ب = ٤ م (حيث م ثابت ≠ صفر)

مثال ٨

إذا كان أ : ب = ٣ : ٥ فأوجد النسبة : ٢٠ أ − ٧ ب : ١٥ أ + ب

الحل

∵ $\frac{أ}{ب} = \frac{٣}{٥}$ ∴ أ = ٣ م ، ب = ٥ م (حيث م ≠ صفر)

وبالتعويض عن أ ، ب بدلالة م ∴ $\frac{٢٠ أ - ٧ ب}{١٥ أ + ب} = \frac{٦٠ م - ٣٥ م}{٤٥ م + ٥ م} = \frac{٢٥ م}{٥٠ م} = \frac{١}{٢}$

حل آخر : بقسمة حدى النسبة $\frac{٢٠ أ - ٧ ب}{١٥ أ + ب}$ على ب ثم التعويض عن قيمة $\frac{أ}{ب} = \frac{٣}{٥}$

∴ $\frac{٢٠ أ - ٧ ب}{١٥ أ + ب} = \frac{٢٠ \left(\frac{أ}{ب}\right) - ٧}{١٥ \left(\frac{أ}{ب}\right) + ١} = \frac{٢٠ \times \frac{٣}{٥} - ٧}{١٥ \times \frac{٣}{٥} + ١} = \frac{١٢ - ٧}{٩ + ١} = \frac{٥}{١٠} = \frac{١}{٢}$

مثال ٩

إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{٢}{٣}$ ، $\frac{س}{ص} = \frac{٣}{٥}$

فأثبت أن : (٧ أ س + ٤ ب ص) ، (١١ أ ص + ب س) ، ١٢ ، ١٤ كميات متناسبة.

الحل

$\because \frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{٢}{٣}$ $\therefore$ أ = ٢ م ، ب = ٣ م (حيث م ≠ صفر)

، $\because \frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{٣}{٥}$ $\therefore$ س = ٣ ك ، ص = ٥ ك (حيث ك ≠ صفر)

[لاحظ أننا استخدمنا ثابتين مختلفين م ، ك ولا يجوز استخدام نفس الثابت]

وبالتعويض عن أ ، ب ، س ، ص

$$\therefore \frac{\text{٧ أ س + ٤ ب ص}}{\text{١١ أ ص + ب س}} = \frac{\text{٧ × ٢ م × ٣ ك + ٤ × ٣ م × ٥ ك}}{\text{١١ × ٢ م × ٥ ك + ٣ م × ٣ ك}} = \frac{\text{٤٢ م ك + ٦٠ م ك}}{\text{١١٠ م ك + ٩ م ك}} = \frac{\text{١٠٢ م ك}}{\text{١١٩ م ك}} = \frac{٦}{٧}$$

، $\because \frac{١٢}{١٤} = \frac{٦}{٧}$ $\therefore$ (٧ أ س + ٤ ب ص) ، (١١ أ ص + ب س) ، ١٢ ، ١٤ كميات متناسبة.

حاول بنفسك ٤

إذا كان : $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{٢}{٥}$ فأثبت أن : (٢ س + ص) ، (س + ٢ ص) ، ١٢ ، ١٦ كميات متناسبة.

مثال ١٠

عددان حقيقيان النسبة بينهما ٤ : ٧ وإذا طرح من كل منهما ١٦ أصبحت النسبة بين العددين الناتجين ٢ : ٥ أوجد العددين.

الحل

نفرض أن العددين هما أ ، ب

$\therefore \frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{٤}{٧}$

$\therefore$ أ = ٤ م ، ب = ٧ م (حيث م ≠ صفر)

$\therefore \frac{\text{٤ م − ١٦}}{\text{٧ م − ١٦}} = \frac{٢}{٥}$

$\therefore$ ١٤ م − ٣٢ = ٢٠ م − ٨٠

$\therefore$ −٣٢ + ٨٠ = ٢٠ م − ١٤ م

$\therefore$ ٤٨ = ٦ م

$\therefore$ م = $\frac{٤٨}{٦}$ = ٨

$\therefore$ أ = ٤ × ٨ = ٣٢ ، ب = ٧ × ٨ = ٥٦

أى أن : العددين هما : ٣٢ ، ٥٦

حاول بنفسك ٥

عددان صحيحان النسبة بينهما ٢ : ٥ وإذا طرح من العدد الأول ٢ وأضيف للثانى ١ صارت النسبة بينهما ١ : ٤ أوجد العددين.

على النسبة والتناسب

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : أ ، ب ، ٢ ، ٣ كميات متناسبة فإن : $\frac{أ}{ب}$ = ... (مطروح ١٩)

(أ) $\frac{٢}{٣}$ (ب) $\frac{٣}{٢}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) $\frac{٤}{٣}$

٢ الرابع المتناسب للأعداد : ٤ ، ٨ ، ٨ هو .... (ش. سيناء ١٩)

(أ) ٤ (ب) ٨ (جـ) ١٢ (د) ١٦

٣ الثالث المتناسب للأعداد : ٤ ، ١٢ ، ... ، ٤٨ هو .... (كفر الشيخ ١٩)

(أ) ٧ (ب) ٣٢ (جـ) ١٦ (د) ٣٦

٤ إذا كانت : س ، ٣ ، ٤ ، ٦ كميات متناسبة فإن : س = ... (دمياط ٢٢)

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٥ الثانى المتناسب للأعداد : ٢ ، ... ، ٨ ، ١٢ هو .... (المنيا ١٨)

(أ) ٤ (ب) ٦ (جـ) ٣ (د) ٢

٦ إذا كانت : ٢ ، ٣ ، ٦ ، س − ١ متناسبة فإن : س = ... (المنوفية ١٨)

(أ) ١٨ (ب) ٩ (جـ) ٢٠ (د) ١٠

٧ إذا كانت : ٣ ، أ − ١ ، أ + ١ ، ٥ متناسبة فإن : أ = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ± ٣ (د) ± ٤

٨ إذا كان : ٧ س = ٣ ص فإن : $\frac{س}{ص}$ = ...

(أ) $\frac{٧}{٣}$ (ب) $\frac{٣}{١٠}$ (جـ) $\frac{١٠}{٣}$ (د) $\frac{٣}{٧}$

٩ إذا كان : ٥أ − ٤ب = ٠ فإن : أ : ب = ...

(أ) ٤ : ٥ (ب) ٤ : ٩ (جـ) ٥ : ٤ (د) ٥ : ٩

١٠ إذا كان : $\frac{أ}{٣} = \frac{ب}{٥}$ فإن : ٥أ − ٣ب + ٤ = ... (المنوفية ١٩)

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٦

١١ إذا كان : س : ص = ٣ : ٢ فإن : $(٦س − ٩ص − ١)^{٢٠٢٥}$ = ... (الدقهلية ٢٥)

(أ) −٢٠٢٥ (ب) −١ (جـ) ١ (د) ٢٠٢٥

١٢ إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{٣}{٥}$ ، ٥أ − ٢ب = ٢٠ فإن : ب = ... (الفيوم ٢٥)

(أ) ٣ (ب) ٥ (جـ) ١٥ (د) ٢٠

١٣ إذا كان : $\frac{٣أ}{٥ب} = \frac{١}{٢}$ فإن : $\frac{أ}{ب}$ = ... (الإسكندرية ٢٠ ، البحر الأحمر ١١)

(أ) $\frac{٦}{٥}$ (ب) $\frac{٥}{٦}$ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) $\frac{٣}{٢}$

١٤ إذا كان : ٢أ = ٣ب فإن : $\frac{٣أ}{٢ب}$ = ... (الفيوم ٢٣ ، الدقهلية ١٨)

(أ) $\frac{٣}{٢}$ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (جـ) $\frac{٩}{٤}$ (د) $\frac{٤}{٩}$

١٥ إذا كان : ٤س = ٥ص فإن : $\frac{٥ص}{٤س}$ = ... (قنا ١١)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

١٦ إذا كان : ٣أ = ٥ب فإن : $\frac{٣أ}{ب}$ = ... (الفيوم ١٧)

(أ) ٣ (ب) ٥ (جـ) $\frac{٣}{٥}$ (د) $\frac{٥}{٨}$

١٧ إذا كان : ٢س = ٧ص فإن : $\left(\frac{س}{ص}\right)^{-١}$ = ... (الفيوم ٠٩)

(أ) $\frac{٢}{٧}$ (ب) $\frac{٧}{٢}$ (جـ) $\frac{٤٩}{٤}$ (د) $\frac{٤}{٤٩}$

١٨ إذا كانت : أ ، ب ، ٢ ، ٣ متناسبة فإن : $\frac{ب}{أ}$ = ... (القليوبية ١٧)

(أ) $\frac{٣}{٢}$ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (جـ) ٣ (د) ٢

١٩ إذا كانت : أ ، س ، ب ، ٢س كميات متناسبة

فإن : $\frac{أ}{ب}$ = ... (المنوفية ٢٤ ، قنا ٢٣ ، أسوان ١٧ ، دمياط ١٦)

(أ) ٢ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{١}{٤}$

٢٠ إذا كانت : ٥ أ ، ٢ ، ٣ ب ، ٧ أربع كميات متناسبة

فإن : $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ = ... **(سوهاج ١٣)**

(أ) $\frac{٣}{٧}$ (ب) $\frac{٦}{٣٥}$ (جـ) $\frac{٣}{٥}$ (د) $\frac{٣}{٢}$

٢١ إذا كان : ٢ ، $\frac{١}{\text{س}}$ ، ٨ ، ص كميات متناسبة فإن : س ص = ... **(كفر الشيخ ٢٥)**

(أ) ١٦ (ب) ٤ (جـ) ١٢ (د) ١٨

٢٢ إذا كانت : ٤ $\text{س}^{٢}$ = ٩ $\text{ص}^{٢}$ فإن : $\frac{\text{س}}{\text{ص}}$ = ... **(بنى سويف ١٦)**

(أ) $\frac{٩}{٤}$ (ب) $\frac{٣}{٢}$ (جـ) $\pm \frac{٢}{٣}$ (د) $\pm \frac{٣}{٢}$

٢٣ إذا كان : $\frac{\text{٥ أ} - \text{٧ ب}}{\text{٢ أ} + \text{٣ ب}}$ = ٠ فإن : $\frac{\text{ب}}{\text{أ}}$ = ...

(أ) $\frac{٥}{٧}$ (ب) $\frac{٧}{٥}$ (جـ) $\frac{٣}{١٠}$ (د) $\frac{١٠}{٣}$

٢٤ إذا كان : $\frac{\text{أ} + \text{٢ ب}}{\text{أ} - \text{ب}}$ = $\frac{٢}{٣}$ فإن : $\frac{\text{ب}}{\text{أ}}$ = ... **(المنوفية ٢٠ ، الإسكندرية ١١)**

(أ) $\frac{١}{٨}$ (ب) ٨ (جـ) $-\frac{١}{٨}$ (د) −٨

٢٥ إذا كانت : أ ، ب ، جـ ، ء كميات متناسبة فإن : ....

(أ) $\frac{\text{ب}}{\text{ء}} = \frac{\text{أ}}{\text{جـ}}$ (ب) $\frac{\text{أ}}{\text{جـ}} = \frac{\text{ء}}{\text{ب}}$ (جـ) $\frac{\text{ب}}{\text{جـ}} = \frac{\text{أ}}{\text{ء}}$ (د) أ ب = جـ ء

٢٦ إذا كان : $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}}{\text{ء}}$ فإن : $\frac{\text{أ}^{٢}}{..............} = \frac{\text{جـ}}{\text{ء}}$ **(الإسكندرية ٢٥)**

(أ) $\text{ب}^{٢}$ (ب) أ ب (جـ) جـ (د) ء

٢٧ إذا كان : ٤ $\text{س}^{٢}$ + ٩ $\text{ص}^{٢}$ = ١٢ س ص فإن : $\frac{\text{س}}{\text{ص}}$ = ... **(القليوبية ٠٩)**

(أ) $\frac{٣}{٢}$ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (جـ) $-\frac{٢}{٣}$ (د) $-\frac{٣}{٢}$

٢٨ إذا كان أ : ب = ٢ : ٣ ، ب : جـ = ٥ : ٦ فإن أ : جـ = ... **(الشرقية ٢٤)**

(أ) ١ : ٣ (ب) ٣ : ٥ (جـ) ٢ : ٣ (د) ٥ : ٩

٢٩ نسبة مساحة منطقة مربعة طول ضلعها ل سم إلى مساحة منطقة مربعة أخرى طول ضلعها ٢ ل سم كنسبة .... **(المنوفية ١٣)**

(أ) ١ : ٢ (ب) ل : ٤ (جـ) ١ : ٤ (د) ٤ : ١

٢ **أوجد كلًّا مما يأتى :**

١ الأول المتناسب للأعداد : ... ، $\sqrt{8}$ ، ٧ ، ١٤ $\sqrt{2}$

٢ الثالث المتناسب للكميات : أ ، (أ + ب) ، ... ، (أ^{2} − ب^{2})

٣ الرابع المتناسب للكميات : (أ + ب) ، (أ − ب) ، (أ − ب) ، ...

---

٣ **أوجد قيمة س فى كل مما يأتى إذا كان :**

١ (٢ س − ٣) : (س − ٥) = ١ : ٤ «١»

٢ (س − ٥) : (٥ س + ٣) = ٢ : ٣ «−٣»

٣ (س^{2} − ٨) : (٢ س^{2} + ١) = ١ : ٣ «± ٥»

٤ (س^{2} + ١٠ س) : (٢ س^{2} − ٣) = ٢٤ : ٥ حيث س عدد صحيح. «٢»

---

٤ إذا كان : $\frac{\text{س} - ٢\,\text{ص}}{\text{س} + ٣\,\text{ص}} = \frac{١}{٣}$ **أوجد :** $\frac{\text{ص}}{\text{س}}$ (أسوان ١٥) «$\frac{٢}{٩}$»

---

٥ إذا كان : $\frac{٢\,\text{س} + ٣}{٢\,\text{س} - ٣} = \frac{٢\,\text{ص} + ٥}{٢\,\text{ص} - ٥}$ **أثبت أن :** $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{٣}{٥}$

---

٦ إذا كان : س^{2} − ٤ ص^{2} = ٣ س ص **فأوجد :** س : ص «−١ : ١ ، أ ٤ : ١»

---

٧ إذا كان : ٣ س^{2} − ١٠ س ص + ٧ ص^{2} = ٠ ، س ≠ ص

فأوجد النسبة : س : ص «٧ : ٣»

---

٨ إذا كان : س^{2} − ٤ س ص + ٤ ص^{2} = ٠ **فأوجد قيمة :** $\frac{\text{س} + ٣\,\text{ص}}{٣\,\text{س} - \text{ص}}$ (الأقصر ٢٤) «١»

---

٩ إذا كان : $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{٢}{٣}$ **أوجد قيمة النسبة :** $\frac{٣\,\text{س} + ٢\,\text{ص}}{٦\,\text{ص} - \text{س}}$ (الإسكندرية ٢٥ ، الغربية ٢٥) «$\frac{٣}{٤}$»

---

١٠ إذا كان : $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{٣}{٥}$ **فأوجد قيمة :** ٧ أ + ٩ ب : ٤ أ + ٢ ب (أسوان ٢٤ ، القاهرة ٢٠ ، قنا ١٥) «٣»

---

١١ إذا كانت : ٤ أ = ٣ ب **فأوجد قيمة :**

١ $\frac{٤\,\text{أ} + \text{ب}}{٢\,\text{أ} - \text{ب}}$ «٨»

٢ $\frac{\text{ب}^{2} - \text{أ}^{2}}{\text{أ}^{2} - \text{ب}^{2}}$ «−١»

١٢ إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{١}{٣}$ ، $\frac{ج}{د} = \frac{٧}{٢}$ فأوجد النسبة : $\frac{٢ أ ج + ب د}{ب ج - ٣ أ د}$ «$\frac{٤}{٣}$»

---

١٣ إذا كان : ٧ س − ٣ ص : س + ص = ٣ : ١

فأوجد النسبة : ١٢ س + ٩ ص : ١١ س − ٣ ص «٢ : ١»

---

١٤ إذا كان : $\frac{٢١ س + أ}{٧ س + ب} = \frac{أ}{ب}$ ، س ≠ ٠ فأوجد قيمة : $\frac{أ + ٢ ب}{٢ أ}$ (الإسماعيلية ١٣) «$\frac{٥}{٦}$»

---

١٥ أوجد العدد الذى إذا أُضيف إلى كل من الأعداد ٣ ، ٥ ، ٨ ، ١٢

فإنها تكون متناسبة. (دمياط ٢٥ ، الشرقية ٢٤ ، أسيوط ١٨ ، ج. سيناء ١٧) «٢»

---

١٦ أوجد العدد الذى إذا طُرح من كل من الأعداد ١٦ ، ٢١ ، ١٤ ، ١٨

حصلنا على أعداد متناسبة. «٦»

---

١٧ أثبت أن : أ ، ب ، ج ، د كميات متناسبة إذا كان :

١ $\frac{أ + ب}{ب} = \frac{ج + د}{د}$ (قنا ٢٢ ، الفيوم ٠٩)

٢ $\frac{أ}{ب - أ} = \frac{ج}{د - ج}$ (الإسكندرية ٢٢ ، أسوان ٢٠ ، الشرقية ١٥)

٣ $\frac{أ - ب}{أ + ب} = \frac{ج - د}{ج + د}$

٤ $\frac{أ^٢ - ٢ ج^٢}{ب^٢ - ٢ د^٢} = \frac{أ^٢}{ب^٢}$ حيث أ ، ب ، ج ، د كميات موجبة.

---

١٨ إذا كان أ : ب : ج = ٥ : ٧ : ٣ وكان : أ + ب = ٢٧,٦

فأوجد قيمة كل من : أ ، ب ، ج «١١,٥ ، ١٦,١ ، ٦,٩»

---

١٩ إذا كان أ : ب : ج = ٣ : ٤ : ٥ أوجد القيمة العددية للمقدار : $\frac{أ^٢ + ب^٢ + ج^٢}{أ (ب + ج)}$ «$\frac{٥٠}{٢٧}$»

---

٢٠ إذا كان : ٢ أ = ٣ ب = ٤ ج فأوجد : أ : ب : ج «٦ : ٤ : ٣»

---

٢١ إذا كان : ٤ أ = ٣ ب = ٦ ج ، أ + ب + ج = ٣٦

أوجد : قيم أ ، ب ، ج (الفيوم ٢٢) «١٢ ، ١٦ ، ٨»

٢٢ أجب عما يأتى :

١ أوجد العدد الذى إذا أُضيف إلى حدى النسبة ٧ : ١١

فإنها تصبح ٢ : ٣ (المنيا ٢٥ ، ج.سيناء ٢٥ ، البحر الأحمر ٢٤ ، السويس ٢٣ ، أسوان ٢٢ ، الجيزة ١٩) «١»

٢ أوجد العدد الذى إذا طُرح ثلاثة أمثاله من حدى النسبة $\frac{٤٩}{٦٩}$

فإنها تصبح $\frac{٢}{٣}$ (الشرقية ٢٥ ، سوهاج ٢٥ ، البحيرة ٢٠ ، الجيزة ١٢) «٣»

٣ أوجد العدد الذى إذا أُضيف مربعه إلى كل من حدى النسبة ٧ : ١١ فإنها تصبح ٤ : ٥

(ج.سيناء ٢٤ ، المنوفية ٢٠ ، السويس ١٧) «٣ أ -٣»

٤ أوجد العدد الموجب الذى إذا أُضيف مربعه إلى حدى النسبة ٥ : ١١ فإنها تصبح ٣ : ٥

(الإسكندرية ٢٤ ، المنوفية ٢٢ ، بنى سويف ٢٠ ، الجيزة ١٩) «٢»

٥ ما العدد الذى إذا طُرح من مقدم النسبة ١٥ : ١٣ وأُضيف إلى تاليها فإنها تصبح ٣ : ٤ ؟

(بنى سويف ٢٥ ، الأقصر ٢٠) «٣»

٦ عددان صحيحان النسبة بينهما ٣ : ٧ ، إذا طُرح من كل منهما ٥ أصبحت النسبة بينهما

١ : ٣ ، أوجد العددين. (البحيرة ٢٥ ، المنوفية ٢٣ ، الإسماعيلية ٢٠) «١٥ ، ٣٥»

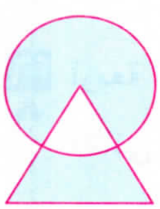
٧ عددان صحيحان النسبة بينهما ٢ : ٣ ، وإذا أُضيف للأول ٧ وطُرح من الثانى ١٢ صارت

النسبة بينهما ٥ : ٣ ، أوجد العددين. (أسيوط ٢٥ ، الغربية ٢٣ ، الشرقية ٢٢) «١٨ ، ٢٧»

٨ عددان حقيقيان موجبان النسبة بينهما ٤ : ٧ ومربع أصغرهما يزيد عن خمسة أمثال أكبرهما

بمقدار ٣٩ ، أوجد العددين. «١٢ ، ٢١»

٩ فى الشكل المقابل :



قامت آلاء بتظليل $\frac{٥}{٦}$ مساحة الدائرة ، $\frac{٢}{٣}$ مساحة المثلث

أوجد النسبة بين :

مساحة الدائرة : مساحة المثلث. (الجيزة ٠٨) «٢ : ١»

تطبيقات حياتية



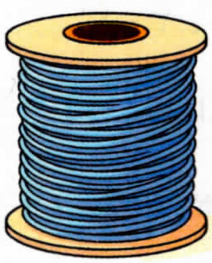
٢٣ في مجال اهتمام الدولة بالريف المصرى ، رصدت الدولة مبلغ ١,٨٥ × $١٠^{٦}$ جنيه لإحدى القرى لبناء مدرسة ، ووحدة صحية ، ومركز شباب ، فإذا كانت تكاليف المدرسة $\frac{٣}{٢}$ من تكاليف الوحدة الصحية، وتكاليف الوحدة الصحية $\frac{٥}{٦}$ من تكاليف مركز الشباب ، فما هى تكاليف كل منها ؟

«٧,٥ × $١٠^{٥}$ ، ٥ × $١٠^{٥}$ ، ٦ × $١٠^{٥}$»



٢٤ إذا كانت نسبة النجاح فى إحدى المحافظات للشهادة الإعدادية هى ٨٣٪ وكانت نسبة النجاح للبنين ٧٩٪ ، ونسبة النجاح للبنات ٨٩٪ فأوجد النسبة بين عدد البنين إلى عدد البنات فى هذه المحافظة.

«٣ : ٢»



٢٥ قطعة من السلك طولها ١٥٢ سم قُسمت إلى جزءين النسبة بينهما كنسبة ١١ : ٨ ، وصُنع من الجزء الأكبر دائرة ومن الجزء الأصغر مربع.

أوجد النسبة بين مساحة المربع ومساحة الدائرة. $\left(\pi = \frac{٢٢}{٧}\right)$

«٣٢ : ٧٧»

للمتفوقين

٢٦ أربعة أعداد متناسبة ، الرابع المتناسب يساوى مربع الثانى المتناسب ، الأول المتناسب ينقص عن الثانى المتناسب بمقدار ٢ ، والثالث المتناسب يساوى ٨ أوجد الأعداد الأربعة.

«٢ ، ٤ ، ٨ ، ١٦ أ ، ‎-٤ ، ‎-٢ ، ٨ ، ٤»

---

٢٧ أوجد العدد الموجب الذى إذا أُضيف معكوسه الضربى إلى تالى النسبة $\frac{٢}{٣}$ أصبحت $\frac{٣}{٥}$ «٣»

تابع خواص التناسب



فى هذا الدرس سوف نتناول خاصية (٥) من خواص التناسب ، وقبل دراسة هذه الخاصية سوف نتناول ملاحظة هامة فى التناسب تساعد فى حل المسائل.

ملاحظة هامة

* إذا كانت أ ، ب ، ح ، ء كميات متناسبة وفرضنا أن : $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{ح}}{\text{ء}} = \text{م}$

فإن : $\text{أ} = \text{ب م}$ ، $\text{ح} = \text{ء م}$

فمثلًا : إذا كان : $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{ح}}{\text{ء}} = \frac{٣}{٤}$ فإن : $\text{أ} = \frac{٣}{٤}\,\text{ب}$ ، $\text{ح} = \frac{٣}{٤}\,\text{ء}$

* وبصفة عامة إذا كانت أ ، ب ، ح ، ء ، هـ ، و ، ... كميات متناسبة

وفرضنا أن : $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{ح}}{\text{ء}} = \frac{\text{هـ}}{\text{و}} = \dots = \text{م}$

فإن : $\text{أ} = \text{ب م}$ ، $\text{ح} = \text{ء م}$ ، $\text{هـ} = \text{و م}$ ، ...

مثال ١

إذا كانت : أ ، ب ، ح ، ء كميات متناسبة

فأثبت أن : ١ $\frac{٢\text{أ} + ٣\text{ح}}{٧\text{أ} - ٥\text{ح}} = \frac{٢\text{ب} + ٣\text{ء}}{٧\text{ب} - ٥\text{ء}}$ ٢ $\frac{\text{أ} + \text{ح}}{\text{ب} + \text{ء}} = \frac{\text{أ}^٢ + \text{ح}^٢}{\text{أ ب} + \text{ح ء}}$

الحل

١ نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{حـ}{ء} = م$ ∴ أ = ب م ، حـ = ء م

∴ الطرف الأيمن = $\frac{٢ ب م + ٣ ء م}{٧ ب م - ٥ ء م} = \frac{م (٢ ب + ٣ ء)}{م (٧ ب - ٥ ء)} = \frac{٢ ب + ٣ ء}{٧ ب - ٥ ء}$ = الطرف الأيسر

٢ نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{حـ}{ء} = م$ ∴ أ = ب م ، حـ = ء م

∵ $\frac{أ + حـ}{ب + ء} = \frac{ب م + ء م}{ب + ء} = \frac{م (ب + ء)}{ب + ء} = م$ (١)

، ∵ $\frac{أ^٢ + حـ^٢}{أ ب + حـ ء} = \frac{(ب م)^٢ + (ء م)^٢}{(ب م) ب + (ء م) ء} = \frac{ب^٢ م^٢ + ء^٢ م^٢}{ب^٢ م + ء^٢ م} = \frac{م^٢ (ب^٢ + ء^٢)}{م (ب^٢ + ء^٢)} = م$ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن : $\frac{أ + حـ}{ب + ء} = \frac{أ^٢ + حـ^٢}{أ ب + حـ ء}$

مثال ٢

إذا كانت : أ ، ب ، حـ ، ء ، هـ ، و كميات متناسبة موجبة **فأثبت أن :** $\sqrt{\frac{أ^٢ + حـ^٢ + هـ^٢}{ب^٢ + ء^٢ + و^٢}} = \frac{أ}{ب}$

الحل

نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{حـ}{ء} = \frac{هـ}{و} = م$ ∴ أ = ب م ، حـ = ء م ، هـ = و م

∴ $\sqrt{\frac{أ^٢ + حـ^٢ + هـ^٢}{ب^٢ + ء^٢ + و^٢}} = \sqrt{\frac{(ب م)^٢ + (ء م)^٢ + (و م)^٢}{ب^٢ + ء^٢ + و^٢}} = \sqrt{\frac{ب^٢ م^٢ + ء^٢ م^٢ + و^٢ م^٢}{ب^٢ + ء^٢ + و^٢}}$

$= \sqrt{\frac{م^٢ (ب^٢ + ء^٢ + و^٢)}{ب^٢ + ء^٢ + و^٢}} = \sqrt{م^٢} = م$

، ∵ $\frac{أ}{ب} = م$ ∴ $\sqrt{\frac{أ^٢ + حـ^٢ + هـ^٢}{ب^٢ + ء^٢ + و^٢}} = \frac{أ}{ب}$

حاول بنفسك ١

إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{حـ}{ء}$ **فأثبت أن :** $\frac{٥ أ - ٢ حـ}{٥ ب - ٢ ء} = \frac{٤ أ + ٣ حـ}{٤ ب + ٣ ء}$

خاصية ٥

نعلم أن : $\frac{٩}{١٥} = \frac{٦}{١٠} = \frac{٣}{٥}$

* فإذا جمعنا مقدمات وتوالى النسبتين الأولى والثانية نحصل على النسبة $\frac{٩ + ٦}{١٥ + ١٠} = \frac{١٥}{٢٥}$

وهى تساوى $\left(\frac{٣}{٥}\right)$ إحدى نسب التناسب المعطى.

، كذلك إذا جمعنا مقدمات وتوالى النسبتين الثانية والثالثة نحصل على النسبة

$\frac{٦ + ٣}{١٠ + ٥} = \frac{٩}{١٥}$ = إحدى النسب

، وإذا جمعنا مقدمات وتوالى النسبتين الأولى والثالثة نحصل على النسبة

$\frac{٩ + ٣}{١٥ + ٥} = \frac{١٢}{٢٠} = \frac{٣}{٥}$ = إحدى النسب

، وإذا جمعنا مقدمات وتوالى النسب الثلاث نحصل على النسبة

$\frac{٩ + ٦ + ٣}{١٥ + ١٠ + ٥} = \frac{١٨}{٣٠} = \frac{٣}{٥}$ = إحدى النسب

* ولما كانت النسبة لا تتغير إذا ضرب حداها فى أى عدد حقيقى خلاف الصفر ،

فإذا ضربنا حدى النسبة الأولى فى أى عدد مثل ٢

وضربنا حدى النسبة الثانية فى أى عدد آخر مثل (−٤)

فإن التناسب السابق يظل صحيحًا أى يكون $\frac{١٨}{٣٠} = \frac{-٢٤}{-٤٠} = \frac{٣}{٥}$

فإذا جمعنا مقدمات وتوالى النسبتين الأولى والثانية نحصل على النسبة

$\frac{١٨ - ٢٤}{٣٠ - ٤٠} = \frac{-٦}{-١٠} = \frac{٣}{٥}$ = إحدى النسب

، وإذا جمعنا مقدمات وتوالى النسب الثلاث نحصل على النسبة

$\frac{١٨ - ٢٤ + ٣}{٣٠ - ٤٠ + ٥} = \frac{-٣}{-٥} = \frac{٣}{٥}$ = إحدى النسب

من النقاط السابقة يمكن أن نقول إنه : إذا كانت لدينا مجموعة من النسب المتساوية فإنه يمكننا الحصول على العديد من النسب الأخرى التى كل منها يساوى أى نسبة من النسب الأصلية وذلك عن طريق جمع مقدمات وتوالى كل النسب أو بعضها سواء مباشرة أو بعد ضرب حدى كل نسبة فى أى عدد حقيقى لا يساوى الصفر.

أى أنه :

إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{ء} = \frac{هـ}{و} = ...$ وكانت : $م_1$ ، $م_2$ ، $م_3$ ، ... أعدادًا حقيقية لا تساوى الصفر

فإن : $\frac{م_1 أ + م_2 جـ + م_3 هـ + ...}{م_1 ب + م_2 ء + م_3 و + ...}$ = إحدى النسب.

مثال ٣

إذا كان : $\frac{أ}{٤} = \frac{ب}{٥} = \frac{جـ}{٣}$ **فأوجد :** $\frac{أ - ب + جـ}{أ + ب - جـ}$

الحل

بضرب حدى النسبة الثانية فى (−١) وجمع مقدمات وتوالى النسب الثلاث :

$\therefore \frac{أ - ب + جـ}{٤ - ٥ + ٣} = \frac{أ - ب + جـ}{٢}$ = إحدى النسب (١)

بضرب حدى النسبة الثالثة فى (−١) وجمع مقدمات وتوالى النسب الثلاث :

$\therefore \frac{أ + ب - جـ}{٤ + ٥ - ٣} = \frac{أ + ب - جـ}{٦}$ = إحدى النسب (٢)

من (١) ، (٢) : $\therefore \frac{أ - ب + جـ}{٢} = \frac{أ + ب - جـ}{٦}$ $\therefore \frac{أ - ب + جـ}{أ + ب - جـ} = \frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣}$

حل آخر :

نفرض أن : $\frac{أ}{٤} = \frac{ب}{٥} = \frac{جـ}{٣} = م$ $\therefore$ أ = ٤ م ، ب = ٥ م ، جـ = ٣ م

$\therefore \frac{أ - ب + جـ}{أ + ب - جـ} = \frac{٤ م - ٥ م + ٣ م}{٤ م + ٥ م - ٣ م} = \frac{٢ \cancel{م}}{٦ \cancel{م}} = \frac{١}{٣}$

مثال ٤

إذا كانت : $\frac{س + ص}{ل + م} = \frac{ص + ع}{م + ن} = \frac{ع + س}{ن + ل}$ **أثبت أن :** $\frac{س}{ل} = \frac{ص - س}{م - ل}$

الحل

بضرب حدى النسبة الثانية فى (−١) وجمع مقدمات وتوالى الثلاث نسب :

$\therefore \frac{س + ص - ص - ع + ع + س}{ل + م - م - ن + ن + ل} = \frac{٢ س}{٢ ل} = \frac{س}{ل}$ = إحدى النسب (١)

، بضرب حدى النسبة الثالثة فى (−١) وجمع مقدمات وتوالى النسبتين الثانية والثالثة :

$\therefore \frac{ص + ع - ع - س}{م + ن - ن - ل} = \frac{ص - س}{م - ل}$ = إحدى النسب (٢)

من (١) ، (٢) : $\therefore \frac{س}{ل} = \frac{ص - س}{م - ل}$

مثال ٥

إذا كان : $\frac{\text{أ} + ٤\,\text{ب}}{\text{س} + ٢\,\text{ص}} = \frac{٤\,\text{ب} + ٧\,\text{حـ}}{٢\,\text{ص} + ٥\,\text{ع}} = \frac{٧\,\text{حـ} + \text{أ}}{٥\,\text{ع} + \text{س}}$ **فأثبت أن :** $\frac{\text{أ}}{٢\,\text{ب}} = \frac{\text{س}}{\text{ص}}$

الحل

بضرب حدى النسبة الثانية فى (−١) وجمع مقدمات وتوالى النسب الثلاث :

$\therefore \frac{\text{أ} + ٤\,\text{ب} - ٤\,\text{ب} - ٧\,\text{حـ} + ٧\,\text{حـ} + \text{أ}}{\text{س} + ٢\,\text{ص} - ٢\,\text{ص} - ٥\,\text{ع} + ٥\,\text{ع} + \text{س}} = \frac{٢\,\text{أ}}{٢\,\text{س}} = \frac{\text{أ}}{\text{س}}$ = إحدى النسب (١)

وبضرب حدى النسبة الثالثة فى (−١) وجمع مقدمات وتوالى النسب الثلاث :

$\therefore \frac{\text{أ} + ٤\,\text{ب} + ٤\,\text{ب} + ٧\,\text{حـ} - ٧\,\text{حـ} - \text{أ}}{\text{س} + ٢\,\text{ص} + ٢\,\text{ص} + ٥\,\text{ع} - ٥\,\text{ع} - \text{س}} = \frac{٨\,\text{ب}}{٤\,\text{ص}} = \frac{٢\,\text{ب}}{\text{ص}}$ = إحدى النسب (٢)

من (١) ، (٢) :

$\therefore \frac{\text{أ}}{\text{س}} = \frac{٢\,\text{ب}}{\text{ص}}$ $\qquad \therefore \frac{\text{أ}}{٢\,\text{ب}} = \frac{\text{س}}{\text{ص}}$

حاول بنفسك ٢

إذا كان : $\frac{\text{س}}{\text{أ} - ٢\,\text{ب}} = \frac{\text{ص}}{\text{ب} - ٢\,\text{حـ}} = \frac{\text{ع}}{\text{حـ} - ٢\,\text{أ}}$ **فأثبت أن :** $\frac{\text{س} + ٢\,\text{ص} - \text{ع}}{٣\,\text{أ} - ٥\,\text{حـ}} = \frac{\text{ص} + ٢\,\text{ع}}{\text{ب} - ٤\,\text{أ}}$

عجائب الأرقام

من عجائب الرقم ٧ أنه إذا ضربنا مضاعفاته حتى ٦٣ فى العدد ١٥٨٧٣ فسينتج عدد أرقامه متشابهة.

- ٧ × ١٥٨٧٣ = ١١١١١١
- ١٤ × ١٥٨٧٣ = ٢٢٢٢٢٢
- ٢١ × ١٥٨٧٣ = ٣٣٣٣٣٣



جرب بنفسك الباقى !

تمارين 6

على خواص التناسب

اختبار تفاعلى

● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات | أسئلة كتاب الوزارة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{ء} = \frac{هـ}{م}$ فإن : $\frac{أ + جـ + هـ}{ب + ء + م} =$ .... (الشرقية ٢٠)

(أ) $\frac{أ}{ب} + \frac{جـ}{ء} + \frac{هـ}{م}$ (ب) $\frac{جـ}{هـ}$ (جـ) $\frac{جـ}{أ}$ (د) $\frac{جـ}{ء}$

٢ إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{ء} = \frac{٥}{٨}$ فإن : $\frac{ب + ء}{أ + جـ} =$ .... (الفيوم ٢٢)

(أ) $\frac{٥}{٨}$ (ب) $\frac{٨}{٥}$ (جـ) $\frac{١٣}{٨}$ (د) $\frac{٥}{١٣}$

٣ إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{ء} = \frac{هـ}{و} = \frac{٣}{٥}$ فإن : $\frac{أ - ٢ جـ + هـ}{ب - ٢ ء + و} =$ ....

(أ) $\frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{٣}{٥}$ (د) $\frac{٢}{٥}$

٤ إذا كان : $\frac{أ}{٢} = \frac{ب}{٣} = \frac{جـ}{٥}$ فإن كل نسبة تساوى .... (الفيوم ١٩)

(أ) $\frac{أ + ب + جـ}{٣}$ (ب) $\frac{أ + ٢ ب - جـ}{٣}$ (جـ) $\frac{أ - ب + جـ}{١٠}$ (د) $\frac{أ - ب}{٥}$

٥ إذا كان : $\frac{٤}{س} = \frac{٧}{ص} = \frac{أ}{ص - س}$ فإن : أ = ...

(أ) -٣ (ب) ٣ (جـ) ١١ (د) ٢٨

٦ إذا كان : $\frac{ل}{٣} = \frac{م}{٨} = \frac{ل + \frac{١}{٢} م}{ب}$ فإن : ب = ...

(أ) ٢٤ (ب) ١١ (جـ) ٨ (د) ٧

٧ إذا كان : $\frac{س}{٥} = \frac{ص}{٤} = \frac{س + ٢ ص}{ك}$ فإن : ك = ... (دمياط ٢٥ ، بورسعيد ٢٣ ، الغربية ١٧)

(أ) ٩ (ب) ١٣ (جـ) ١٤ (د) ٨

٨ إذا كانت : $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{ء} = \frac{هـ}{و}$ فإن : $\frac{أ + ٢ جـ + ٣ هـ}{ب + ٢ ء + ٣ و} = \frac{......}{٥ و}$

(أ) ٥ أ (ب) ٥ جـ

(جـ) ٥ هـ (د) ٥ أ + ٥ جـ + ٥ هـ

٩ إذا كان : $\frac{أ}{٢} = \frac{ب}{٣}$ فإن : $\frac{ب - أ}{ب + أ} =$ ....

(أ) $\frac{١}{٥}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{٢}{٥}$ (د) $\frac{٣}{٥}$

١٠ إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د} = ٥$ فإن : $\frac{٢ أ - ٣ جـ}{٢ ب - ٣ د} =$ .... (بوسعيد ٢٤)

(أ) ١٠ (ب) ١٥ (جـ) ٥ (د) ١

١١ إذا كان : $\frac{٦ س}{٤ ص} = \frac{٣ ع}{٩ ل} = ١٠$ فإن : $\frac{٣ س + ع}{٢ ص + ٣ ل} =$ ....

(أ) ٥٠ (ب) ٣٠ (جـ) ٢٠ (د) ١٠

١٢ إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د} =$ م حيث م $\neq$ صفر فإن : $\frac{أ \times جـ}{ب \times د} =$ .... (القاهرة ١٧)

(أ) ٢ م^{٢} (ب) م^{٢} (جـ) م (د) ٢ م

١٣ إذا كان : $\frac{س}{٥} = \frac{ص}{٧} =$ م فإن : $\frac{٢ س + ص}{١٧} =$ ....

(أ) ٣ م (ب) ٢ م (جـ) ١٧ م (د) م

١٤ إذا كان : $\frac{أ}{٤} = \frac{ب}{٥} =$ ك فإن : $\frac{٤ أ + ٤ ب}{٩} =$ ....

(أ) ك (ب) ٢ ك (جـ) ٣ ك (د) ٤ ك

١٥ إذا كان : $\frac{أ}{٤} = \frac{ب}{٥}$ ، ٢ أ + ٣ ب = ٤٦ فإن : أ = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٨

١٦ إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{٢}{٣}$ ، $\frac{أ}{جـ} = \frac{٤}{٥}$ فإن ب : جـ = ... (الغربية ١٧)

(أ) ٣ : ٤ (ب) ٥ : ٦ (جـ) ٦ : ٥ (د) ٤ : ٣

١٧ إذا كان : $\frac{س}{ص + ١} = \frac{ص}{ع - ٢} = \frac{ع}{س + ٣} = \frac{٢}{٣}$ فإن : س + ص + ع = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨

---

٢ إذا كانت : أ ، ب ، جـ ، د كميات متناسبة **فأثبت أن :**

١ $\frac{٣ أ + جـ}{٥ أ - ٢ جـ} = \frac{٣ ب + د}{٥ ب - ٢ د}$ (ج. سيناء ٢٣ ، أسيوط ١٧)

٢ $\frac{٣ أ - ٢ جـ}{٥ أ + ٣ جـ} = \frac{٣ ب - ٢ د}{٥ ب + ٣ د}$ (سوهاج ٢٤ ، ج. سيناء ٢٢ ، كفر الشيخ ١٨ ، السويس ١٦)

٣ $\frac{أ^{٢} + حـ^{٢}}{أ ب + حـ ء} = \frac{أ}{ب}$ (المنوفية ١١)

٤ $\frac{أ^{٢} + حـ^{٢}}{ب^{٢} + ء^{٢}} = \frac{أ حـ}{ب ء}$ (الغربية ١٨ ، القليوبية ١٧ ، المنوفية ١٦)

٥ $\frac{أ حـ}{ب ء} = \left(\frac{أ - حـ}{ب - ء}\right)^{٢}$ (الجيزة ٢٣ ، المنوفية ٢٣ ، أسوان ٢٢ ، السويس ١٨)

٦ $\left(\frac{أ + ب}{حـ + ء}\right)^{٢} = \frac{٢ أ^{٢} - ٣ ب^{٢}}{٢ حـ^{٢} - ٣ ء^{٢}}$

٧ $\sqrt{\frac{٣ أ^{٢} - ٥ حـ^{٢}}{٣ ب^{٢} - ٥ ء^{٢}}} = \frac{أ}{ب}$ حيث أ ، ب ، حـ ، ء كميات موجبة.

٨ $\sqrt[٣]{\frac{٥ أ^{٣} - ٣ حـ^{٣}}{٥ ب^{٣} - ٣ ء^{٣}}} = \frac{أ + حـ}{ب + ء}$ (القليوبية ١٩)

٩ $\frac{أ^{٢} - ٢ أ حـ + حـ^{٢}}{أ حـ} = \frac{ب^{٢} - ٢ ب ء + ء^{٢}}{ب ء}$ (الإسماعيلية ١٨)

---

٣ إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{حـ}{ء} = \frac{هـ}{و}$ **فأثبت أن :**

١ $\frac{أ + ٥ حـ}{ب + ٥ ء} = \frac{حـ - ٣ هـ}{ء - ٣ و}$

٢ $\frac{٢ أ + ٧ حـ - ٤ هـ}{٢ ب + ٧ ء - ٤ و} = \frac{أ - ٨ هـ}{ب - ٨ و}$

٣ $\frac{٢ أ^{٤} ب^{٢} + ٣ أ^{٢} هـ^{٢} - ٥ هـ^{٤} و}{٢ ب^{٦} + ٣ ب^{٢} و^{٢} - ٥ و^{٥}} = \frac{أ^{٤}}{ب^{٤}}$

٤ $\sqrt{\frac{٥ أ^{٢} - ٧ حـ هـ}{٥ ب^{٢} - ٧ ء و}} = \frac{٢ أ + حـ}{٢ ب + ء}$

---

٤ إذا كان : $\frac{س}{٣} = \frac{ص}{٤} = \frac{ع}{٥}$ **فأثبت أن :**

١ $\frac{٢ ص - ع}{٣ س - ٢ ص + ع} = \frac{١}{٢}$ (الإسكندرية ٢٤ ، السويس ٢٣ ، بورسعيد ٢٢ ، بني سويف ٢٠ ، بورسعيد ١٩)

٢ $\sqrt{٣ س^{٢} + ٣ ص^{٢} + ع^{٢}} = ٢ س + ص$ (دمياط ١٩ ، سوهاج ١٦ ، المنيا ١٢)

---

٥ إذا كان : $س = \frac{ص}{٢} = \frac{ع}{٣}$ **أثبت أن :** $\frac{س + ص - ٢ ع}{س - ٣ ع} = \frac{٣}{٨}$ (أسيوط ١٧)

---

٦ إذا كان : $\frac{أ}{٢} = \frac{ب}{٣} = \frac{حـ}{٤}$ **فأثبت أن :** $٢ أ - ٥ ب + ٣ حـ$ = إحدى النسب.

---

٧ إذا كان : $\frac{أ}{٢} = \frac{ب}{٣} = \frac{حـ}{٤} = \frac{٢ أ - ب + ٥ حـ}{٣ س}$

فأوجد : قيمة س (مطروح ٢٤ ، أسيوط ٢٣ ، البحيرة ٢٢ ، القليوبية ٢٠ ، أسوان ١٩ ، الأقصر ١٨ ، قنا ١٧) «٧»

٨ إذا كان : $\frac{أ}{٢} = \frac{ب}{٧} = \frac{جـ}{٣}$ **فأوجد قيمة :** $\frac{أ + ٢ ب}{ب - جـ}$ (ش. سيناء ٠٩) «٤»

---

٩ إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{ء} = \frac{هـ}{و} = \frac{٢}{٣}$ وكان : ٥ أ − ٣ جـ + هـ = ١٨

أوجد قيمة : ٥ ب − ٣ ء + و (الدقهلية ٢٣) «٢٧»

---

١٠ إذا كان : $\frac{أ}{٤ س + ص} = \frac{ب}{س - ٤ ص}$

أثبت أن : $\frac{أ + ب}{٥ س - ٣ ص} = \frac{أ - ب}{٣ س + ٥ ص}$ (الدقهلية ١٩ ، دمياط ١٢)

---

١١ إذا كان : $\frac{س + ص}{١٩} = \frac{ص + ع}{٧}$ **أثبت أن :** $\frac{س + ٢ ص + ع}{١٣} = \frac{س - ع}{٦}$

---

١٢ إذا كانت : $\frac{ص}{س - ع} = \frac{س}{ص} = \frac{س + ص}{ع}$

فأثبت أن : كلاً من هذه النسب يساوى ٢ (ما لم تكن س + ص = ٠)

ثم أوجد : س : ص : ع (البحيرة ١٨) «٤ : ٢ : ٣»

---

١٣ إذا كان : $\frac{س}{أ - ب + جـ} = \frac{ص}{ب - جـ + أ} = \frac{ع}{جـ - أ + ب}$

فأثبت أن : $\frac{س + ص}{أ} = \frac{ص + ع}{ب}$ (بورسعيد ٠٩)

---

١٤ إذا كان : $\frac{س}{٢ أ + ب} = \frac{ص}{٢ ب - جـ} = \frac{ع}{٢ جـ - أ}$

فأثبت أن : $\frac{٢ س + ص}{٤ أ + ٤ ب - جـ} = \frac{٢ س + ٢ ص + ع}{٣ أ + ٦ ب}$ (الإسكندرية ٢٣ ، البحيرة ٢٣ ، مطروح ١٩ ، القليوبية ١٨)

---

١٥ إذا كان : $\frac{أ}{٢ س - ص} = \frac{ب}{٢ ص - س}$ **فأثبت أن :** $\frac{٢ أ + ب}{أ + ٢ ب} = \frac{س}{ص}$

---

١٦ إذا كان : $\frac{أ}{٢ س + ص} = \frac{ب}{٣ ص - س} = \frac{جـ}{٤ س + ٥ ص}$ **فأثبت أن :** $\frac{أ + ٢ ب}{٤ ب + جـ} = \frac{٧}{١٧}$

---

١٧ إذا كان : $\frac{س + ص}{٧} = \frac{ص + ع}{٥} = \frac{ع + س}{٨}$

فأثبت أن : $\frac{س + ص + ع}{س - ع} = ٥$ (أسيوط ٢٤ ، الغربية ٢٢ ، المنوفية ١٦)

١٨ إذا كان : $\frac{\text{أ} + \text{ب}}{\text{٤}} = \frac{\text{ب} + \text{ح}}{\text{٥}} = \frac{\text{ح} + \text{أ}}{\text{٧}}$

فأثبت أن : $\frac{\text{أ} + \text{ب} + \text{ح}}{\text{٨}} = \frac{\text{أ}}{\text{٣}}$ (كفر الشيخ ١٥)

---

١٩ إذا كان : $\frac{\text{س} + \text{ص}}{\text{٣}} = \frac{\text{ص} + \text{ع}}{\text{٨}} = \frac{\text{ع} + \text{س}}{\text{٦}}$

فأثبت أن : $\frac{\text{س} + \text{ص} + \text{ع}}{\text{٢ س} + \text{٣ ص} + \text{٣ ع}} = \frac{\text{١٧}}{\text{٥٠}}$ (كفر الشيخ ٢٠)

---

٢٠ إذا كان : $\frac{\text{س} + \text{ص}}{\text{٥}} = \frac{\text{ص} + \text{ع}}{\text{٨}} = \frac{\text{ع} + \text{س}}{\text{٧}}$

فأثبت أن : $\frac{\text{س}}{\text{٢}} = \frac{\text{ص}}{\text{٣}} = \frac{\text{ع}}{\text{٥}}$ (الوادى الجديد ١٧)

---

٢١ إذا كان : $\frac{\text{س} + \text{ص}}{\text{٢٥}} = \frac{\text{س} - \text{ص}}{\text{١١}} = \frac{\text{س} + \text{ص} - \text{ع}}{\text{٨}}$

فأثبت أن : س : ص : ع = ١٨ : ٧ : ١٧

---

٢٢ إذا كان : $\frac{\text{أ} + \text{٣ ب}}{\text{س} + \text{٦ ص}} = \frac{\text{٣ ب} + \text{٥ ح}}{\text{٦ ص} + \text{١٠ ع}} = \frac{\text{٥ ح} + \text{أ}}{\text{١٠ ع} + \text{س}}$

فأثبت أن : $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{س}}{\text{٢ ص}}$ **ثم أوجد :** أ : ب : ح «س : ٢ ص : ٢ ع»

---

٢٣ إذا كان : $\frac{\text{أ}}{\text{٣ س} + \text{٤ ص}} = \frac{\text{ب}}{\text{٥ س} - \text{٢ ص}} = \frac{\text{ح}}{\text{ص} + \text{٢ س}}$

فأثبت أن : ١٣ س (٣ ح − ٢ أ) + ٥ ص (أ + ٢ ب) = صفر

---

٢٤ إذا كان : $\frac{\text{س}}{\text{٧}} = \frac{\text{ص}}{\text{٣}}$

فأثبت أن : (٢ س − ٣ ص) ، (س + ٢ ص) ، ١٠ ، ٢٦ متناسبة. (الأقصر ١٩)

---

٢٥ إذا كان : $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{٣}}{\text{٥}}$ ، $\frac{\text{أ}}{\text{ح}} = \frac{\text{٣}}{\text{٧}}$

فأوجد قيمة المقدار : أ + ب + ح بدلالة أ «٥ أ»

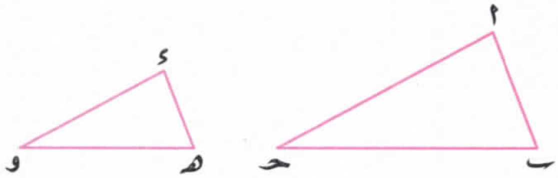
---

٢٦ إذا كان : $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{٢}}{\text{٣}}$ ، $\frac{\text{أ}}{\text{ح}} = \frac{\text{٣}}{\text{٥}}$ ، أ + ب + ح = ٧٥

فأوجد قيمة كل من : أ ، ب ، ح (البحر الأحمر ١٦) «١٨ ، ٢٧ ، ٣٠»

تطبيق هندسى

٢٧ **فى الشكل المقابل :**



إذا كان : $\triangle$ ا ب حـ ~ $\triangle$ ء هـ و

بحيث ء و : ا حـ = ٢ : ٣ وكان محيط $\triangle$ ء هـ و = ٢٢ سم

فأوجد : محيط $\triangle$ ا ب حـ «٣٣ سم»

للمتفوقين

٢٨ إذا كان : $\frac{ا}{س - ص + ع} = \frac{ب}{س + ص - ع} = \frac{حـ}{ص + ع - س}$

فأثبت أن : كل نسبة = $\frac{ا س + ب ص + حـ ع}{س^٢ + ص^٢ + ع^٢}$

---

٢٩ إذا كان : $\frac{٢ س + ص}{س} = \frac{٤ ص + ع}{ص} = \frac{٤ ع + ٣ س}{ع}$ **فأوجد النسبة :** س : ص : ع

ثم أثبت أن : $\frac{٢ س + ص + ع}{٣ س - ص + ٢ ع} = \frac{٤}{٣}$ «١ : ٣ : ٣»

---

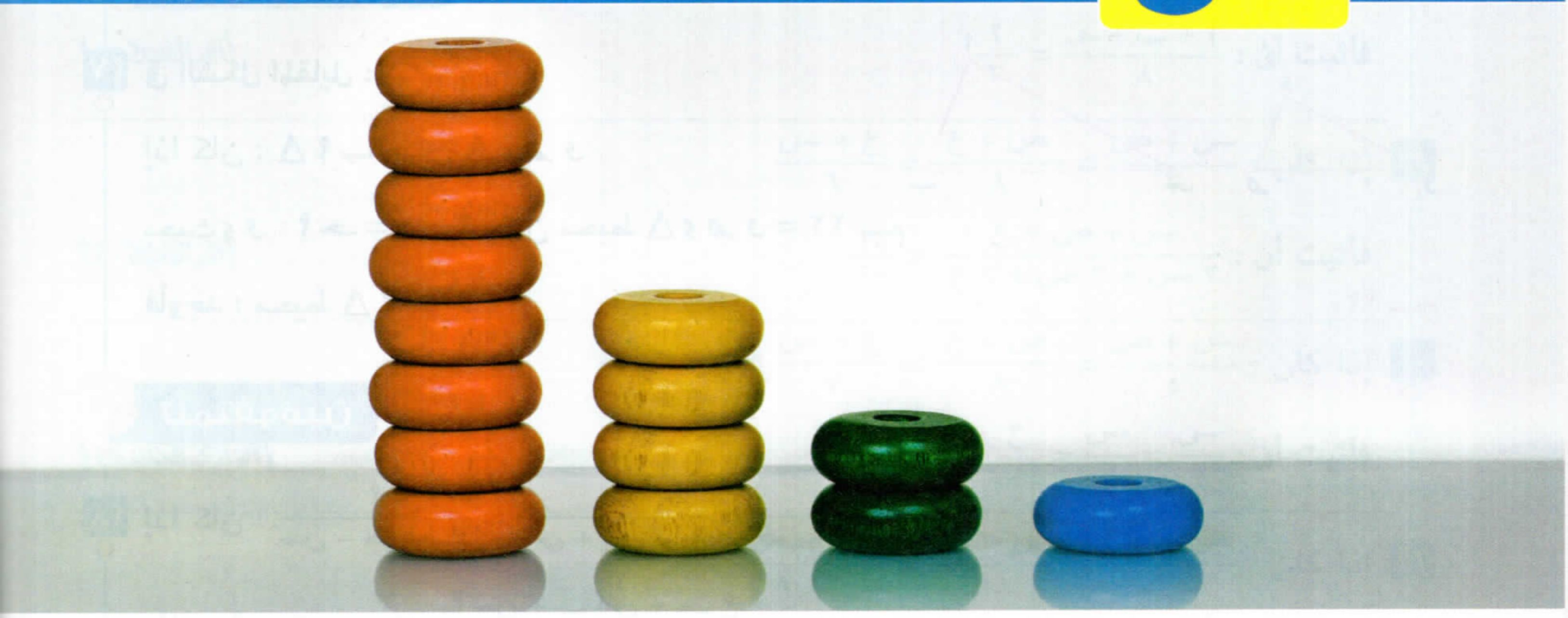
٣٠ إذا كان : $\frac{ا + ٢ ب}{٥} = \frac{٣ ب - حـ}{٣} = \frac{حـ - ا}{٢}$

فأثبت أن : [١] ا + ب - حـ = ٠ [٢] $\frac{٣ ب - ا}{٢ ب + حـ} = \frac{٥}{٧}$



الدرس **3**

التناسب المتسلسل



تعريف

يقال إن الكميات أ ، ب ، ح فى تناسب متسلسل إذا كان :

$\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{ح}$ أو $ب^{2} = أ ح$

فى هذا التناسب يسمى : أ بالأول المتناسب ، ح بالثالث المتناسب.

أما ب فتسمى بالوسط المتناسب بين أ ، ح

فمثلًا : الأعداد ٤ ، ٦ ، ٩ تكون تناسبًا متسلسلاً

لأن : $\frac{٤}{٦} = \frac{٦}{٩}$ أو لأن : $(٦)^{٢} = ٤ \times ٩$

حيث ٦ هو الوسط المتناسب ، ٤ الأول المتناسب ، ٩ الثالث المتناسب.

لاحظ أنه

- إذا كان : أ ، ب ، ح فى تناسب متسلسل فإن : $ب^{٢} = أ ح$ أى $ب = \pm \sqrt{أ ح}$
  والكميتان أ ، ح إما أن تكونا موجبتين معًا أو سالبتين معًا.
- لأى عددين س ، ص موجبين معًا أو سالبين معًا يوجد وسطان متناسبان هما :
  $\sqrt{س ص}$ ، $-\sqrt{س ص}$

مثال ١

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ الوسط المتناسب بين : ٥ ، ٢٠ هو ....

(أ) −١٠ (ب) ١٠ (جـ) ± ١٠ (د) ١٠٠

٢ الوسط المتناسب بين : ٣ ، $\frac{١}{٣}$ هو ....

(أ) ± ١ (ب) ٩ (جـ) $\frac{١}{٩}$ (د) ± ٩

٣ الوسط المتناسب بين : ٣ سـ^{٣} ، ٢٧ سـ هو ....

(أ) ٩ سـ^{٢} (ب) ± ٩ سـ^{٢} (جـ) ٩ سـ^{٤} (د) ± ٩ سـ^{٤}

٤ الأول المتناسب للعددين ١٢ ، ١٨ هو ....

(أ) ٨ (ب) ± ٨ (جـ) ١٢ (د) ٢٧

٥ الثالث المتناسب للعددين −٦ ، ١٢ هو ....

(أ) −٢٤ (ب) ٦ (جـ) ١٨ (د) ٧٢

الحل

١ (جـ) **تفسير الحل :** الوسط المتناسب = ± $\sqrt{٥ \times ٢٠}$ = ± $\sqrt{١٠٠}$ = ± ١٠

٢ (أ) **تفسير الحل :** الوسط المتناسب = ± $\sqrt{٣ \times \frac{١}{٣}}$ = ± $\sqrt{١}$ = ± ١

٣ (ب) **تفسير الحل :** الوسط المتناسب = ± $\sqrt{٣سـ^{٣} \times ٢٧سـ}$ = ± $\sqrt{٨١سـ^{٤}}$ = ± ٩ سـ^{٢}

٤ (أ) **تفسير الحل :** نفرض أن الأول المتناسب هو ٩

∴ $\frac{٩}{١٢} = \frac{١٢}{١٨}$ ∴ ٩ = $\frac{١٢ \times ١٢}{١٨}$ = ٨

٥ (أ) **تفسير الحل :** نفرض أن الثالث المتناسب هو حـ

∴ $\frac{-٦}{١٢} = \frac{١٢}{حـ}$ ∴ حـ = $\frac{١٢ \times ١٢}{-٦}$ = −٢٤

حاول بنفسك ١

١ أوجد الوسط المتناسب بين ٣٢ ، ١٨

٢ أوجد الأول المتناسب للعددين ٨ ، ١٦

ملاحظة

إذا كان : ؟ ، ب ، حـ فى تناسب متسلسل وفرضنا أن : $\frac{؟}{ب} = \frac{ب}{حـ} = م$

فإن : $\frac{ب}{حـ} = م$ ∴ ⓑ = حـ م (١)

، ∵ $\frac{؟}{ب} = م$ ∴ ؟ = ب م وبالتعويض عن ب من (١)

∴ ؟ = (حـ م) م ∴ ⓐ = حـ $م^٢$

أى أنه :

إذا كان : $\frac{؟}{ب} = \frac{ب}{حـ} = م$ فإن : { ⓑ = حـ م ، ⓐ = حـ $م^٢$ }

مثال ٢

إذا كانت : ؟ ، ب ، حـ فى تناسب متسلسل **فأثبت أن :** $\frac{٤ ؟^٢ - ٣ ب^٢}{٤ ب^٢ - ٣ حـ^٢} = \frac{؟}{حـ}$

الحـــل

نفرض أن $\frac{؟}{ب} = \frac{ب}{حـ} = م$ ∴ ⓑ = حـ م ، ⓐ = حـ $م^٢$

∴ $\frac{٤ ؟^٢ - ٣ ب^٢}{٤ ب^٢ - ٣ حـ^٢} = \frac{٤ (حـ م^٢)^٢ - ٣ (حـ م)^٢}{٤ (حـ م)^٢ - ٣ حـ^٢} = \frac{٤ حـ^٢ م^٤ - ٣ حـ^٢ م^٢}{٤ حـ^٢ م^٢ - ٣ حـ^٢}$

$= \frac{حـ^٢ م^٢ (٤ م^٢ - ٣)}{حـ^٢ (٤ م^٢ - ٣)} = م^٢$ (١)

، $\frac{؟}{حـ} = \frac{حـ م^٢}{حـ} = م^٢$ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن : $\frac{٤ ؟^٢ - ٣ ب^٢}{٤ ب^٢ - ٣ حـ^٢} = \frac{؟}{حـ}$

حل آخر :

∵ $\frac{؟}{ب} = \frac{ب}{حـ}$ ∴ $ب^٢$ = ؟ حـ

∴ الطرف الأيمن = $\frac{٤ ؟^٢ - ٣ ؟ حـ}{٤ ؟ حـ - ٣ حـ^٢} = \frac{؟ (٤ ؟ - ٣ حـ)}{حـ (٤ ؟ - ٣ حـ)} = \frac{؟}{حـ}$ = الطرف الأيسر

مثال ٣

إذا كانت ب وسطًا متناسبًا بين أ ، ح فأثبت أن :

١ $\frac{أ - ب}{أ} = \frac{أ - ح}{أ + ب}$ ٢ $أ ب - ح^٢ = (ب - ح) (أ + ب + ح)$

الحل

∵ ب وسط متناسب بين أ ، ح ∴ أ ، ب ، ح فى تناسب متسلسل.

نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{ح} = م$ ∴ ب = ح م ، أ = ح $م^٢$

١ ∵ $\frac{أ - ب}{أ} = \frac{ح م^٢ - ح م}{ح م^٢} = \frac{ح م (م - ١)}{ح م^٢} = \frac{م - ١}{م}$ (١)

، $\frac{أ - ح}{أ + ب} = \frac{ح م^٢ - ح}{ح م^٢ + ح م} = \frac{ح (م^٢ - ١)}{ح م (م + ١)} = \frac{ح (م - ١) (م + ١)}{ح م (م + ١)} = \frac{م - ١}{م}$ (٢)

∴ من (١) ، (٢) ينتج أن : $\frac{أ - ب}{أ} = \frac{أ - ح}{أ + ب}$

٢ ∵ $أ ب - ح^٢ = ح م^٢ \times ح م - ح^٢ = ح^٢ م^٣ - ح^٢ = ح^٢ (م^٣ - ١)$ (١)

، $(ب - ح) (أ + ب + ح) = (ح م - ح) (ح م^٢ + ح م + ح)$

$= ح (م - ١) \times ح (م^٢ + م + ١)$

$= ح^٢ (م - ١) (م^٢ + م + ١) = ح^٢ (م^٣ - ١)$ (٢)

∴ من (١) ، (٢) ينتج أن : $أ ب - ح^٢ = (ب - ح) (أ + ب + ح)$

حاول بنفسك ٢

إذا كانت : أ ، ب ، ح فى تناسب متسلسل **أثبت أن :** $\frac{٣ ح^٢ - ٤ ب^٢}{٣ ب^٢ - ٤ أ^٢} = \frac{ح^٢}{ب^٢}$

تعميم تعريف التناسب المتسلسل

الكميات $أ$ ، $ب$ ، $حـ$ ، $ء$ ، ... تكون فى تناسب متسلسل إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{حـ} = \frac{حـ}{ء} = ... $

فمثلًا : الأعداد ١٦ ، ٢٤ ، ٣٦ ، ٥٤ فى تناسب متسلسل.

لأن $\frac{١٦}{٢٤} = \frac{٢٤}{٣٦} = \frac{٣٦}{٥٤}$ (كل نسبة $= \frac{٢}{٣}$)

! ملاحظة

إذا كانت : $أ$ ، $ب$ ، $حـ$ ، $ء$ فى تناسب متسلسل وفرضنا أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{حـ} = \frac{حـ}{ء} = م$

فإن : $\frac{حـ}{ء} = م$ $\therefore$ $حـ = ء م$ (١)

، $\frac{ب}{حـ} = م$ $\therefore$ $ب = حـ م$ وبالتعويض من (١)

$\therefore$ $ب = (ء م) م$ $\therefore$ $ب = ء م^{٢}$ (٢)

، $\frac{أ}{ب} = م$ $\therefore$ $أ = ب م$ وبالتعويض من (٢)

$\therefore$ $أ = (ء م^{٢}) م$ $\therefore$ $أ = ء م^{٣}$

أى أنه :

إذا كان $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{حـ} = \frac{حـ}{ء} = م$ فإن : $حـ = ء م$ ، $ب = ء م^{٢}$ ، $أ = ء م^{٣}$

مثال ٤

إذا كانت : $أ$ ، $ب$ ، $حـ$ ، $ء$ فى تناسب متسلسل **فأثبت أن :** $\frac{أ + ء}{ب - حـ + ء} = \frac{أ - حـ}{ب - حـ}$

الحل

نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{حـ} = \frac{حـ}{ء} = م$

$\therefore$ $حـ = ء م$ ، $ب = ء م^{٢}$ ، $أ = ء م^{٣}$

$\therefore \frac{أ + ء}{ب - ح + ء} = \frac{ء م^٣ + ء}{ء م^٢ - ء م + ء} = \frac{ء (م^٣ + ١)}{ء (م^٢ - م + ١)} = \frac{(م + ١)(م^٢ - م + ١)}{م^٢ - م + ١} = م + ١$ (١)

، $\frac{أ - ح}{ب - ح} = \frac{ء م^٣ - ء م}{ء م^٢ - ء م} = \frac{ء م (م^٢ - ١)}{ء م (م - ١)} = \frac{(م - ١)(م + ١)}{(م - ١)} = م + ١$ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن : $\frac{أ + ء}{ب - ح + ء} = \frac{أ - ح}{ب - ح}$

حاول بنفسك ٣

إذا كانت : أ ، ب ، ح ، ء فى تناسب متسلسل **فأثبت أن :** $\frac{أ + ٢ ب}{ب + ٢ ح} = \frac{ح + أ}{ء + ب}$

مثال ٥

إذا كانت الكميات أ ، ٢ ب ، ٣ ح ، ٤ ء فى تناسب متسلسل

فأثبت أن : (٢ ب − ٣ ح) وسط متناسب بين (أ − ٢ ب) ، (٣ ح − ٤ ء)

الحل

نفرض أن : $\frac{أ}{٢ ب} = \frac{٢ ب}{٣ ح} = \frac{٣ ح}{٤ ء} = م$

$\therefore$ ٣ ح = ٤ ء م ، ٢ ب = ٤ ء $م^٢$ ، أ = ٤ ء $م^٣$

وإثبات أن : (٢ ب − ٣ ح) وسط متناسب بين (أ − ٢ ب) ، (٣ ح − ٤ ء)

يعنى إثبات أن : $(٢ ب - ٣ ح)^٢ = (أ - ٢ ب)(٣ ح - ٤ ء)$

$\because (٢ ب - ٣ ح)^٢ = (٤ ء م^٢ - ٤ ء م)^٢$

$= [٤ ء م (م - ١)]^٢ = ١٦ ء^٢ م^٢ (م - ١)^٢$ (١)

، $(أ - ٢ ب)(٣ ح - ٤ ء) = (٤ ء م^٣ - ٤ ء م^٢)(٤ ء م - ٤ ء)$

$= ٤ ء م^٢ (م - ١) \times ٤ ء (م - ١) = ١٦ ء^٢ م^٢ (م - ١)^٢$ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن : $(\text{٢ب} - \text{٣جـ})^{٢} = (\text{أ} - \text{٢ب})\,(\text{٣جـ} - \text{٤د})$

$\therefore$ $(\text{٢ب} - \text{٣جـ})$ وسط متناسب بين $(\text{أ} - \text{٢ب})$ ، $(\text{٣جـ} - \text{٤د})$

حل آخر :

$\because$ أ ، ٢ب ، ٣جـ ، ٤د في تناسب متسلسل

$$\therefore \frac{\text{أ}}{\text{٢ب}} = \frac{\text{٢ب}}{\text{٣جـ}} = \frac{\text{٣جـ}}{\text{٤د}}$$

وبطرح مقدم وتالي النسبة الثانية من مقدم وتالي النسبة الأولى :

$$\therefore \frac{\text{أ} - \text{٢ب}}{\text{٢ب} - \text{٣جـ}} = \text{إحدى النسب} \qquad (١)$$

وبطرح مقدم وتالي النسبة الثالثة من مقدم وتالي النسبة الثانية :

$$\therefore \frac{\text{٢ب} - \text{٣جـ}}{\text{٣جـ} - \text{٤د}} = \text{إحدى النسب} \qquad (٢)$$

من (١) ، (٢) ينتج أن : $\frac{\text{أ} - \text{٢ب}}{\text{٢ب} - \text{٣جـ}} = \frac{\text{٢ب} - \text{٣جـ}}{\text{٣جـ} - \text{٤د}}$

$\therefore$ $(\text{٢ب} - \text{٣جـ})$ وسط متناسب بين $(\text{أ} - \text{٢ب})$ ، $(\text{٣جـ} - \text{٤د})$



عجائب الأرقام

من عجائب العدد ٣٧ إنك إذا ضربته في العدد ٣ أو أحد مضاعفاته حتى ٢٧ تحصل على عدد مكون من أرقام متشابهة.

- ٣٧ × ٣ = ١١١
- ٣٧ × ٦ = ٢٢٢
- ٣٧ × ٩ = ٣٣٣

جرب بنفسك !

تمارين 7 على التناسب المتسلسل

● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات 📖 أسئلة كتاب الوزارة | اختبار تفاعلى

١ أوجد الوسط المتناسب بين :

١ 📖 ٣ ، ٢٧ | ٢ ٩ ، ٢٥ | ٣ −٢ ، −٨ (الجيزة ٠٩)

٤ $\frac{1}{5}$ ، ١٢٥ | ٥ ٢ أ ، ٨ أ $ب^2$ | ٦ $(ل + م)^2$ ، $(ل - م)^2$

٢ أوجد الثالث المتناسب لكل مما يأتى :

١ ٦ ، ١٢ | ٢ $س^2$ ، −٥ س | ٣ $س^2$ ، −٣ $س^2$

٣ إذا كانت ب وسطًا متناسبًا بين أ ، ح فأثبت أن :

١ $\frac{أ}{ح} = \frac{ب^2}{ح^2}$ (دمياط ٢٥ ، البحر الأحمر ٢٣)

٢ $\frac{٢أ + ٣ب}{٢ب + ٣ح} = \frac{أ}{ب}$ (البحر الأحمر ٢٥ ، السويس ٢٣)

٣ $\frac{أ - ب}{ب - ح} = \frac{أ + ٣ب}{٣ح + ب}$ (سوهاج ٢٢)

٤ 📖 $\frac{أ^2 + ب^2}{ب^2 + ح^2} = \frac{أ}{ح}$ (البحيرة ٢٥ ، الدقهلية ٢٤)

٥ $\left(\frac{ب - ح}{أ - ب}\right)^2 = \frac{ح}{أ}$ (الفيوم ٢٥ ، المنيا ٢٤)

٦ $\frac{أ^3 + ب^3}{ب^3 + ح^3} = \frac{أ^2}{ب ح}$ (قنا ٢٤ ، المنوفية ١١)

٧ $\frac{أ^3 - ٤ب^3}{ب^3 - ٤ح^3} = \frac{ب^3}{ح^3}$

٨ 📖 $\frac{٢ح^2 - ٣ب^2}{٢ب^2 - ٣أ^2} = \frac{ح}{أ} = \frac{ح^2}{ب^2}$

٩ $\frac{أ^2 + أب + ب^2}{ب^2 + ب ح + ح^2} = \frac{أ^2 - ب^2}{ب^2 - ح^2}$

١٠ $\frac{أ^2}{ب^2} + \frac{ب^2}{ح^2} = \frac{٢أ}{ح}$ (المنوفية ٢٥ ، الإسماعيلية ٢٥ ، الغربية ٢٤ ، السويس ٢٢ ، الدقهلية ١٩)

١١ 📖 $\frac{أ + ب + ح}{أ^{-1} + ب^{-1} + ح^{-1}} = ب^2$ (أسيوط ٢٥ ، الوادى الجديد ٢٢)

١٢ $\frac{أح}{ب(ب + ح)} = \frac{أ}{أ + ب}$ (الغربية ١٧)

١٣ $\frac{أ - ب}{أ - ح} = \frac{ب}{ب + ح}$ (الغربية ٢٥ ، الجيزة ٢٤)

٤ إذا كانت : أ ، ب ، جـ ، د في تناسب متسلسل فأثبت أن :

١) $\frac{أ - ٢ب}{ب - ٢جـ} = \frac{٣ب + ٤جـ}{٣جـ + ٤د}$ (المنوفية ٢٤)

٢) $\frac{٣أ + ٥جـ}{٣ب + ٥د} = \frac{أ - ٤جـ}{ب - ٤د}$

٣) $\frac{٣أ - ٥جـ}{أ - ب + جـ} = \frac{٣ب - ٥د}{ب - جـ + د}$

٤) $\frac{أ - د}{أ + ب + جـ} = \frac{أ - ٢ب + جـ}{أ - ب}$

٥) $\frac{جـ^{٢} - د^{٢}}{أ - جـ} = \frac{ب د}{أ}$ (ج.سيناء ٢٥ ، الدقهلية ٢٣ ، الغربية ٢٢ ، ج.سيناء ٢٠ ، البحيرة ١٨ ، مطروح ١٧)

٦) $\frac{أ^{٢} - ٣جـ^{٢}}{ب^{٢} - ٣د^{٢}} = \frac{ب}{د}$ (الشرقية ٢٤ ، البحيرة ٢٣ ، بني سويف ١٨ ، الإسكندرية ١٧ ، البحيرة ١٥)

٧) $\frac{أب - جـد}{ب^{٢} - جـ^{٢}} = \frac{أ + جـ}{ب}$ (المنوفية ٢٢ ، المنوفية ١٧ ، قنا ١٦)

٨) $\frac{أ}{ب + د} = \frac{جـ^{٣}}{جـ^{٢} د + د^{٣}}$ (الأقصر ٢٥ ، الفيوم ٢٠ ، الإسكندرية ١٩)

٩) $\frac{أ^{٢} + ب^{٢} + جـ^{٢}}{ب^{٢} + جـ^{٢} + د^{٢}} = \frac{أ جـ}{ب د}$ (الدقهلية ١١)

١٠) $\frac{٢أ + ٣د}{٣أ - ٤د} = \frac{٢أ^{٣} + ٣ب^{٣}}{٣أ^{٣} - ٤ب^{٣}}$

١١) $\frac{أ + ٥ب}{ب + ٥جـ} = \sqrt{\frac{ب}{د}}$

١٢) $\sqrt[٣]{\frac{٥أ^{٣} - ٣جـ^{٣}}{٥ب^{٣} - ٣د^{٣}}} = \frac{أ + جـ}{ب + د}$ (الإسكندرية ١١)

١٣) $\left(\frac{أ + ب}{ب + جـ}\right)^{٣} = \frac{أ}{د}$ (الشرقية ١٥)

١٤) $\frac{أ^{٢} + د^{٢}}{جـ (أ + جـ)} = \frac{ب}{د} + \frac{د}{ب} - ١$

---

٥ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١) الأول المتناسب للعددين ٤ ، ٨ هو .... (القليوبية ٢٥)

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٨ (د) ١٦

٢) الوسط المتناسب بين أ ، جـ هو .... (المنيا ٢٥ ، بني سويف ٢٠)

(أ) $\sqrt{أ + جـ}$ (ب) $\frac{أ + جـ}{٢}$ (جـ) $\pm \sqrt{أ جـ}$ (د) أ جـ

٣) إذا كان العدد ٦ هو الوسط المتناسب الموجب للعددين م ، ٢ فإن : م = ... (أسوان ١٣)

(أ) ٨ (ب) ١٢ (جـ) ١٨ (د) ٣٦

٤ إذا كان : ٢ ب وسطًا متناسبًا بين أ ، ٥ حـ فإن : $\frac{ب^٢}{أ حـ}$ = ... (الشرقية ٢٥)

(أ) $\frac{٥}{٤}$ (ب) $\frac{٢}{٥}$ (جـ) $\frac{٣}{٥}$ (د) ١٠

٥ إذا كانت : س ، ص ، ع فى تناسب متسلسل فإن : س = ... (الأقصر ٢٠)

(أ) $\pm\sqrt{ص ع}$ (ب) ص ع (جـ) $\frac{ص^٢}{ع}$ (د) $\frac{ص}{ع}$

٦ إذا كان : ل ، م ، ن فى تناسب متسلسل فإن : $م^٢$ − ل ن = ...

(أ) −١ (ب) صفر (جـ) ١ (د) ٢

٧ إذا كانت : أ ، ب ، حـ كميات متناسبة فإن : $\frac{أ}{حـ}$ = ... (الدقهلية ٢٥)

(أ) $\frac{ب^٢}{أ^٢}$ (ب) $\frac{حـ^٢}{ب^٢}$ (جـ) $\frac{ب^٢}{حـ^٢}$ (د) $ب^٢ حـ^٢$

٨ إذا كان : س ، ٨ ، $س^٢$ فى تناسب متسلسل فإن : س = ... (السويس ٢٥)

(أ) ٨ $س^٣$ (ب) ٨ (جـ) $س^٣$ (د) ٤

٩ إذا كانت : ٧ ، س ، $\frac{١}{ص}$ فى تناسب متسلسل

فإن : $س^٢$ ص = ... (الإسماعيلية ٢٢ ، البحيرة ١٩)

(أ) ٧ (ب) $\frac{١}{٧}$ (جـ) ١٤ (د) ٤٩

١٠ إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{حـ} = \frac{حـ}{٥}$ = ٢ فإن : أ = ... (المنوفية ١٢)

(أ) ٥ × $٢^٢$ (ب) ٤٠ (جـ) ١٠ (د) ٢ × $٥^٣$

١١ إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{حـ} = \frac{حـ}{ء}$ = ٢ فإن : $\frac{أ}{ء}$ = ... (الشرقية ١٣)

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٨ (د) ١٦

١٢ إذا كانت : ٦ $أ^٢ ب^٢$ ، ٣ أ ب ، حـ كميات متناسبة فإن : حـ = ...

(أ) −٣ (ب) ٣ أ ب (جـ) $\frac{٣}{٢}$ (د) $\frac{٢}{٣}$

١٣ الوسط المتناسب بين (س − ٢) ، (س + ٢) هو .... (القاهرة ٠٩)

(أ) $\sqrt{س + ٢}$ (ب) $س^٢$ − ٤ (جـ) $\pm\sqrt{س^٢ - ٤}$ (د) $\sqrt{س^٢ - ٤}$

١٤ العدد الذى إذا أُضيف لكل من الأعداد ١ ، ٣ ، ٦ تصبح فى تناسب متسلسل

هو .... (دمياط ١٣)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

١٥ إذا كان : أ ، ب ، حـ ، ء فى تناسب متسلسل وكان : أ + ب + حـ = ٥

، ب + حـ + ء = ٧ فإن : $\frac{أ}{ب}$ = ... (الإسكندرية ٢٣)

(أ) $\frac{٥}{٧}$ (ب) $\frac{٧}{٥}$ (جـ) $\frac{-٥}{٧}$ (د) $\frac{-٧}{٥}$

---

٦ إذا كان : أ ، ٣ ، ٩ ، ب فى تناسب متسلسل **أوجد قيمة كل من : أ ، ب**

(البحر الأحمر ٢٤ ، الأقصر ١٦) «١ ، ٢٧»

---

٧ إذا كان : ٣ ، ل ، ١٢ ، م فى تناسب متسلسل **أوجد قيمة كل من : ل ، م** «± ٦ ، ± ٢٤»

---

٨ إذا كانت ٢ ، أ ، ب ، ٥٤ فى تناسب متسلسل **أوجد قيمة : أ + ب** (القليوبية ٢٤) «٢٤»

---

٩ أوجد العدد الذى إذا طرح من الأعداد ٣ ، ٧ ، ١٩ فإنها تكون تناسبًا متسلسلًا. (الأقصر ١٧) «١»

---

١٠ إذا كان ب وسطًا متناسبًا بين أ ، حـ وكان : أ = ٤ حـ = ٤

فأوجد قيمة : $أ^٢ + ب^٢ + حـ^٢$ (الإسماعيلية ٢٤ ، الفيوم ١٧) «٢١»

---

١١ إذا كانت ب وسطًا متناسبًا بين أ ، حـ وكانت حـ وسطًا متناسبًا بين ب ، ء

فأثبت أن : $\frac{أ^٢}{ب^٢} + \frac{ب^٢}{حـ^٢} + \frac{حـ^٢}{ء^٢} = \frac{أ}{حـ} + \frac{ب}{ء} + \frac{أ حـ}{ب ء}$

---

١٢ إذا كان : $ص^٢ = س ع$ **فأثبت أن :** $\frac{س (س - ص)}{ص (ص - ع)} = \frac{ص^٢}{ع^٢}$

---

١٣ إذا كان : $ب^٢ = أ حـ$ ، $حـ^٢ = ب ء$ **أثبت أن :** $\frac{٢ أ + ٣ ء}{٣ أ - ٤ ء} = \frac{٢ أ^٣ + ٣ ب^٣}{٣ أ^٣ - ٤ ب^٣}$

---

١٤ إذا كان : $\frac{أ^٢ + ب^٢}{ب^٢} = \frac{ب^٢ + حـ^٢}{حـ^٢}$

أثبت أن : ب وسط متناسب بين أ ، حـ حيث أ حـ كمية موجبة. (الإسكندرية ١٥ ، بنى سويف ١٥)

---

١٥ إذا كان : أ ، ب ، حـ ، ء فى تناسب متسلسل

أثبت أن : (ب + حـ) وسط متناسب بين : (أ + ب) ، (حـ + ء)

١٦ إذا كانت : ٥ أ ، ٦ ب ، ٧ حـ ، ٨ ء كميات موجبة فى تناسب متسلسل

فأثبت أن : $\sqrt[3]{\frac{٥ أ}{٨ ء}} = \sqrt{\frac{٥ أ + ٦ ب}{٧ حـ + ٨ ء}}$

---

١٧ إذا كان : ب وسطًا متناسبًا بين أ ، حـ أثبت أن : $\frac{أ^{٤} + ب^{٤} + حـ^{٤}}{أ^{-٤} + ب^{-٤} + حـ^{-٤}} = ب^{٨}$

تطبيقات هندسية

١٨ س ، ص ، ع أطوال أضلاع متناسبة فى مثلث ، س + ص = ١٥ سم

، ص + ع = ٢٢,٥ سم **فأوجد :** س : ص «٢ : ٣»

---

١٩ أ ب حـ مثلث فيه : ق (∠ حـ) = ٦٠° فإذا كانت قياسات زواياه ∠ أ ، ∠ ب ، ∠ حـ على الترتيب فى

تناسب متسلسل **فأوجد :** ق (∠ أ) ، ق (∠ ب) «٦٠° ، ٦٠°»

للمتفوقين

٢٠ إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{حـ} = \frac{حـ}{ء} = ٢$

فأوجد فى ح مجموعة الحل للمعادلة : أ س^{٢} − ٢ ب س + حـ = ٠ «$\{\frac{١}{٢}\}$»

---

٢١ إذا كانت ٥ وسطًا متناسبًا بين س ، ص

فأوجد الوسط المتناسب بين : $(س + \frac{١}{ص})$ ، $(ص + \frac{١}{س})$ «± ٥,٢»

الدرس 4

التغير الطردى والتغير العكسى



أولًا التغير الطردى

تعريف

يقال إن ص تتغير طرديًا مع س وتكتب ص ∝ س

إذا كان : ص = م س (أى : $\frac{ص}{س}$ = م) حيث م ثابت ≠ صفر

والعلاقة ص = م س يمثلها بيانيًا خط مستقيم يمر بنقطة الأصل (٠ ، ٠)

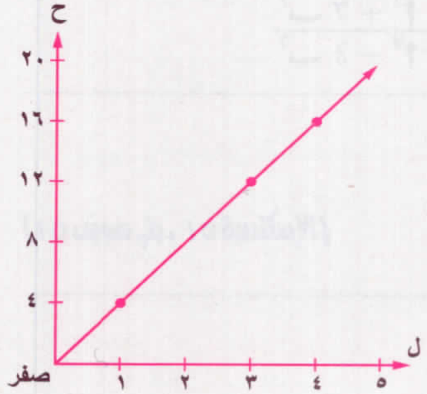
فمثلًا : محيط المربع (ح) يتغير طرديًا مع طول ضلعه (ل) وتكتب ح ∝ ل

لأن : ح = ٤ ل ، أو $\frac{ح}{ل}$ = ٤

والجدول التالى يوضح بعض قيم ل وقيم ح المناظرة لها

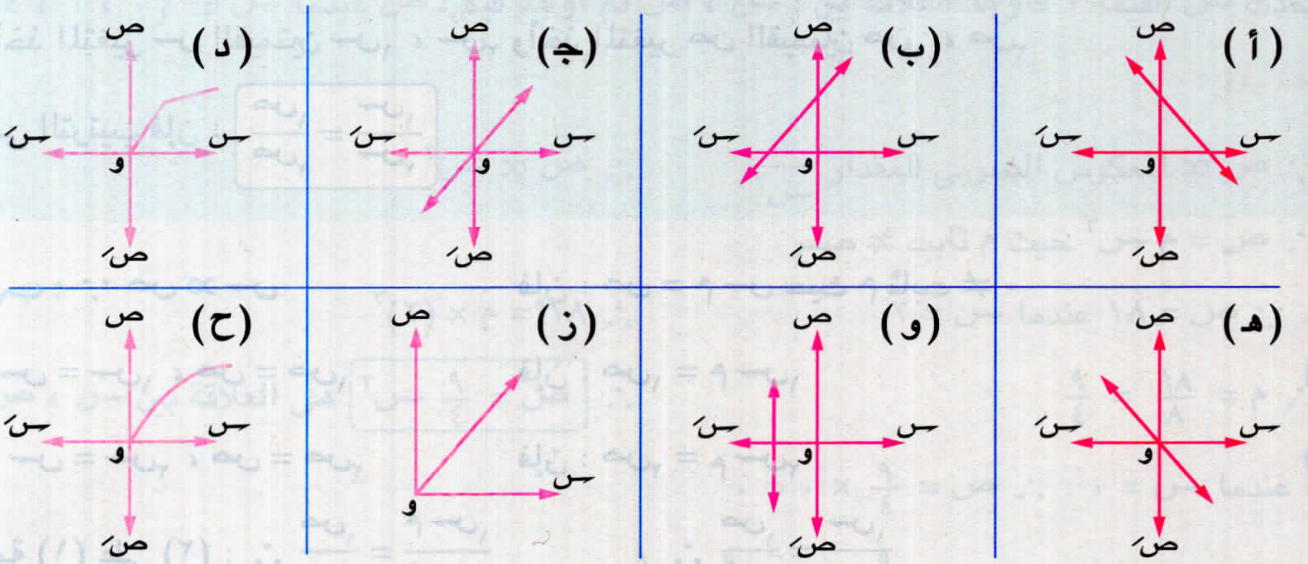
طول الضلع (ل)	١	٣	٤
المحيط (ح)	٤	١٢	١٦

والشكل المقابل يمثل بيانيًا العلاقة بين ح ، ل



مثال ١

بيِّن أيًا من الأشكال البيانية الآتية يمثل تغيراً طرديًا بين س ، ص :



الحل

الأشكال البيانية التى تمثل تغيرًا طرديًا بين س ، ص هى (جـ) ، (هـ) ، (ز)

لأن كلًا منها عبارة عن مستقيم يمر بنقطة الأصل.

مثال ٢

إذا كان : $أ^٢ + ٤ ب^٢ = ٤ أ ب$ فأثبت أن : $أ \propto ب$

الحل

لإثبات أن : $أ \propto ب$ نثبت أن : $أ = م ب$ بحيث م ثابت $\neq ٠$

$\because أ^٢ + ٤ ب^٢ = ٤ أ ب$ $\therefore أ^٢ - ٤ أ ب + ٤ ب^٢ = ٠$ $\therefore (أ - ٢ ب)^٢ = ٠$

$\therefore أ - ٢ ب = ٠$ $\therefore$ $\boxed{أ = ٢ ب}$ $\therefore أ \propto ب$

حاول بنفسك ١

إذا كان : $\frac{٣ س - ٥ ص}{٣ س - ٩ ص} = \frac{١}{٢}$ لجميع قيم $س \in ح_+$ ، $ص \in ح_+$ أثبت أن : $س \propto ص$

خاصية

إذا كان : ص ∝ س

وأخذ المتغير س القيمتين $س_1$ ، $س_2$ وأخذ المتغير ص القيمتين $ص_1$ ، $ص_2$

على الترتيب فإن : $\frac{ص_1}{ص_2} = \frac{س_1}{س_2}$

السبب : ∵ ص ∝ س فإن : ص = م س حيث م ثابت ≠ ٠

عند س = $س_1$ ، ص = $ص_1$ فإن : $ص_1$ = م $س_1$ (١)

وعند س = $س_2$ ، ص = $ص_2$ فإن : $ص_2$ = م $س_2$ (٢)

بقسمة (١) على (٢) : ∴ $\frac{ص_1}{ص_2} = \frac{م س_1}{م س_2}$ ∴ $\frac{ص_1}{ص_2} = \frac{س_1}{س_2}$

مثال ٣

إذا كانت : ص ∝ س وكانت : ص = ٢٠ عند س = ٧ **فأوجد :** ص عندما س = ١٤

الحــل

∵ ص ∝ س ∴ $\frac{ص_1}{ص_2} = \frac{س_1}{س_2}$

حيث : $ص_1$ = ٢٠ ، $س_1$ = ٧ ، $ص_2$ = ؟ ، $س_2$ = ١٤

∴ $\frac{٢٠}{ص_2} = \frac{٧}{١٤}$ ∴ $ص_2 = \frac{٢٠ \times ١٤}{٧} = ٤٠$

حل آخر :

∵ ص ∝ س ∴ ص = م س حيث م ثابت ≠ صفر

، ∵ ص = ٢٠ عندما س = ٧ ∴ ٢٠ = م × ٧

∴ م = $\frac{٢٠}{٧}$ ∴ ص = $\frac{٢٠}{٧}$ × س

وعندما س = ١٤ : ∴ ص = $\frac{٢٠}{٧}$ × ١٤ ∴ ص = ٤٠

مثال ٤

إذا كان س ، ص متغيرين حيث ص $\propto$ المعكوس الضربى للمقدار $\frac{١}{س^٣}$ وأخذت ص القيمة ١٨ عندما أخذت س القيمة ٢ **فأوجد العلاقة بين : س ، ص ثم أوجد قيم : ص** عندما س $\in$ {٠ ، ١ ، ٤}

الحـــل

$\because$ ص $\propto$ المعكوس الضربى للمقدار $\frac{١}{س^٣}$ $\therefore$ ص $\propto$ س^٣

$\therefore$ ص = م س^٣ حيث م ثابت $\neq$ صفر

، $\because$ ص = ١٨ عندما س = ٢ $\therefore$ ١٨ = م × (٢)^٣

$\therefore$ م = $\frac{١٨}{٨}$ = $\frac{٩}{٤}$ $\therefore$ ص = $\frac{٩}{٤}$ س^٣ هى العلاقة بين س ، ص

، عندما س = ٠ : $\therefore$ ص = $\frac{٩}{٤}$ × ٠ = ٠

، عندما س = ١ : $\therefore$ ص = $\frac{٩}{٤}$ × ١ = $\frac{٩}{٤}$ = ٢$\frac{١}{٤}$

، عندما س = ٤ : $\therefore$ ص = $\frac{٩}{٤}$ × ٦٤ = ١٤٤

مثال ٥

إذا كان (ح) يرمز لحجم مخروط دائرى قائم ارتفاعه ثابت وكان (ح) يتغير بتغير مربع طول نصف قطر قاعدة المخروط (نق) وكان حجم المخروط ٤٧٧ سم^٣ عندما كان طول نصف قطر قاعدته ١٥ سم فأوجد حجم المخروط عندما يكون طول نصف قطر قاعدته ١٠ سم

الحـــل

$\because$ ح $\propto$ نق^٢ $\therefore$ $\frac{ح_١}{ح_٢} = \frac{نق_١^٢}{نق_٢^٢}$ $\therefore$ $\frac{ح_١}{ح_٢} = \left(\frac{نق_١}{نق_٢}\right)^٢$

حيث : ح$_١$ = ٤٧٧ سم^٣ ، نق$_١$ = ١٥ سم ، ح$_٢$ = ؟ ، نق$_٢$ = ١٠ سم

$\therefore$ $\frac{٤٧٧}{ح_٢} = \left(\frac{١٥}{١٠}\right)^٢ = \frac{٩}{٤}$ $\therefore$ ح$_٢$ = $\frac{٤٧٧ \times ٤}{٩}$ = ٢١٢ سم^٣

حاول بنفسك ٢

إذا كانت : س $\propto$ ص وكانت ص = ٢ عندما س = ٤٠ **فأوجد قيمة : س** عندما ص = ٣

ثانيًا التغير العكسى

تعريف

يقال إن ص تتغير عكسيًا مع س وتكتب ص $\propto \frac{1}{س}$

إذا كانت ص = $\frac{م}{س}$ (أى : س ص = م) حيث م ثابت ≠ صفر

فمثلًا : السرعة المنتظمة (ع) تتغير عكسيًا مع الزمن (ن) بفرض ثبوت المسافة المقطوعة لأن :

ع = $\frac{ف}{ن}$ أ، ع ن = ف

وفى هذه الحالة نقول أن السرعة تتغير طرديًا بتغير المعكوس الضربى للزمن (ن) فنكتب :

ع $\propto \frac{1}{ن}$

مثال ٦

إذا كان : $أ^2 ب^4 - ١٠ أ ب^2 = -٢٥$ فأثبت أن : أ تتناسب عكسيًا مع $ب^2$

الحل

لإثبات أن : أ تتناسب عكسيًا مع $ب^2$ نثبت أن : $أ ب^2 = م$ حيث م ثابت ≠ صفر

∵ $أ^2 ب^4 - ١٠ أ ب^2 = -٢٥$ ∴ $أ^2 ب^4 - ١٠ أ ب^2 + ٢٥ = ٠$

∴ $(أ ب^2 - ٥)^2 = ٠$ ∴ $أ ب^2 - ٥ = ٠$

∴ $أ ب^2 = ٥$ ∴ أ تتناسب عكسيًا مع $ب^2$

حاول بنفسك ٣

إذا كان : $أ^2 ب^2 + ٤٩ = ١٤ أ ب$ فأثبت أن : أ $\propto \frac{1}{ب}$

خاصية

إذا كان : ص $\propto \frac{1}{س}$

وأخذ المتغير س القيمتين $س_1$ ، $س_2$ وتبعًا لذلك أخذ المتغير ص القيمتين $ص_1$ ، $ص_2$

على الترتيب فإن : $\frac{ص_1}{ص_2} = \frac{س_2}{س_1}$

السبب : ∵ ص $\propto \frac{1}{س}$ فإن : ص = $\frac{م}{س}$ حيث م ثابت ≠ ٠

عند س = $س_1$ ، ص = $ص_1$ فإن : $ص_1 = \frac{م}{س_1}$ (١)

وعند س = $س_2$ ، ص = $ص_2$ فإن : $ص_2 = \frac{م}{س_2}$ (٢)

بقسمة (١) على (٢) : ∴ $\frac{ص_1}{ص_2} = \frac{م}{س_1} \div \frac{م}{س_2} = \frac{م}{س_1} \times \frac{س_2}{م} = \frac{س_2}{س_1}$

مثال ٧

إذا كان طول مستطيل (ل) يتغير عكسيًا بتغير عرضه (ع) بفرض ثبوت مساحة المستطيل

، وكانت ل = ١٢ سم عندما ع = ٨ سم **فأوجد قيمة :** ل عندما ع = ٣ سم

الحل

∵ ل $\propto \frac{1}{ع}$

∴ $\frac{ل_1}{ل_2} = \frac{ع_2}{ع_1}$ حيث $ل_1$ = ١٢ سم ، $ع_1$ = ٨ سم ، $ل_2$ = ؟ ، $ع_2$ = ٣ سم

∴ $\frac{١٢}{ل_2} = \frac{٣}{٨}$ ∴ $ل_2 = \frac{١٢ \times ٨}{٣}$ = ٣٢ سم

حل آخر :

∵ ل $\propto \frac{1}{ع}$ ∴ ل ع = م حيث م ثابت ≠ ٠

، ∵ ل = ١٢ عندما ع = ٨ ∴ م = ١٢ × ٨ = ٩٦ ∴ ل ع = ٩٦

، عندما ع = ٣ سم : ∴ ٣ ل = ٩٦ ∴ ل = $\frac{٩٦}{٣}$ = ٣٢ سم

مثال ٨

إذا كانت ص تتغير عكسيًا بتغير س وكانت ص = ٦ عندما س = ٢,٥

فأوجد العلاقة بين : س ، ص ثم أوجد قيمة : ص عندما س = ٥

الحل

∵ ص $\propto \frac{1}{س}$ ∴ س ص = م حيث م ثابت ≠ ٠

، ∵ ص = ٦ عندما س = ٢,٥ ∴ م = ٦ × ٢,٥ = ١٥

∴ العلاقة بين س ، ص هي : **س ص = ١٥**

، عندما س = ٥ : ∴ ٥ ص = ١٥ ∴ ص = $\frac{١٥}{٥}$ = ٣

مثال ٩

إذا كانت : ص = ١ + ب حيث ب تتغير عكسيًا مع $س^{٢}$ وكانت ص = ١٧ عندما س = $\frac{١}{٢}$

أوجد العلاقة بين : س ، ص ثم أوجد قيمة : ص عندما س = ٢

الحل

∵ ب تتغير عكسيًا مع $س^{٢}$ ∴ ب = $\frac{م}{س^{٢}}$ حيث م ثابت ≠ ٠

∴ ص = ١ + $\frac{م}{س^{٢}}$

، ∵ ص = ١٧ عندما س = $\frac{١}{٢}$ ∴ ١٧ = ١ + $\frac{م}{(\frac{١}{٢})^{٢}}$

∴ ١٧ = ١ + $\frac{م}{\frac{١}{٤}}$ وبطرح ١ من الطرفين ∴ ١٦ = $\frac{م}{\frac{١}{٤}}$

∴ م = ١٦ × $\frac{١}{٤}$ = ٤ ∴ **ص = ١ + $\frac{٤}{س^{٢}}$**

، عندما س = ٢ : ∴ ص = ١ + $\frac{٤}{٢^{٢}}$ = ١ + $\frac{٤}{٤}$ = ٢

حاول بنفسك ٤

إذا كانت ص تتناسب عكسيًا مع س وكانت ص = ٢ عندما س = ٦

احسب قيمة : ص عندما س = ١

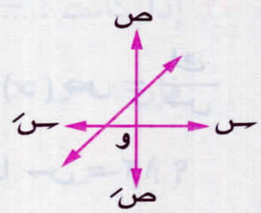
على التغير الطردى والتغير العكسى

اختبـار تفاعلى

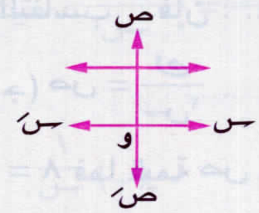
● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات | أسئلة كتاب الوزارة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

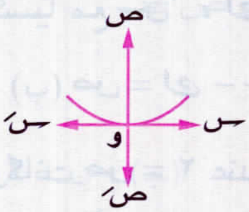
١ الشكل البيانى الذى يمثل التغير الطردى بين ــس ، ص هو .... (بورسعيد ٢٤ ، الشرقية ١٦)



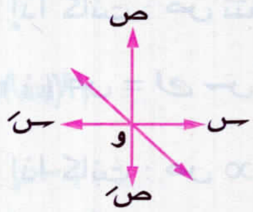
(أ)



(ب)



(جـ)



(د)

٢ إذا كان : ٢ ــس ص = ٥ فإن : ص ∝ .... (أسوان ٢٤)

(أ) $\frac{١}{\text{ــس}}$ (ب) ــس − ٥ (جـ) ــس (د) ــس + ٥

٣ إذا كان : ص = ٩ ــس فإن : ص ∝ .... (الإسماعيلية ٢٥ ، ش. سيناء ٢٤)

(أ) ــس (ب) $\frac{١}{\text{ــس}}$ (جـ) ٢ ــس + ٧ (د) $\frac{١}{\text{ــس}^{٢}}$

٤ إذا كان : ــس ص = ٥ فإن : ص ∝ .... (الوادى الجديد ٢٤)

(أ) $\text{ــس}^{-١}$ (ب) ــس (جـ) ٥ ــس (د) $\text{ــس}^{٢}$

٥ إذا كان : $\frac{\text{ص}}{\text{ــس}}$ = ٥ ، ــس ≠ ٠ فإن : ص ∝ .... (البحيرة ٢٤ ، الوادى الجديد ٢٣)

(أ) $\frac{١}{\text{ــس}}$ (ب) ــس (جـ) ــس + ٥ (د) ــس − ٥

٦ إذا كان : $\frac{\text{ــس}}{٣} = \frac{٥}{\text{ص}}$ فإن : ــس ∝ .... (الاسماعيلية ٢٤)

(أ) ص (ب) ٥ ص (جـ) $\frac{١}{\text{ص}}$ (د) $\text{ص}^{٢}$

٧ أى العلاقات التالية تمثل تغيرًا عكسيًا بين المتغيرين ــس ، ص ؟ (البحيرة ١٥)

(أ) ص = ــس + ٥ (ب) ص = ٤ ــس (جـ) $\frac{\text{ــس}}{\text{ص}} = \frac{٥}{٧}$ (د) ــس ص = ١١

٨ 📖 العلاقة التى تمثل تغيرًا طرديًا بين المتغيرين ص ، ــس هى .... (سوهاج ٢٠)

(أ) ــس ص = ٥ (ب) ص = ــس + ٣ (جـ) $\frac{\text{ــس}}{٣} = \frac{٤}{\text{ص}}$ (د) $\frac{\text{ــس}}{٥} = \frac{\text{ص}}{٢}$

٩ إذا كانت : ص = م س حيث م ثابت ≠ ٠ فأى العبارات الآتية تكون عبارة خطأ ؟

(أ) ص ∝ س (ب) س ∝ ص (جـ) س = $\frac{١}{م}$ ص (د) س ∝ $\frac{١}{ص}$

١٠ إذا كانت مساحة مستطيل ٣٠ سم^{٢} وأحد بعديه س والبعد الآخر ص

(الوادى الجديد ٢٢)

فإن : ص ∝ ....

(أ) س (ب) $\frac{١}{س}$ (جـ) ٣ + س (د) ٣ − س

١١ إذا كانت : ص تتغير عكسيًا مع س^{٢} ، ك ثابت التناسب فإن : ....

(أ) ص = ك س^{٢} (ب) ص = ك − س^{٢} (جـ) ص = $\frac{ك}{س^{٢}}$ (د) ص = $\frac{ك}{س}$

١٢ إذا كانت : ص ∝ س وكانت ص = ٢ عندما س = ٨ فما قيمة ص عندما س = ١٢ ؟

(أ) $\frac{٤}{٣}$ (ب) $\frac{٣}{٤}$ (جـ) ٣ (د) ٤٨

١٣ إذا كانت : ص ∝ $\frac{١}{س}$ وكانت ص = ٣ عندما س = ٢٠ فما قيمة ص عندما س = ١٢ ؟

(أ) $\frac{٥}{٩}$ (ب) ١,٨ (جـ) ٥ (د) ٨٠

١٤ إذا كانت : ص ∝ $\frac{١}{س}$ وكانت س = ١ عندما ص = ٤ فإن العلاقة بين ص ، س

(بورسعيد ٢٤)

هى ....

(أ) س ص = ١ (ب) $\frac{س}{ص}$ = ٤ (جـ) $\frac{ص}{س}$ = ٤ (د) س ص = ٤

١٥ إذا كانت : ص ∝ س وكانت ص = ٥ عندما س = ٣

(الإسماعيلية ٢٥)

فإن ثابت التغير = ...

(أ) ١٥ (ب) ٥ (جـ) ٣ (د) $\frac{٥}{٣}$

١٦ إذا كانت ص تتغير عكسيًا مع س وكانت س = $\sqrt{٣}$ عندما ص = $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$

(الوادى الجديد ٢٠ ، البحيرة ١٦ ، بنى سويف ١٥)

فإن ثابت التناسب يساوى ....

(أ) $\frac{٣}{٢}$ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (جـ) ٢ (د) ٦

١٧ إذا كان : س ص^{٥} = ثابت فإن : س تتغير عكسيًا مع .... (الإسماعيلية ٠٨)

(أ) $\frac{١}{٥}$ (ب) ص^{٥} (جـ) ص (د) ص^{٢}

١٨ إذا كانت : ص ∝ $\frac{١}{\sqrt{س}}$ فإن : س تتناسب .... (مطروح ٠٩)

(أ) طرديًا مع ص^{٢} (ب) عكسيًا مع ص^{٢} (جـ) عكسيًا مع ص (د) عكسيًا مع $\sqrt{ص}$

١٩ إذا كانت : $ص^{2} + ٤ س^{2} = ٤ س ص$ فإن : .... (سوهاج ٢٥ ، قنا ٢٥ ، ج. سيناء ١٩)

(أ) $ص \propto س$ (ب) $ص \propto س^{2}$ (جـ) $ص \propto \frac{1}{س}$ (د) $ص \propto \frac{1}{س^{2}}$

٢٠ إذا كانت : $س^{2} ص^{2} + \frac{1}{4} = س ص$ فإن : .... (المنوفية ١٦)

(أ) $س \propto ص$ (ب) $ص \propto س$ (جـ) $٢ س \propto ٥ ص$ (د) $ص \propto \frac{1}{س}$

٢١ إذا كانت : $\frac{ص + ٣}{ص} = \frac{س + ٢}{س}$ حيث $س \neq ص \neq ٠$

فإن : $ص \propto$ .... (الإسماعيلية ١٤)

(أ) $س$ (ب) $\frac{1}{س}$ (جـ) $س + ٢$ (د) $س + ٥$

٢٢ 📖 إذا كانت التكلفة الكلية (ص) لرحلة ما بعضها ثابت (أ) والآخر يتناسب طرديًا مع عدد المشتركين (س) فإن : .... (المنيا ٢٤ ، الإسماعيلية ١١)

(أ) $ص = أ س$ (ب) $ص = \frac{أ}{س}$

(جـ) $ص = أ + \frac{م}{س}$ (م ثابت $\neq ٠$) (د) $ص = أ + م س$ (م ثابت $\neq ٠$)

---

٢ إذا كانت : ص تتغير طرديًا مع س ، وكانت ص = ٢٠ عندما س = ٧

فأوجد : س عندما ص = ٤٠ «١٤»

---

٣ إذا كانت : أ تتغير عكسيًا بتغير ب ، وكانت أ = ١٢ عندما ب = ٨ (الإسماعيلية ٢٥)

أوجد : [١] قيمة أ عندما ب = ١,٥ [٢] قيمة ب عندما أ = ٢ «٦٤ ، ٤٨»

---

٤ 📖 إذا كانت : $ص \propto س$ وكانت ص = ١٤ عندما س = ٤٢

فأوجد : [١] العلاقة بين ص ، س [٢] قيمة ص عندما س = ٦٠

(المنيا ٢٤ ، الجيزة ٢٣ ، الإسماعيلية ٢٢ ، بورسعيد ٢٠ ، ج. سيناء ١٩ ، بورسعيد ١٨) «$ص = \frac{1}{3} س$ ، ٢٠»

---

٥ 📖 إذا كانت : $ص \propto \frac{1}{س}$ وكانت ص = ٣ عندما س = ٢

فأوجد : [١] العلاقة بين س ، ص [٢] قيمة ص عندما س = ١,٥

(البحر الأحمر ٢٥ ، الإسكندرية ٢٤ ، الإسكندرية ٢٣ ، القليوبية ٢٢ ، القاهرة ٢٠ ، ش. سيناء ١٩) «س ص = ٦ ، ٤»

٦ إذا كانت : ص ∝ $\frac{1}{\text{س}}$ ، وكانت س = ٣ عندما ص = ١٠

فأوجد : ص عندما س ∈ {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥} «٣٠ ، ١٥ ، ١٠ ، ٧,٥ ، ٦»

---

٧ إذا كانت : ص ∝ المعكوس الضربى للمقدار $\frac{1}{\text{س}^{2}}$

فأوجد العلاقة بين : س ، ص إذا علم أن ص = ٤ عندما س = ٣

، ثم أوجد قيمة : ص عندما س = ٩ (الشرقية ٠٨) «ص = $\frac{4}{9}$ س^{2} ، ٣٦»

---

٨ إذا كانت : ص ∝ س^{3} ، وكانت ص = ٦٤ عندما س = ٢ أوجد العلاقة بين : س ، ص

، وأوجد قيمة : ص عندما س = $\frac{1}{2}$ (الأقصر ٢٠) «ص = ٨ س^{3} ، ١»

---

٩ إذا كانت : ص تتغير عكسيًا مع $\sqrt{\text{س}}$ ، ص = ٢ عندما س = ١٦

فأوجد قيمة : ص عندما س = ٣٢ «$\sqrt{2}$»

---

١٠ إذا كانت : ص^{2} ∝ س^{3}

أوجد العلاقة بين : س ، ص حيث ص = ٣ عندما س = ٢ (قنا ٠٩) «ص^{2} = $\frac{9}{8}$ س^{3}»

---

١١ إذا كانت : ص^{2} ∝ $\frac{1}{\sqrt[3]{\text{س}}}$ وكانت س = ٨ عندما ص = ٣ أوجد : س عندما ص = ١,٥ «٥١٢»

---

١٢ إذا كانت : ص ∝ (س + ١) وكانت : س = ٣ عندما ص = ٢

فأوجد العلاقة بين : س ، ص (مطروح ٠٩) «ص = $\frac{1}{2}$ (س + ١)»

---

١٣ إذا كان : $\frac{\text{٥س} - \text{٣ص}}{\text{٣س} + \text{٥ص}}$ = ١ لجميع قيم س ∈ ح_{+} ، ص ∈ ح_{+} فأثبت أن : ص ∝ س (دمياط ٢٥)

---

١٤ إذا كان : $\frac{\text{أ} + \text{٢ب}}{6}$ = $\frac{\text{ب} + \text{٣جـ}}{3}$ فأثبت أن : أ ∝ جـ (ع. سيناء ٢٣ ، الفيوم ١٧)

---

١٥ إذا كان : $\frac{\text{٢١س} - \text{ص}}{\text{٧س} - \text{ع}}$ = $\frac{\text{ص}}{\text{ع}}$ فأثبت أن : ص ∝ ع (أسيوط ٢٤ ، دمياط ٢٣ ، القليوبية ١٨)

---

١٦ إذا كانت : س^{2} ص^{2} − ٦ س ص + ٩ = ٠

فأثبت أن : ص تتغير عكسيًا مع س (ع. سيناء ١٤ ، دمياط ١٣)

١٧ إذا كان : ٤ أ^{٢} + ٩ ب^{٢} = ١٢ أ ب أثبت أن : أ تتغير طرديًا بتغير ب **(مطروح ١٧)**

---

١٨ إذا كان : س^{٤} ص^{٢} − ١٤ س^{٢} ص + ٤٩ = ٠ فأثبت أن : ص $\propto$ $\frac{١}{س^{٢}}$ **(الدقهلية ٢٤)**

---

١٩ إذا كان : (٤ س + ٧ ص) $\propto$ (س + ٢ ص) حيث س ∈ ح ، ص ∈ ح

فأثبت أن : ص $\propto$ س

---

٢٠ إذا كان : $\left(\frac{أ}{ص} - \frac{أ}{س} \right)$ $\propto$ س − ص حيث أ ثابت ، س ≠ ص ≠ ٠

فأثبت أن : س تتغير عكسيًا مع ص

---

٢١ بيِّن أيًا من الجداول الآتية يمثل تغيرًا طرديًا ، وأيها يمثل تغيرًا عكسيًا ، وأيها لا يمثل تغيرًا طرديًا أو عكسيًا مع ذكر السبب فى كل حالة :

س	ص
٣	٢٠
٥	١٢
٤	١٥
٦	١٠

س	ص
٢	٩
٤	١٨
١٢	٥٤
١٦	٧٢

س	ص
٥	٩
١٠	١٨
١٥	٢٧
٢٥	٤٥

س	ص
٣	٦
−٢	−٩
−١٨	١
٩	−٢

---

٢٢ من بيانات الجدول المقابل

أجب عن الأسئلة الآتية :

س	٢	٤	٦
ص	٦	٣	٢

١ بيِّن نوع التغير بين ص ، س

٢ أوجد ثابت التناسب. **(الأقصر ٢٢ ، الإسماعيلية ١٨)**

٣ أوجد قيمة ص عندما س = ٣

٤ أوجد قيمة س عندما ص = ٢ $\frac{٢}{٥}$ «١٢ ، ٤ ، ٥»

---

٢٣ من الجدول المقابل :

س	١	٢	ب	٤	٦
ص	١٢	أ	٣٦	٤٨	٧٢

١ بيِّن نوع التغير بين : ص ، س

٢ أوجد قيمتى : أ ، ب «أ = ٢٤ ، ب = ٣»

---

٢٤ إذا كانت : ص = ع + ٥ ، وكانت ع تتغير عكسيًا مع س ، وكانت ص = ٦ عندما س = ٢

فأوجد العلاقة بين : س ، ص ثم أوجد : ص عندما س = ١ **(المنوفية ١٧)** «ص = $\frac{٢}{س}$ + ٥ ، ٧»

٢٥ إذا كانت : ص = أ + ب حيث أ ثابت ، ب تتغير طرديًا بتغير س

وكانت : ص = ٣ عندما س = ٠ ، ص = ٥ عندما س = ٣

[١] أوجد العلاقة بين : س ، ص

[٢] أوجد : قيمة ص عندما س = ٧ «ص = ٣ + $\frac{٢}{٣}$ س ، ٧ $\frac{٢}{٣}$»

---

٢٦ إذا كانت : ص = أ − ٩ وكانت ص ∝ $\frac{١}{س^٢}$ وكانت أ = ١٨ عندما س = $\frac{٢}{٣}$

فأوجد العلاقة بين : ص ، س ثم استنتج قيمة : ص عندما س = ١

(الأقصر ٢٣ ، الغربية ٢٢ ، الأقصر ١٩ ، كفر الشيخ ١٨ ، السويس ١٨) «ص = $\frac{٤}{س^٢}$ ، ٤»

---

٢٧ إذا كانت : ص = ٢ + أ وكانت أ تتغير عكسيًا مع س وكانت أ = ٥ عندما س = ٢

أوجد : [١] العلاقة بين ص ، س

[٢] قيمة ص عندما س = ٥ (الشرقية ١٧) «ص = ٢ + $\frac{١٠}{س}$ ، ٤»

---

٢٨ إذا كانت : س = ل + ٩ وكانت ل ∝ ص فأوجد العلاقة بين : ل ، ص (الدقهلية ٢٥)

علمًا بأن س = ٢٤ عندما ص = ٥ ثم أوجد قيمة : ص عندما ل = ١٢ «ل = ٣ ص ، ٤»

تطبيق هندسى

٢٩ إذا كان (ع) ارتفاع أسطوانة دائرية قائمة (حجمها ثابت) يتغير عكسيًا بتغير مربع طول نصف قطر قاعدتها (نق) ، وكان ع = ٢٧ سم عندما نق = ١٠,٥ سم

فأوجد : ع عندما نق = ١٥,٧٥ سم (بورسعيد ٢٠) «١٢ سم»

تطبيقات حياتية

٣٠ تسير سيارة بسرعة ثابتة بحيث تتناسب المسافة المقطوعة طرديًا مع الزمن ، فإذا قطعت السيارة ١٥٠ كيلو مترًا فى ٦ ساعات ، فكم كيلو مترًا تقطعها السيارة فى ١٠ ساعات ؟

(الدقهلية ٢٤ ، القليوبية ١٣) «٢٥٠ كم»

---

٣١ إذا كان وزن جسم على القمر (و) يتناسب طرديًا مع وزنه على الأرض (ر) ، وكان الجسم يزن ٨٤ كيلو جرامًا على الأرض ، ووزنه ١٤ كيلو جرامًا على القمر ، فكم يكون وزن الجسم على القمر إذا كان وزنه على الأرض ١٤٤ كيلو جرامًا ؟ «٢٤ كيلو جرامًا»

٣٢ إذا كان عدد الساعات (ن) اللازمة لإنجاز عمل ما يتناسب عكسيًا مع عدد العمال (س) الذين يقومون بهذا العمل ، فإذا أنجز العمل ٦ عمال فى ٤ ساعات ، فما الزمن الذى يستغرقه ٨ عمال لإنجاز هذا العمل ؟

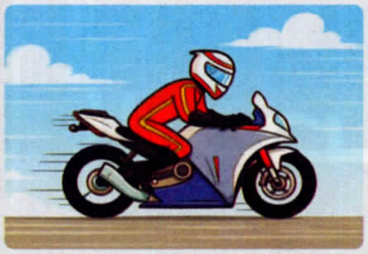


(الدقهلية ٢٣ ، الشرقية ١١) «٣ ساعات»

---

٣٣ إذا كانت المسافة التى تقطعها دراجة بخارية (ف) تتغير طرديًا بتغير مربع الزمن (ن)، وكانت ف = $\frac{٨١}{١٦}$ كم عندما ن = $\frac{١}{٤}$ ساعة

فأوجد : قيمة ن عندما ف = ١٤٤ كم



(أسيوط ١٢) « $١\frac{١}{٢}$ ساعة»

---

٣٤ إذا كان مقدار السرعة ع التى يخرج بها الماء من فوهة خرطوم يتغير عكسيًا بتغير مربع طول نصف قطر فوهة الخرطوم نق وكانت ع = ٥ سم/ث عندما نق = ٣ سم

أوجد : ع عندما نق = ٢,٥ سم



(الدقهلية ٢٥) «٧,٢ سم/ ث»

---

٣٥ إذا كان وزن جسم يتغير عكسيًا مع مربع بعده عن مركز الأرض وأطلق قمر صناعى يزن ٥٠٠ ثقل كجم فكم يزن عندما يكون على ارتفاع ٦٤٠ كم عن سطح الأرض مقربًا لأقرب ثقل كجم ؟

(اعتبر طول نصف قطر الأرض ٦٣٩٠ كيلو مترًا)



«٤١٣ ثقل كجم»

للمتفوقين

٣٦ إذا كانت : س $\propto$ ص ، ع $\propto$ ل

فأثبت أن : (س + ص) (ع + ل) $\propto$ (س − ص) (ع − ل)

---

٣٧ إذا كانت : (أ + ب) $\propto$ $\frac{أ}{ب}$ ، (أ^{٢} − أ ب + ب^{٢}) $\propto$ $\frac{ب}{أ}$

فأثبت أن : أ^{٣} + ب^{٣} = مقدار ثابت.

الوحدة الثالثة

الإحصاء

الدرس الأول :
جمع البيانات.

الدرس الثانى :
التشتت.

أهداف الوحدة: بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادرًا على أن :

- يتعرف المصادر المختلفة لجمع البيانات.
- يتعرف أساليب جمع البيانات ومميزات وعيوب كل أسلوب.
- يتعرف مفهوم العينة.
- يتعرف كيفية اختيار العينات.
- يتعرف أنواع العينات.
- يختار الأسلوب الأمثل لاختيار عينة ما بهدف دراسة ظاهرة معينة.
- يستخدم الآلة الحاسبة والحاسب الآلى لتوليد أرقام عشوائية تستخدم فى العينات.
- يتعرف مقاييس التشتت.
- يتعرف مميزات وعيوب المدى كأحد مقاييس التشتت.
- يحسب المدى لمجموعة من المفردات.
- يحسب الانحراف المعيارى لمجموعة من المفردات.
- يحسب الانحراف المعيارى لتوزيع تكرارى بسيط.
- يحسب الانحراف المعيارى لتوزيع تكرارى ذى مجموعات.
- يستخدم الآلة الحاسبة فى حساب الانحراف المعيارى.





الدرس 1
جمع البيانات



يقوم الباحث الإحصائى بجمع البيانات وتبويبها وتمثيلها بيانيًا وتحليلها بغرض الوصول إلى نتائج تؤخذ فى ضوئها القرارات المناسبة أى أنه بقدر دقة البيانات تكون دقة النتائج وسلامة القرارات لذلك فإنه يجب اتباع أسلوب علمى صحيح فى جمع البيانات ، وجمع البيانات الإحصائية يتطلب معرفة مصادر جمع هذه البيانات وتحديد أسلوب جمعها.

مصادر جمع البيانات

تنقسم مصادر جمع البيانات إلى :

١ مصادر أولية (ميدانية) :

وهى المصادر التى يحصل منها الباحث على البيانات بشكل مباشر.

٢ مصادر ثانوية (تاريخية) :

وهى المصادر التى يحصل منها الباحث على البيانات التى تم تجميعها وتسجيلها من قبل بواسطة بعض الهيئات أو المؤسسات أو الأشخاص.

فيما يلى بعض الأمثلة لكل منهما مع استعراض مميزات وعيوب كل مصدر :

	١ المصادر الأولية (الميدانية)	٢ المصادر الثانوية (التاريخية)
أمثلة	• المقابلة الشخصية. • الاستبيانات واستطلاعات الرأى. • الملاحظة والقياس.	• نشرات الجهاز المركزى للتعبئة والإحصاء. • قاعدة بيانات الموظفين بإحدى الشركات. • وسائل الإعلام ومواقع الإنترنت.
مميزاتها	الدقة.	توفير الوقت والجهد والمال.
عيوبها	تحتاج إلى وقت ومجهود وتكلفة كبيرة كما تحتاج إلى عدد كبير من الباحثين فى المجتمعات الكبيرة.	عدم الدقة أحيانًا لبعض المصادر.

أساليب جمع البيانات

يتوقف الأسلوب المستخدم فى جمع البيانات على الهدف المراد لأجله جمع هذه البيانات كما يتوقف على حجم المجتمع الإحصائى.

ويعرف المجتمع الإحصائى بأنه : جميع المفردات التى تجمعها خصائص عامة واحدة ، مثل :

- تلاميذ مدرسة ما تمثل مجتمعًا إحصائيًا تكون مفردته التلميذ.
- عمال مصنع ما تمثل مجتمعًا إحصائيًا تكون مفردته العامل.

وفيما يلى سوف نستعرض أسلوبين لجمع البيانات :

١ أسلوب الحصر الشامل :

ويقوم على جمع البيانات حول الظاهرة محل الدراسة من جميع مفردات المجتمع الإحصائى ، ويستخدم لحصر جميع مفردات المجتمع.

٢ أسلوب العينات :

ويقوم على جمع البيانات حول الظاهرة محل الدراسة من **عينة ممثلة للمجتمع كله** وإجراء البحث عليها ، ثم تعميم النتائج على المجتمع كله.

وفيما يلى بعض الأمثلة لكل أسلوب من الأسلوبين مع استعراض مميزات وعيوب كل منهما :

	١ أسلوب الحصر الشامل	٢ أسلوب العينات
أمثلة لاستخداماته	• الانتخابات. • التعداد العام للسكان. • عمل قاعدة بيانات للعاملين فى إحدى المؤسسات.	• عينة من دم مريض لإجراء بعض الفحوصات الطبية. • عينة من بعض منتجات مصنع لبحث مدى مطابقتها للمواصفات.
مميزاته	• الدقة. • الشمول. • عدم التحيز. • التمثيل التام لكل مفردات المجتمع الإحصائى.	• توفير الوقت والجهد والتكاليف. • الطريقة الوحيدة لجمع بيانات عن المجتمعات الكبيرة الغير محدودة (مثل بحث مكونات رمال الصحراء). • الطريقة الوحيدة لدراسة بعض المجتمعات المحدودة التى يؤدى فيها أسلوب الحصر الشامل إلى خسائر فادحة (مثل فحص دم مريض لأن فحص الدم كله يؤدى إلى الوفاة).
عيوبه	• يحتاج فى بعض الأحيان إلى وقت طويل وتكلفة باهظة.	• عدم دقة نتائجه فى بعض الحالات خاصة فى حالة أن تكون العينة المختارة غير ممثلة للمجتمع الإحصائى تمثيلًا صادقًا (عينة متحيزة).

وفيما يلى سوف نتعرض لمفهوم العينة وأنواعها وكيفية اختيارها :

مفهوم العينة

العينة هى جزء صغير من مجتمع كبير تشبه المجتمع وتمثله.

كيفية اختيار العينات

انواع العينات عن طريق كيفية اختيارها

- **الاختيار المتحيز**
  عينة غير عشوائية أو عمدية
- **الاختيار العشوائي**
  عينة عشوائية
  - عينة عشوائية بسيطة (فى حالة المجتمعات المتجانسة)
  - عينة عشوائية طبقية (فى حالة المجتمعات غير المتجانسة)

وفيما يلى نتطرق لكل نوع بشىء من التفصيل :

أولاً : الاختيار المتحيز (العينات غير العشوائية) :



وهو يعنى اختيار مفردات بعينها من مفردات المجتمع الإحصائى دون غيرها بحيث تناسب أهداف البحث وتُعرف بالعينة العمدية.

فمثلًا : عند دراسة مدى استيعاب تلاميذ مدرسة ما لموضوع ما فى مادة الجبر ، يجب أن نحلل نتائج الاختبار فى ذلك الموضوع باختيار تلاميذ سبق لهم دراسة الموضوع نفسه دون سائر التلاميذ ، ولا يعتبر هذا الاختيار عشوائيًا.

ثانيًا : الاختيار العشوائى (العينات العشوائية) :

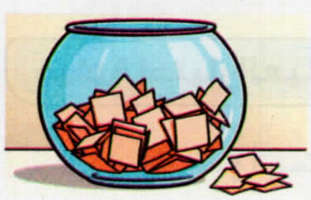
وهو اختيار عينة من مفردات المجتمع الإحصائى بحيث تكون كل مفردة من مفردات المجتمع لها نفس الفرصة فى الاختيار، وفيما يلى أهم أنواع العينات العشوائية :

١ العينة العشوائية البسيطة.   ٢ العينة العشوائية الطبقية.

١ العينة العشوائية البسيطة

وتستخدم مع المجتمعات المتجانسة الغير مقسمة بطبيعتها إلى فئات أو طبقات ، ويتم اختيارها بطريقتين حسب عدد مفردات المجتمع كما يلى :

(أ) الطريقة الأولى (إذا كان حجم المجتمع صغيرًا) : وتتم هذه الطريقة كما يلى :



١ تُعطى كل مفردة فى مجتمع الدراسة رقمًا ثم يكتب هذا الرقم فى قصاصة ورق بحيث تكون جميع القصاصات متماثلة أى لا تمييز فيها من حيث اللون أو المقاس.

٢ تُطبق كل قصاصة بطريقة متماثلة بحيث لا يظهر الرقم نهائيًا ثم توضع فى صندوق وتُخلط جيدًا.

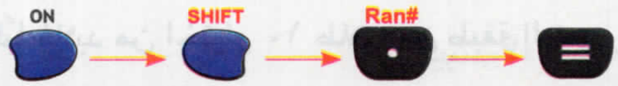
٣ يتم اختيار العينة باختيار ورقة من الصندوق دون النظر داخله ثم تُقلب الأوراق جيدًا ونختار ورقة ثانية ، وهكذا حتى ننتهى من اختيار العدد المطلوب للعينة.

وتعتبر هذه الطريقة مناسبة مثلًا لاختيار عينة مكونة من ١٠ عمال فى مصنع به ٥٠ عاملاً.

(ب) الطريقة الثانية (إذا كان حجم المجتمع كبيرًا) :



يتم ترقيم جميع مفردات المجتمع ثم نختار العينة من هذه المفردات باستخدام خاصية الرقم العشوائى الموجود بالآلة الحاسبة العلمية مثل الموضحة بالصورة المقابلة ، ويتم ذلك بالضغط على المفاتيح التالية بالترتيب من اليسار لليمين :



فيظهر رقم عشرى بين ٠,٠٠٠ ، ٠,٩٩٩ وفى حالة ظهور رقم عشرى واحد بعد العلامة نضيف صفرين لجعله جزءًا من ألف (٠,٢ ⟵ ٠,٢٠٠) وفى حالة ظهور رقمين عشريين بعد العلامة نضيف صفرًا على اليمين لجعله جزءًا من ألف (٠,٦٤ ⟵ ٠,٦٤٠) ثم نأخذ تلك الأرقام بعد تجاهل العلامة العشرية ونختار المفردة الممثلة لها ومع تكرار الضغط على مفتاح (=) يتوالى ظهور الأرقام وتُستبعد الأرقام الأكبر من عدد مجتمع الدراسة كما يتم استبعاد الأرقام التى تم اختيارها من قبل إلى أن نصل إلى عدد العينة الذى نريده وتعتبر نسبة ١٠٪ نسبة مناسبة لإجراء أى استبيان.

وتعتبر هذه الطريقة مناسبة لاختيار عينة مكونة من ٢٥ طالبًا من مدرسة بها ٩٠٠ طالب.

٢ العينة العشوائية الطبقية

وتستخدم فى حالة المجتمعات الإحصائية الغير متجانسة أى المقسمة بطبعها إلى مجموعات نوعية تختلف فى الصفات، وفى هذه الحالة لا نستطيع أن نختار العينة بطريقة العينة العشوائية البسيطة لأن ذلك قد يجعل العينة بها عدد أكبر من مفردات طبقات بعينها دون الأخرى مما يجعل العينة غير ممثلة لجميع طبقات مجتمع الدراسة ولذلك نقوم بالخطوات التالية :

١ نقسم مفردات المجتمع الإحصائى إلى طبقات تبعًا للصفات المكونة للمجتمع.

٢ نحصى عدد مفردات كل طبقة من هذه الطبقات ونوجد نسبتها إلى عدد مفردات المجتمع الكلى.

٣ لتكوين العينة فإننا نختار من كل طبقة عددًا معينًا من المفردات بحيث تكون النسبة التى تمثل كل طبقة فى العينة هى نفس نسبة الطبقة فى المجتمع الكلى ، وذلك باستخدام القانون التالى :

$$\text{عدد مفردات الطبقة فى العينة} = \frac{\text{عدد مفردات الطبقة الكلى}}{\text{عدد مفردات المجتمع الكلى}} \times \text{عدد مفردات العينة}$$

« مقربًا الناتج لأقرب وحدة »

فمثلًا : عند دراسة المستوى الدراسى لطلاب مدرسة بها ٥٠٠ طالب وطالبة وكانت نسبة البنين إلى البنات ١ : ٤ وأردنا اختيار عينة مكونة من ٥٠ طالبًا فلابد من اختيار ١٠ طلاب من طبقة البنين و٤٠ طالبة من طبقة البنات لتكون العينة ممثلة لطبقات المجتمع محل الدراسة.

مثال ١

مصنع به ٣٠٠ عامل ويريد المسئولون عن إعداد المجلة الشهرية الخاصة بهذا المصنع تطوير هذه المجلة فى ضوء معرفة آراء العاملين من خلال استبيان تم إعداده لهذا الغرض يُعطى هذا الاستبيان لعينة عشوائية ١٠٪ من إجمالى عدد العاملين بهذا المصنع. وضح كيف يتم اختيار هذه العينة باستخدام الآلة الحاسبة.

الحل

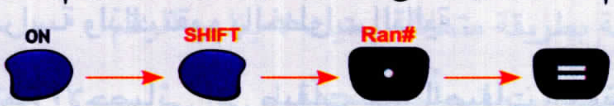
∵ عدد العاملين بالمصنع = ٣٠٠ عامل

∴ عدد العينة العشوائية = $\frac{١٠}{١٠٠}$ × ٣٠٠ = ٣٠ عاملاً

أى أننا نريد اختيار ٣٠ عاملاً لإجراء هذا الاستبيان ويتم اختيارهم بطريقة عشوائية كالتالى :

١ يعطى كل عامل من العاملين بالمصنع رقمًا من ١ إلى ٣٠٠

٢ تُستخدم الآلة الحاسبة العلمية لاختيار ٣٠ رقمًا بالطريقة السابق ذكرها والتى تنحصر بين صفر ، ٣٠١ والأرقام العشوائية التى تظهر أكبر من ٣٠٠ يتم استبعادها.

فمثلًا : بالضغط على المفاتيح 

بالترتيب من اليسار لليمين :

- إذا حصلنا على الكسر العشرى ٠,٠٤٩ يكون رقم الشخص المختار هو ٤٩
- إذا حصلنا على الكسر العشرى ٠,١٣٢ يكون رقم الشخص المختار هو ١٣٢
- إذا حصلنا على الكسر العشرى ٠,١٢ يكون رقم الشخص المختار هو ١٢٠

- إذا حصلنا على الكسر العشرى ٠,٤٥٣ يتم استبعاده لأن رقم ٤٥٣ خارج نطاق الأعداد من ١ إلى ٣٠٠ وهكذا حتى نحصل على ٣٠ رقمًا.

* ونفرض أن الآلة الحاسبة أخرجت الأرقام الموضحة فى الجدول المقابل يكون العمال الذين يحملون هذه الأرقام هم العينة المختارة لإجراء هذا الاستبيان.

٤٩	١٣٢	١٢٠	١٤١	٢٤٩	٢٧٢
٢٥٤	٢٥٦	٤	٢١٣	٧٤	١٩٨
١٣١	٢	١٥٦	٤٧	١٧٢	١٣
٨	٣	٨٥	٨٢	٩	٣٨
٤١	١٤	٣٤	٢٧٩	١١٨	١٠٣

مثال ٢

قام أحد المصانع بإنتاج ٢٠٠ جهاز تليفزيون من النوع «أ» و ٣٠٠ من النوع «ب» و ٥٠٠ من النوع «حـ» فإذا أردنا سحب عينة طبقية مكونة من ٥٠ تليفزيون بحيث تكون ممثلة لكل الأنواع المنتجة لفحصها فاحسب عدد مفردات كل طبقة فى العينة.



الحل

- العدد الإجمالى للتليفزيونات = ٢٠٠ + ٣٠٠ + ٥٠٠ = ١٠٠٠ تليفزيون.
- عدد مفردات النوع «أ» فى العينة = $\frac{٢٠٠}{١٠٠٠}$ × ٥٠ = ١٠ تليفزيونات.
- عدد مفردات النوع «ب» فى العينة = $\frac{٣٠٠}{١٠٠٠}$ × ٥٠ = ١٥ تليفزيون.
- عدد مفردات النوع «حـ» فى العينة = $\frac{٥٠٠}{١٠٠٠}$ × ٥٠ = ٢٥ تليفزيون.

حاول بنفسك

مدرسة بها ٣٠٠ طالب ، ٥٠٠ طالبة أرادت عمل استبيان على عينة عددها ٢٤ طالبًا وطالبة تمثل فيها كل طبقة بحسب حجمها. احسب عدد مفردات كل طبقة فى العينة.

على جمع البيانات

● تذكر ● فهم ○ تطبيق ● حل مشكلات | أسئلة كتاب الوزارة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ من المصادر الثانوية لجمع البيانات .... (الفيوم ١٢)

(أ) المقابلة الشخصية. (ب) الاستبيانات.

(جـ) قاعدة بيانات الموظفين. (د) الملاحظة والقياس.

٢ من المصادر الأولية لجمع البيانات ....

(أ) نشرات مراكز الإحصاء. (ب) بيانات طلاب المدرسة بالسنة الماضية.

(جـ) الاستبيانات. (د) سجلات بيانات موظفى إحدى المؤسسات.

٣ يعتبر أسلوب الحصر الشامل مناسبًا لـ ....

(أ) بحث مكونات رمال الصحراء الغربية.

(ب) فحص نسبة العذوبة لمياه أحد الآبار.

(جـ) بحث نسبة وجود أحد المعادن فى مناطق التعدين.

(د) معرفة عدد الطلاب الحاصلين على الدرجة النهائية فى امتحان الرياضيات بالفصل.

٤ يعتبر أسلوب العينات هو الأسلوب المناسب لكل مما يأتى ما عدا ....

(أ) فحص دم مريض. (ب) معرفة تعداد السكان.

(جـ) فحص إنتاج مصنع. (د) بحث نسبة وجود الغاز بأحد المواقع.

٥ اختيار عينة من طبقات المجتمع الإحصائى تسمى بالعينة .... (البحيرة ١٧ ، بورسعيد ١٦)

(أ) العشوائية. (ب) الطبقية. (جـ) العمدية. (د) العنقودية.

٦ مصنع به ١٢٥ عاملاً وهم ٧٥ فنيًا ، ٥٠ مهندسًا ، أخذت عينة طبقية حجمها ٥٠ فردًا تُمثل فيها كل طبقة بحسب حجمها فإن عدد المهندسين فى هذه العينة يساوى .... مهندسًا. (المنوفية ١٦)

(أ) ٣٠ (ب) ٢٠ (جـ) ٢٥ (د) ١٥

٢ **أى من مصادر البيانات الإحصائية التالية أولية وأيها ثانوية :**

١ استطلاع آراء تلاميذ فصلك عن المكان الذى يريدون أن يذهبوا إليه فى الرحلة القادمة.

٢ أن تقوم بإحصاء عدد المقاعد الموجودة فى كل فصل من فصول مدرستك.

٣ أن تقوم بعمل بحث عن أعداد الناجحين فى كل مادة من المواد الدراسية فى مدرستك فى الدور الأول العام الماضى من واقع سجلات مدرستك.

٤ أن تذهب لإحدى المؤسسات الحكومية بمحافظتك لجمع بيانات عن عدد المواليد المسجلين فى كل مكتب صحة خلال شهر مارس العام الماضى.

٥ البحث فى مواقع الإنترنت عن نتائج إحدى الفرق الرياضية فى مسابقة الدورى المصرى العام ٢٠٢٤ – ٢٠٢٥م.

---

٣ قارن بين أسلوبى الحصر الشامل والعينات مبينًا مزايا وعيوب كل منهما.

---

٤ **اذكر الأسلوب المناسب «الحصر الشامل أم العينات» لجمع البيانات فى كل من المجتمعات الإحصائية التالية :**

١ مستوى تحصيل فصل دراسى مكون من ٢٥ طالبًا.

٢ مدى صلاحية المياه بأحد الآبار للشرب.

٣ نسبة وجود البترول بأحد المواقع الاستكشافية.

٤ مدى انتشار مرض ما فى ثمار أحد المحاصيل الزراعية.

٥ تعداد المصانع بإحدى المدن الصناعية.

---

٥ قامت إدارة أحد المصانع باستطلاع رأى ٢٠٠ عامل لمعرفة ما يفضلون تناوله فى فترة الراحة ، وقد تم إعطاء رقم لكل عامل من ١ إلى ٢٠٠ ثم اختيار عينة تمثل ١٠٪ لسؤالهم عما يفضلون من :

- مشروبات ساخنة.
- وجبات خفيفة.
- مثلجات.



حدد باستخدام آلتك الحاسبة أرقام العمال المستهدفين فى هذه العينة.

٦ ترغب إدارة أحد الفنادق فى معرفة آراء ٣٠٠ نزيل بالفندق فى مستوى الخدمة المقدمة لهم ، فقامت بإعطاء كل نزيل رقمًا من ٢٠١ إلى ٥٠٠ ، واختيار ١٠٪ منهم كعينة عشوائية لسؤالهم عن مستوى الخدمة. حدد باستخدام آلتك الحاسبة أرقام النزلاء المستهدفين فى هذه العينة.

---

٧ إذا كان هناك فى إحدى الكليات الجامعية ٤٠٠٠ طالب بالسنة الأولى ، ٣٠٠٠ طالب بالسنة الثانية ، ٢٠٠٠ طالب بالسنة الثالثة ، ١٠٠٠ طالب بالسنة الرابعة ، وأردنا سحب عينة طبقية حجمها ٥٠٠ طالب تمثل فيها كل طبقة بحسب حجمها ، فاحسب عدد مفردات كل طبقة فى العينة.

«٢٠٠ ، ١٥٠ ، ١٠٠ ، ٥٠»

---

٨ أحد مصانع السيارات يقوم بإنتاج ٣ موديلات من السيارات فى العام وتعدادها هو ٣٠٠ سيارة من الموديل الأول ، ٥٠٠ من الموديل الثانى ، ٢٠٠ من الموديل الثالث ، فإذا أرادت إدارة المصنع أخذ عينة تقدر بـ ٥٪ من الإنتاج الإجمالى لها تمثل فيها كل موديل حسب حجم إنتاجه.

- حدد عدد مفردات العينة الكلى.
- حدد عدد مفردات كل طبقة فى العينة على حدة. «٥٠ ، ١٥ ، ٢٥ ، ١٠»

---

٩ يراد سحب عينة عشوائية طبقية تمثل فيها كل طبقة حسب حجمها من مجتمع مكون من ٥٠٠٠ مفردة ومقسم إلى طبقتين تعداد الطبقة الأولى منهما ١٥٠٠ مفردة فإذا كانت المفردات التى تمثل الطبقة الثانية بالعينة ١٤٠ مفردة.

احسب عدد المفردات الكلية للعينة. «٢٠٠»

---

١٠ يراد سحب عينة عشوائية طبقية تمثل فيها كل طبقة حسب حجمها من مجتمع مكون من ٤٠٠٠٠ مفردة ، ومقسم إلى ثلاث طبقات بياناتها كالتالى :

رقم الطبقة	١	٢	٣
عدد مفردات الطبقة	١٢٠٠٠	٢٠٠٠٠	٨٠٠٠

فإذا كان عدد مفردات الطبقة الأولى فى العينة ٢٤٠ مفردة ، أوجد حجم العينة كلها. «٨٠٠»

● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات

الدرس 2 التشتت



- درست سابقًا بعض المقاييس الإحصائية التى عُرفت باسم مقاييس النزعة المركزية كالوسط الحسابى والوسيط والمنوال ، ونعلم أن كلًا منها يعطى وصفًا للتوزيعات التكرارية والبيانات الإحصائية من خلال تعيين قيمة عددية واحدة تتجمع حولها باقى القيم.

فى بعض الحالات لا يكون كافيًا استخدام مقاييس النزعة المركزية وحدها لإعطاء وصف واضح للبيانات ، ولتوضيح ذلك ندرس الحالة الآتية :

مجموعتان من التلاميذ تتكون كل منهما من ٥ تلاميذ ، أُعطيت كل مجموعة اختبارًا نهايته العظمى ٥٠ درجة فكانت درجات التلاميذ كالتالى :

المجموعة أ :
٢٩ ، ٢٦ ، ٣٥ ، ٣٥ ، ٣٥

المجموعة ب :
٨ ، ٣٥ ، ٤٩ ، ٣٥ ، ٣٣

- عند حساب الوسط الحسابى والوسيط والمنوال لدرجات التلاميذ فى كل مجموعة على حدة نجد النتائج الموضحة فى الجدول التالى :

	الوسط الحسابى	الوسيط	المنوال
المجموعة أ	٣٢	٣٥	٣٥
المجموعة ب	٣٢	٣٥	٣٥

تذكر أن

- الوسط الحسابى = $\frac{\text{مجموع قيم المفردات}}{\text{عدد هذه المفردات}}$
- المنوال لمجموعة من القيم هو القيمة الأكثر شيوعًا بين هذه القيم.
- الوسيط لمجموعة من القيم هو القيمة التى تتوسط مجموعة القيم بعد ترتيبها تصاعديًا أو تنازليًا.

• فى الحالة السابقة واضح أن المجموعتين مختلفتان ، وبالرغم من ذلك وجدنا أن لهما نفس الوسط الحسابى والوسيط والمنوال ، وهذا لا يعنى أن المجموعتين بالضرورة متماثلتان.

• لذلك فإن مقاييس النزعة المركزية وحدها غير قادرة على وصف مجموعة من التوزيعات التكرارية والبيانات الإحصائية وصفًا كاملًا ، لذلك نحتاج بجانب مقاييس النزعة المركزية التى تعتمد على تعيين قيمة واحدة تتمركز حولها باقى البيانات إلى نوع آخر من المقاييس يعتمد على تعيين درجة تجانس (تقارب) أو تشتت (تباعد) البيانات عن بعضها البعض.

فمثلًا فى المثال السابق :

درجات المجموعة أ متقاربة فتنحصر مفرداتها بين ٢٦ ، ٣٥ درجة بينما

درجات المجموعة ب متباعدة فتنحصر مفرداتها بين ٨ ، ٤٩ درجة

، أى أن درجات المجموعة ب أكثر تشتتًا من درجات المجموعة أ

وتعرف هذه المقاييس بمقاييس التشتت وسوف ندرس منها هنا المدى والانحراف المعيارى.

التشتت لأى مجموعة من القيم :

• يُقصد به التباعد أو الاختلاف بين مفرداتها ، ويكون التشتت صغيرًا إذا كان الاختلاف بين المفردات قليلًا ، ويكون التشتت كبيرًا إذا كان الاختلاف بين المفردات كبيرًا (أى إذا كانت الفروق بين القيم كبيرة) ، كما يكون التشتت صفرًا إذا تساوت جميع المفردات.

أى أن : **التشتت لمجموعة من القيم هو مقياس درجة تباعد هذه القيم وهو يعبر عن مدى تجانس المجموعات.**

مقاييس التشتت

١ المدى (أبسط مقاييس التشتت)

يُعرف مدى مجموعة من المفردات بأنه الفرق بين أكبر مفردة وأصغر مفردة فى المجموعة.

أى أن : **المدى = أكبر مفردة − أصغر مفردة**

فمثلًا :

* إذا كانت قيم المجموعة أ هى ٦٠ ، ٥٨ ، ٦٢ ، ٦١ ، ٥٩ فإن : المدى = ٦٢ − ٥٨ = ٤

* إذا كانت قيم المجموعة ب هى ٧٢ ، ٧٨ ، ٤٦ ، ٦٥ ، ٣٩ فإن : المدى = ٧٨ − ٣٩ = ٣٩

ولذلك يقال إن المجموعة ب أكثر تشتتًا من المجموعة أ

مميزات المدى

طريقة سهلة وبسيطة وتعطى فكرة سريعة عن تباعد وتقارب المفردات ويُعتبر أبسط وأسهل طرق قياس التشتت.

عـيـوب المدى

1 لا يعكس أثر جميع المفردات لأن حسابه يعتمد على أكبر وأصغر مفردة فقط

(أى أن حسابه يعتمد على مفردتين فقط مع إهمال باقى المفردات) وبالتالى لا يعطى صورة صادقة لتشتت المجموعة.

2 يتأثر كثيرًا بالقيم المتطرفة ، فمثلًا مدى مجموعة القيم : ٢١ ، ٢٢ ، ٦١ ، ٢٤ ، ٢٦

هو (٦١ – ٢١ = ٤٠) بينما عند استبعاد المفردة ٦١ منها فإن المدى يصبح (٢٦ – ٢١ = ٥)

أى $\frac{1}{8}$ المدى السابق لذلك فإن مقياس المدى هو مقياس تقريبى لا يُعتمد عليه.

٢ الانحراف المعيارى

هو أهم وأدق مقاييس التشتت وأوسعها انتشارًا ، ويمكن حسابه عن طريق : أخذ الجذر التربيعى الموجب لمتوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابى ويرمز له بالرمز σ وتقرأ (سيجما)

أولًا حساب الانحراف المعيارى لمجموعة من المفردات

$$\text{الانحراف المعيارى } \sigma = \sqrt{\frac{\text{مجـ}(س - \overline{س})^2}{ن}}$$

حيث س تشير إلى مفردة من المفردات ،

$\overline{س}$ وتقرأ (س بار) تشير إلى الوسط الحسابى للمفردات ،

ن تشير إلى عدد المفردات ، مجـ تشير إلى عملية الجمع.

مثال ١

احسب الانحراف المعيارى لمجموعة القيم : ٨ ، ٩ ، ٧ ، ٦ ، ٥

الحـــل

١ نوجد الوسط الحسابى للقيم $(\overline{س}) = \frac{مجـ س}{ن} = \frac{٨ + ٩ + ٧ + ٦ + ٥}{٥} = ٧$

٢ نكون الجدول المقابل :

س	$س - \overline{س}$	$(س - \overline{س})^٢$
٨	٨ − ٧ = ١	١
٩	٩ − ٧ = ٢	٤
٧	٧ − ٧ = ٠	٠
٦	٦ − ٧ = −١	١
٥	٥ − ٧ = −٢	٤
	المجموع	١٠

٣ نقوم بحساب الانحراف المعيارى كما يلى :

الانحراف المعيارى $σ = \sqrt{\frac{مجـ (س - \overline{س})^٢}{ن}} = \sqrt{\frac{١٠}{٥}} = \sqrt{٢} \simeq ١,٤١$

حاول بنفسك ١

إذا كانت : ٢٥ ، ٢٤ ، ٢٥ ، ٣٠ ، ٢٨ ، ٣٠ تمثل درجات أحد التلاميذ فى اختبار الجبر فى ستة شهور مختلفة أوجد : ١ الوسط الحسابى. ٢ الانحراف المعيارى.

ثانيًا حساب الانحراف المعيارى لتوزيع تكرارى

لأى توزيع تكرارى يكون : الانحراف المعيارى $σ = \sqrt{\frac{مجـ (س - \overline{س})^٢ ك}{مجـ ك}}$

حيث : س تمثل القيمة أو مركز المجموعة ، ك تكرار القيمة أو المجموعة

، مجـ ك مجموع التكرارات ، $\overline{س}$ الوسط الحسابى $= \frac{مجـ (س \times ك)}{مجـ ك}$

أ حساب الانحراف المعيارى لتوزيع تكرارى بسيط

مثال ٢

الجدول الآتى يبين توزيع أعمار ٢٠ شخصًا بالسنين :

العمر	١٥	٢٠	٢٢	٢٣	٢٥	٣٠	المجموع
عدد الأشخاص	٢	٣	٥	٥	١	٤	٢٠

أوجد الانحراف المعيارى للأعمار.

الحل

١ نوجد الوسط الحسابى للأعمار ($\overline{س}$)

وذلك باستخدام الجدول المقابل :

العمر (س)	عدد الأشخاص (ك)	س × ك
١٥	٢	٣٠
٢٠	٣	٦٠
٢٢	٥	١١٠
٢٣	٥	١١٥
٢٥	١	٢٥
٣٠	٤	١٢٠
المجموع	٢٠	٤٦٠

∴ الوسط الحسابى ($\overline{س}$) = $\frac{\text{مجـ}(س \times ك)}{\text{مجـ} ك} = \frac{٤٦٠}{٢٠} = ٢٣$ سنة.

٢ نكون الجدول التالى :

س	ك	$س - \overline{س}$	$(س - \overline{س})^٢$	$(س - \overline{س})^٢ \times ك$
١٥	٢	١٥ − ٢٣ = −٨	٦٤	١٢٨
٢٠	٣	٢٠ − ٢٣ = −٣	٩	٢٧
٢٢	٥	٢٢ − ٢٣ = −١	١	٥
٢٣	٥	٢٣ − ٢٣ = ٠	٠	٠
٢٥	١	٢٥ − ٢٣ = ٢	٤	٤
٣٠	٤	٣٠ − ٢٣ = ٧	٤٩	١٩٦
المجموع	٢٠			٣٦٠

٣ نقوم بحساب الانحراف المعيارى كما يلى :

الانحراف المعيارى $\sigma = \sqrt{\frac{\text{مجـ}(س - \overline{س})^٢ \times ك}{\text{مجـ} ك}} = \sqrt{\frac{٣٦٠}{٢٠}} = \sqrt{١٨} \simeq ٤,٢٤$ سنة.

حاول بنفسك ٢

التوزيع التكرارى التالى يوضح عدد أيام غياب الطلاب فى أحد الفصول :

عدد أيام الغياب	٠	١	٢	٣	٤	المجموع
عدد الطلاب	٥	٧	٧	٥	٦	٣٠

احسب الوسط الحسابى والانحراف المعيارى لعدد أيام الغياب.

ب حساب الانحراف المعيارى لتوزيع تكرارى ذى مجموعات

مثال ٣



فيما يلى التوزيع التكرارى للحافز الأسبوعى لعدد ١٠٠ عامل فى أحد المصانع :

الحوافز بالجنيه	٣٥-	٤٥-	٥٥-	٦٥-	٧٥-	٨٥-
عدد العمال	١٠	١٤	٢٠	٢٨	٢٠	٨

أوجد الانحراف المعيارى لهذا التوزيع.

تذكر أن

مركز المجموعة = $\frac{\text{الحد الأدنى + الحد الأعلى}}{٢}$

الحل

١ نوجد الوسط الحسابى للحوافز ($\overline{س}$) وذلك باستخدام الجدول التالى :

المجموعات	مراكز المجموعات (س)	التكرارات (ك)	س × ك
٣٥-	٤٠	١٠	٤٠٠
٤٥-	٥٠	١٤	٧٠٠
٥٥-	٦٠	٢٠	١٢٠٠
٦٥-	٧٠	٢٨	١٩٦٠
٧٥-	٨٠	٢٠	١٦٠٠
٨٥-	٩٠	٨	٧٢٠
المجموع		١٠٠	٦٥٨٠

∴ الوسط الحسابى ($\overline{س}$) = $\frac{\text{مجـ}(س \times ك)}{\text{مجـ } ك}$ = $\frac{٦٥٨٠}{١٠٠}$ = ٦٥,٨ جنيه.

٢ نكون الجدول التالى :

$س$	$ك$	$س - \overline{س}$	$(س - \overline{س})^2$	$(س - \overline{س})^2 \times ك$
٤٠	١٠	٤٠ − ٦٥,٨ = −٢٥,٨	٦٦٥,٦٤	٦٦٥٦,٤
٥٠	١٤	٥٠ − ٦٥,٨ = −١٥,٨	٢٤٩,٦٤	٣٤٩٤,٩٦
٦٠	٢٠	٦٠ − ٦٥,٨ = −٥,٨	٣٣,٦٤	٦٧٢,٨
٧٠	٢٨	٧٠ − ٦٥,٨ = ٤,٢	١٧,٦٤	٤٩٣,٩٢
٨٠	٢٠	٨٠ − ٦٥,٨ = ١٤,٢	٢٠١,٦٤	٤٠٣٢,٨
٩٠	٨	٩٠ − ٦٥,٨ = ٢٤,٢	٥٨٥,٦٤	٤٦٨٥,١٢
المجموع	١٠٠			٢٠٠٣٦

٣ نقوم بحساب الانحراف المعيارى بالتعويض فى القانون التالى :

$$\text{الانحراف المعيارى } \sigma = \sqrt{\frac{\sum (س - \overline{س})^2 ك}{\sum ك}} = \sqrt{\frac{٢٠٠٣٦}{١٠٠}} \simeq ١٤,١٥ \text{ جنيه.}$$

ملاحظات

- الانحراف المعيارى يتأثر بكافة القيم ولا يتأثر فقط بالقيمتين الصغرى والكبرى كالمدى، لذلك فهو أكثر تعبيرًا من المدى عن مقدار تشتت المجموعة.
- الانحراف المعيارى له نفس وحدة القياس المستخدمة فى البيانات المعطاة.
- القيم الأكثر تجانسًا تكون أقل تشتتًا ويكون الانحراف المعيارى لها أصغر.
- إذا كان الانحراف المعيارى = صفر فمعنى ذلك أن كل قيم المفردات متساوية وهى حالة التجانس التام (التشتت المنعدم).

حاول بنفسك ٣

احسب :

١ الوسط الحسابى.

٢ الانحراف المعيارى.

للتوزيع التكرارى المقابل.

المجموعات	١−	٣−	٥−	٧−	٩ − ١١
التكرار	٧	٣	٥	٣	٢

استخدام الآلة الحاسبة فى حساب الانحراف المعيارى

* يمكن استخدام الآلة الحاسبة CASIO

[fx - 82 ES , fx - 85 ES , fx - 500 ES , fx - 95 ES Plus , fx - 991 ES Plus]

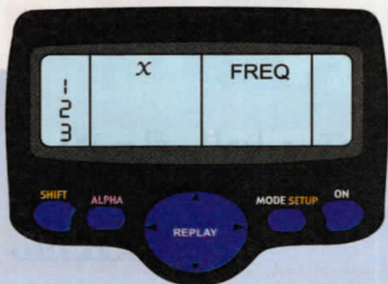
فى حساب الانحراف المعيارى والخطوات التالية توضح كيفية حل المثال السابق (المثال ٣) باستخدام الحاسبة :

* سوف نستخدم هنا الآلة الحاسبة (fx - 95 ES Plus)

خطوة (١)

وقبل إدخال بيانات المثال السابق يجب أولاً ضبط نظام الآلة بضغط المفاتيح التالية من اليسار :





فتظهر لنا شاشة على الشكل

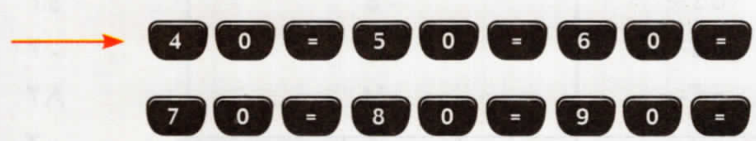
خطوة (٢)

نقوم بإدخال القيم (س) فى حالة التوزيع التكرارى البسيط

أو مراكز المجموعات (س) فى حالة التوزيع التكرارى ذى المجموعات فى العمود الأول (x)

وبالنسبة للمثال السابق ندخل مراكز المجموعات ٤٠ ، ٥٠ ، ٦٠ ، ٧٠ ، ٨٠ ، ٩٠

بضغط الأزرار التالية من اليسار :





فتظهر لنا شاشة على الشكل

خـطوة (٣)

استخدم الأزرار REPLAY للانتقال للعمود الثانى (FREQ)

ثم أدخل التكرارات : ١٠ ، ١٤ ، ٢٠ ، ٢٨ ، ٢٠ ، ٨

وذلك بضغط الأزرار من اليسار كالتالى :

1 0 = 1 4 = 2 0 = 2 8 = 2 0 = 8 = AC

بذلك نكون قد أدخلنا بيانات المثال السابق على الآلة الحاسبة.

خـطوة (٤)

لإيجاد قيمة الانحراف المعيارى نقوم بالضغط على الأزرار التالية من اليسار :

SHIFT 1 4 (VAR) 3 (σx) =



فتظهر لنا شاشة على الشكل

∴ الانحراف المعيارى σ ≃ ١٤,١٥

عجائب الأرقام



الرقمان ٨ ، ٥

٨ × ٥ = ٤٠

٨٨ × ٥ = ٤٤٠

٨٨٨ × ٥ = ٤٤٤٠

٨٨٨٨ × ٥ = ٤٤٤٤٠

جرب بنفسك !

تمارين 10 على التشتت

اختبار تفاعلى

● تذكر ● فهم ○ تطبيق ● حل مشكلات | أسئلة كتاب الوزارة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ من مقاييس التشتت .... (الجيزة ٢٥ ، الإسماعيلية ٢٥ ، المنيا ٢٤ ، القاهرة ٢٣ ، القليوبية ٢٢)

(أ) الوسيط. (ب) الوسط الحسابى.

(جـ) الانحراف المعيارى. (د) المنوال.

٢ أبسط وأسهل مقاييس التشتت هو .... (مطروح ٢٥ ، القليوبية ٢٥ ، السويس ٢٤ ، دمياط ٢٢)

(أ) المدى. (ب) الانحراف المعيارى.

(جـ) الوسط الحسابى. (د) المنوال.

٣ الفرق بين أكبر المفردات وأصغرها لمجموعة من المفردات يسمى ....

(الإسكندرية ٢٥ ، المنيا ٢٥ ، القاهرة ٢٤ ، بورسعيد ١٩ ، الشرقية ١٨ ، سوهاج ١٨)

(أ) المدى. (ب) الوسط الحسابى. (جـ) الوسيط. (د) الانحراف المعيارى.

٤ الجذر التربيعى الموجب لمتوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابى يسمى .... (القليوبية ٢٤ ، القليوبية ٢٠ ، الفيوم ١٩ ، بورسعيد ١٨ ، كفر الشيخ ١٨)

(أ) المدى. (ب) الوسط الحسابى.

(جـ) الانحراف المعيارى. (د) المنوال.

٥ الوسط الحسابى لمجموعة القيم : ٧ ، ٣ ، ٦ ، ٩ ، ٥ يساوى .... (الفيوم ١٨ ، الإسكندرية ١٧)

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ٤ (د) ١٢

٦ المدى لمجموعة القيم : ٢٣ ، ٢٢ ، ١٥ ، ١٨ ، ١٧ هو .... (البحر الأحمر ٢٥ ، الدقهلية ٢٤)

(أ) ٨ (ب) ١٨ (جـ) ١٩ (د) ٢٣

٧ إذا كانت ٦٧ هى أكبر مفردات مجموعة ما وكان المدى يساوى ٢٧ فإن أصغر مفردات هذه المجموعة هى .... (المنيا ١٦)

(أ) ٦٧ (ب) ٤٠ (جـ) ٢٧ (د) ٩٤

٨ القيمة الأكثر تكرارًا لمجموعة من البيانات هى .... (الأقصر ١٦ ، دمياط ١٣)

(أ) الوسيط. (ب) المدى. (جـ) المنوال. (د) المتوسط الحسابى.

٩ إذا كان الوسط الحسابى للأعداد : ٢ك - ٣ ، ٣ك - ١ ، ٢ك + ١ ، ٢ك + ٣ ، ٢ك + ٥

هو ١٣ فإن : ك = ... (الإسكندرية ١١)

(أ) -٥ (ب) ١٠ (جـ) ٥ (د) $\frac{١}{٥}$

١٠ إذا كان المدى للقيم : ٦ + ك ، ٦ - ك ، ٦ + ٥ك ، ٦ - ٢ك هو ١٤ حيث ك ∈ ط

فإن : ك = ... (الشرقية ٢٠)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

١١ إذا كان مدى القيم : ٢ ، ٧ ، أ ، ٦ هو ٨ حيث أ > ٠ فإن : أ = ... (الشرقية ١٤)

(أ) ٤ (ب) ٩ (جـ) -١ (د) ١٠

١٢ أى من القيم الآتية للعدد أ تجعل مدى مجموعة القيم : ٥٣ ، أ ، ٥٨ ، ٥٧ ، ٦٠ ، ٥٥

يساوى ٩ ؟ (الدقهلية ١٦)

(أ) ٦٣ (ب) ٦١ (جـ) ٥١ (د) ٥٠

١٣ إذا كان المدى لمجموعة القيم : ١٨ ، ١٥ ، ك - ١ ، ٢٢ ، ١٧ هو ٩

فإن : ك يمكن أن تساوى .... (الشرقية ٢٥)

(أ) ٨ (ب) ١٧ (جـ) ٢٥ (د) ٢٤

١٤ $\frac{\text{مجموع قيم المفردات}}{\text{عدد هذه القيم}}$ = ... (الإسكندرية ٢٠ ، السويس ١٩)

(أ) المدى. (ب) الانحراف المعيارى.

(جـ) الوسط الحسابى. (د) المنوال.

١٥ إذا كان : ٢س + ٢ص = ١٠ ، س ∈ ص+ ، ص ∈ ص+ فإن الوسط الحسابى بين س ، ص

هو .... (السويس ١٦)

(أ) $\frac{٢}{٥}$ (ب) $\frac{٥}{٢}$ (جـ) ٥ (د) ٢

١٦ أكثر المجموعات الآتية تشتتًا هى المجموعة .... (القليوبية ١٥)

(أ) ٢٨ ، ١٧ ، ٣٠ ، ٣٦ ، ٢٠ (ب) ٢٠ ، ١٩ ، ٢٩ ، ٣٧ ، ٤٣

(جـ) ٣١ ، ٣٥ ، ٢٦ ، ٣٧ ، ٤١ (د) ٢٥ ، ٣٩ ، ١٩ ، ٥ ، ٢٧

١٧ أكثر مقاييس التشتت انتشارًا وأدقها .... (المنيا ١٨ ، دمياط ١٤)

(أ) المدى. (ب) الوسط الحسابى. (جـ) الانحراف المعيارى. (د) الوسيط.

١٨ إذا كانت جميع المفردات متساوية فى القيمة فإن .... (سوهاج ٢٤ ، الأقصر ٢٠)

(أ) $س - \overline{س} > ٠$ (ب) $س - \overline{س} < ٠$ (جـ) $\sigma = ٠$ (د) $\overline{س} = ٠$

١٩ الانحراف المعيارى للكميات : ٥ ، ٥ ، ٥ ، ٥ يساوى .... (الدقهلية ٢٠)

(أ) صفر (ب) ٥ (جـ) ٦ (د) ٢

٢٠ المدى لسبعة قيم يساوى صفر فإن الانحراف المعيارى لهذه القيم يساوى .... (سوهاج ٢٣)

(أ) ٧ (ب) $\sqrt{٧}$ (جـ) صفر (د) ١

٢١ إذا كان الانحراف المعيارى للقيم : س + ٢ ، ٥ ، ص − ٢ يساوى الصفر فإن : س + ص = ... (سوهاج ٢٥ ، الوادى الجديد ٢٢)

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٩ (د) ١٠

٢٢ إذا كان الانحراف المعيارى للقيم : س + ٦ ، ص + ٧ ، س + ص هو صفر فإن : س − ص = ... (الغربية ٢٥ ، الأقصر ٢٤)

(أ) ١ (ب) −١ (جـ) صفر (د) ١٣

٢٣ إذا كان : $\sum (س - \overline{س})^٢ = ٤٨$ لمجموعة من القيم عددها يساوى ١٢ فإن : $\sigma =$ .... (المنوفية ١٩ ، القاهرة ١٧)

(أ) −٤ (ب) −٢ (جـ) ٢ (د) ٤

---

٢ احسب الانحراف المعيارى لكل من البيانات التالية :

١ ١٦ ، ٣٢ ، ٥ ، ٢٠ ، ٢٧ (الجيزة ٢٤ ، القليوبية ٢٣ ، بورسعيد ٢٠ ، المنوفية ١٩ ، الغربية ١٨) «٩,٣»

٢ ٧٢ ، ٥٣ ، ٦١ ، ٧٠ ، ٥٩ (أسيوط ٢٥ ، دمياط ٢٠ ، الأقصر ١٩) «٧,١»

٣ ١٥ ، −١٢ ، −٩ ، ٢٧ ، −٦ «١٥,٣»

٤ ٢٢ ، ٢٠ ، ٢٠ ، ٢٠ ، ١٨ (الإسماعيلية ٢٤ ، الأقصر ٢٢) «١,٣»

---

٣ أى المجموعات التالية أكثر تشتتًا ؟ (باستخدام الانحراف المعيارى)

المجموعة (أ) : ٧ ٨ ٩ ١٠ ١١

المجموعة (ب) : ٢١ ٢٠ ١١ ١٩

المجموعة (جـ) : ٢٩ ٣٠ ٣٠ ٣٥

٤ احسب الوسط الحسابى والانحراف المعيارى لكل من البيانات التالية :

١ ٧٣ ، ٥٤ ، ٦٢ ، ٧١ ، ٦٠ (قنا ٢٠ ، أسيوط ١٧) «٦٤ ، ٧,٠٧»

٢ ١٣ ، ١٤ ، ١٧ ، ١٩ ، ٢٢ لأقرب ثلاثة أرقام عشرية. (الشرقية ١٧) «١٧ ، ٣,٢٨٦»

٣ ٦٥ ، ٦١ ، ٧٠ ، ٦٤ ، ٧٠ ، ٧٦ ، ٧٠ «٦٨ ، ٤,٦»

٤ ٢٣ ، ١٢ ، ١٧ ، ١٣ ، ١٥ ، ١٦ ، ٨ ، ٩ ، ٣٧ ، ١٠ «١٦ ، ٨,٢»

---

٥ القيم التالية تمثل درجات خمسة طلاب فى أحد الاختبارات : ٨ ، ٩ ، ٦ ، ١٢ ، ١٠ أوجد :

١ الوسط الحسابى لدرجات الطلاب.

٢ الانحراف المعيارى لدرجات الطلاب. (الدقهلية ١٧) «٩ ، ٢»

---

٦ الجدول المقابل يبين درجات الحرارة على بعض المدن :

١ احسب الوسط الحسابى والانحراف المعيارى لدرجات الحرارة العظمى.

٢ احسب الوسط الحسابى والانحراف المعيارى لدرجات الحرارة الصغرى.

المدينة	عظمى	صغرى
الإسماعيلية	٢٥	١١
السويس	٢٦	١٢
العريش	٢٤	١٠
نخل	٢٤	٦
طابا	٢٢	٧
الطور	٢٦	١٦
الغردقة	٢٧	١٥
رفح	٢٦	١١

«٢٥ ، ١,٥ ، ١١ ، ٣,٢»

---

٧ التوزيع التكرارى التالى يبين عدد أطفال بعض الأسر فى إحدى المدن الجديدة :

(قنا ٢٥ ، المنوفية ٢٠ ، الإسكندرية ١٩ ، البحيرة ١٦)

عدد الأطفال	صفر	١	٢	٣	٤
عدد الأسر	٨	١٦	٥٠	٢٠	٦

احسب الوسط الحسابى والانحراف المعيارى لعدد الأطفال. «٢ ، ١»

٨ فيما يلى التوزيع التكرارى لعدد الوحدات التالفة التى وجدت فى ١٠٠ صندوق فى الوحدات المصنعة :

(سوهاج ١٨ ، البحيرة ١٧ ، البحيرة ١٤)

عدد الوحدات التالفة	صفر	١	٢	٣	٤	٥
عدد الصناديق	٣	١٦	١٧	٢٥	٢٠	١٩

أوجد الانحراف المعيارى للوحدات التالفة. «١,٤»

٩ التوزيع التكرارى الآتى يبين عدد الأهداف التى سجلها ٣٠ لاعبًا من ٥ ضربات جزاء لكل منهم فى أحد التدريبات :

عدد الأهداف التى تم تسجيلها	صفر	١	٢	٣	٤	٥
عدد اللاعبين	٢	٤	٥	٨	٧	٤

أوجد الوسط الحسابى والانحراف المعيارى لعدد الأهداف المسجلة. «٢,٩ ، ١,٤»

١٠ فيما يلى توزيع تكرارى يبين أعمار ١٠ أطفال : (سوهاج ٢٤ ، الإسكندرية ٢٢ ، القاهرة ٢٠ ، قنا ١٩)

العمر بالسنوات	٥	٨	٩	١٠	١٢	المجموع
عدد الأطفال	١	٢	٣	٣	١	١٠

احسب الانحراف المعيارى للعمر بالسنوات. «١,٧»

١١ الجدول التالى يبين التوزيع التكرارى لعدد الطلاب الفائزين فى المسابقة الفنية من مدرسة بها عشرون فصلًا :

عدد الطلاب الفائزين	صفر	١	٢	٣	٤	٥	المجموع
عدد الفصول	١	٣	٥	٦	٣	٢	٢٠

أوجد الوسط الحسابى والانحراف المعيارى لعدد الطلاب. «٢,٦٥ ، ١,٣»

١٢ للتوزيع التكرارى التالى احسب الوسط الحسابى والانحراف المعيارى : (الغربية ١٧ ، قنا ١٦)

المجموعات	صفر –	٤ –	٨ –	١٢ –	١٦ – ٢٠	المجموع
التكرار	٣	٤	٧	٢	٩	٢٥

«١١,٦ ، ٥,٧»

---

١٣ الجدول التالى يمثل الأجر اليومى لمجموعة من العمال بأحد المصانع : (كفر الشيخ ٢٠)

مجموعات الأجر	٢٠ –	٣٠ –	٤٠ –	٥٠ –	٦٠ –	٧٠ –
عدد العمال	١٠	١٢	٨	٦	٣	١

أوجد الوسط الحسابى والانحراف المعيارى للأجر. «٤٠,٧٥ ، ١٣,٤»

---

١٤ التوزيع التكرارى التالى يبين كمية البنزين التى تستهلكها مجموعة من السيارات :

عدد الكيلو مترات لكل لتر	٥ –	٧ –	٩ –	١١ –	١٣ –	١٥ – ١٧	المجموع
عدد السيارات	٣	٦	١٠	١٢	٥	٤	٤٠

أوجد الانحراف المعيارى لعدد الكيلو مترات لكل لتر. «٢,٧»

للمتفوقين

١٥ الجدولان التكراريان التاليان يمثلان توزيع درجات تلاميذ الفصلين أ ، ب فى الصف الثالث الإعدادى فى أحد الاختبارات :

فصل أ

مجموعات الدرجات	٠–	١٠–	٢٠–	٣٠–	٤٠–٥٠	المجموع
عدد التلاميذ	٢	٥	١١	١٥	٧	٤٠

فصل ب

مجموعات الدرجات	٠–	١٠–	٢٠–	٣٠–	٤٠–٥٠	المجموع
عدد التلاميذ	٢	٣	١٨	٧	١٠	٤٠

١ مثل كلًّا من التوزيعين بالمضلع التكرارى على شكل واحد.

٢ أوجد الوسط الحسابى والانحراف المعيارى لكل من التوزيعين التكراريين.

٣ أى الفصلين أكثر تجانسًا فى مستوى التحصيل ؟ «٣٠ ، ١٠,٧ ، ٣٠ ، ١١»

مفاهيم ومهارات أساسية تراكمية



اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ {٣} ⊂ .... (دمياط ٢٥ ، الإسكندرية ١٦)

(أ) (٣ ، ٧) (ب)]٣ ، ٧] (جـ)]٣ ، ٧[(د) {٣ ، ٧}

٢ [٧ ، ١٠] - {٧ ، ١٠} = ... (أسيوط ٢٣)

(أ) [٧ ، ١٠[(ب)]٧ ، ١٠] (جـ)]٧ ، ١٠[(د) [٧ ، ١٠]

٣ العدد التالى فى النمط : $\sqrt{٣}$ ، $\sqrt{١٢}$ ، $\sqrt{٢٧}$ ، $\sqrt{٤٨}$ هو .... (الوادى الجديد ٢٠)

(أ) $\sqrt{٥٠}$ (ب) $\sqrt{٧٥}$ (جـ) $\sqrt{٦٠}$ (د) $\sqrt{٩٠}$

٤ $٢^{٢٠١٧} = ٢^{٢٠١٦} +$ .... (الأقصر ١٧)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٢٠١٦ (د) $٢^{٢٠١٦}$

٥ إذا كانت : [-١ ، س] ∩ [ص ، ٥] = [٢ ، ٣] فإن : $س^{ص}$ = ... (دمياط ٢٤)

(أ) ٨ (ب) $\frac{١}{٥}$ (جـ) ٩ (د) -١

٦ عندما يزداد طول ضلع مربع بنسبة ١٠٪ فإن مساحته تزداد بنسبة .... ٪

(أ) ١٠ (ب) ١٥ (جـ) ٢٠ (د) ٢١

٧ إذا كان : $\frac{س}{٢} = \frac{٨}{س}$ فإن : س = ... (المنوفية ٢٥)

(أ) -٤ (ب) ± ٤ (جـ) ٤ (د) ١٦

٨ إذا كان : ف عددًا فرديًا فإن العدد الفردى التالى له هو .... (قنا ٢٢ ، ج.سيناء ١٩)

(أ) $ف^٢$ (ب) $ف^٢ + ف$ (جـ) ف + ١ (د) ف + ٢

٩ إذا كانت : م تمثل عددًا سالبًا فأى من الآتى يمثل عددًا موجبًا ؟ (المنيا ٢٤ ، كفر الشيخ ١٧)

(أ) $م^٣$ (ب) $م^٢$ (جـ) ٢ م (د) $\frac{م}{٢}$

١٠ نصف العدد $٢^{٢٠٢}$ هو .... (المنيا ٢٥ ، دمياط ١٧)

(أ) $٢^{١٠١}$ (ب) $١^{٢٠١}$ (جـ) $٢^{١٩٢}$ (د) $١^{١٠١}$

١١ إذا كانت : $(س^٢ - ٤)^{صفر} = ١$ فإن : س ∈ .... (الشرقية ٢٥)

(أ) {٤} (ب) ح - {٤} (جـ) ح - {-٢ ، ٢} (د) {-٢ ، ٢}

١٢ $\left(\frac{\sqrt{٥} + ١}{٢}\right)^{١٠٠٠} \left(\frac{\sqrt{٥} - ١}{٢}\right)^{١٠٠٠} =$ .... (المنوفية ١٨)

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) $\frac{٥^{١٠٠٠} - ١}{٤}$ (د) $٤^{١٠٠٠}$

١٣ $٣^س + ٣^س + ٣^س =$ .... (السويس ١٦)

(أ) $٩^س$ (ب) $٣^{٣س}$ (جـ) $٣^{س + ١}$ (د) $٣^{س + ٣}$

١٤ $٢^٥ + ٢^٥ + ٢^٥ + ٢^٥ =$ .... (الأقصر ١٦)

(أ) $٢^٧$ (ب) $٢^٦$ (جـ) $٢^٤$ (د) $٢^{٢٠}$

١٥ إذا كان : س - ص = ٥ ، س + ص = $\frac{١}{٥}$

فإن : $س^٢ - ص^٢ =$ .... (المنيا ٢٤ ، أسوان ٢٠ ، كفر الشيخ ١٧)

(أ) $\frac{١}{٢٥}$ (ب) ١ (جـ) ٢٥ (د) ٥

١٦ إذا كان : س + ص = ص س = ٥

فإن : $س^٢ ص + ص^٢ س =$ .... (دمياط ٢٣ ، الإسماعيلية ٢٠ ، أسوان ١٦)

(أ) ١٠ (ب) ١٥ (جـ) ٢٠ (د) ٢٥

١٧ إذا كان : $(س - ص)^٢ = ٢٠$ ، $س^٢ + ص^٢ = ١٠$

فإن : س ص = ... (الإسكندرية ١٦)

(أ) ١٠ (ب) ٥ (جـ) -٥ (د) ٢٠

١٨ إذا كان : ١ < س < ٣ ، س ∈ ح فإن : (٣س – ١) ∈ .... (الجيزة ٢٠)

(أ) [٢ ، ٨[(ب) [٢ ، ٨] (جـ)]٢ ، ٨[(د) {٢ ، ٨}

١٩ مجموعة حل المتباينة : ٥ – ٣س > ١١ في ح هي .... (كفر الشيخ ١٧)

(أ)]–∞ ، –٢[(ب) [–٢ ، ∞[(جـ)]–∞ ، –٢] (د) [–٢ ، ٢]

٢٠ مجموع الجذرين التربيعيين للعدد $\frac{١}{٤}$ ٢ هو .... (بورسعيد ٢٤ ، ش. سيناء ١٩ ، المنوفية ١٧)

(أ) $١\frac{١}{٢}$ (ب) صفر (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\sqrt{٢}$

٢١ أربعة أمثال العدد $٢^{٨}$ هو .... (سوهاج ١٩ ، الإسكندرية ١٧)

(أ) $٢^{٣٢}$ (ب) $٨^{٨}$ (جـ) $٢^{١٠}$ (د) $٤^{٨}$

٢٢ إذا كان : $س = \sqrt{٣} + \sqrt{٢}$ ، $ص = \frac{١}{\sqrt{٣} + \sqrt{٢}}$

فإن : $(س + ص)^{٢}$ = ... (الغربية ١٧)

(أ) ٨ (ب) صفر (جـ) ٩ (د) ١٢

٢٣ إذا كان : $٢^{س} = \frac{١}{٨}$ فإن : س = ... (المنيا ٢٤ ، البحر الأحمر ٢٣ ، المنوفية ١٧)

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) ٣ (د) –٣

٢٤ إذا كان عدد صفحات كتاب هو ٥٦ صفحة ، كم صفحة يظهر بها الرقم ٥ في ترقيم صفحات الكتاب ؟

(أ) ٦ (ب) ٧ (جـ) ١٢ (د) ١٣

٢٥ طريق طوله ١٢ كم وضعنا على جانب واحد منه أعمدة إنارة من بدايته حتى نهايته فإذا كانت المسافة بين كل عمودين $\frac{١}{٢}$ كيلو متر فإن عدد الأعمدة يساوى ....

(أ) ١٢ (ب) ٢٤ (جـ) ٢٥ (د) ٢٣

٢٦ العدد الذي يقع بين ٠,٠٧ ، ٠,٠٨ هو .... (الإسكندرية ١٧)

(أ) ٠,٠٠٠٧٥ (ب) ٠,٠٠٧٥ (جـ) ٠,٠٧٥ (د) –٠,٧٥

٢٧ مربع ضعف العدد (نصف) هو ....

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٨}$ (جـ) ١ (د) ٢

٢٨ إذا كان ثلاثة أمثال عدد = ٤٥ ، فإن : $\frac{١}{٥}$ هذا العدد يساوى .... (المنيا ١٩)

(أ) ١٥ (ب) ٥ (جـ) ٣ (د) ٩

٢٩ إذا كان : $\frac{٥}{٤} + \frac{٥}{س} = \frac{٥}{٢}$ فإن : س = ... (الأقصر ٢٥ ، المنوفية ٢٠)

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) $\frac{٥}{٢}$

٣٠]-١ ، ٣] ∩ {-٣ ، -١} = ... (الغربية ٢٤ ، أسيوط ١٨)

(أ) ∅ (ب) {-٣} (جـ) {-١} (د) {٣}

٣١ [٢ ، ٧] -]٢ ، ٧[= .... (بنى سويف ١٨)

(أ) ∅ (ب) {٢} (جـ) {٧} (د) {٢ ، ٧}

٣٢ ص_ ∪ ط = ... (الإسكندرية ١٨ ، الأقصر ١٧)

(أ) ∅ (ب) ط (جـ) ص (د) ح

٣٣ المقدار : $(س - ٢)^٢ - س^٢$ من الدرجة .... (كفر الشيخ ٢٠)

(أ) الأولى. (ب) الثانية. (جـ) الثالثة. (د) الرابعة.

٣٤ مجموعة حل المعادلة : س - ١ = | -١ | فى ط هى .... (السويس ١٨)

(أ) (١ ، ٢) (ب) ٢ (جـ) {٢} (د) {-٢}

٣٥ إذا كان : ١٧ س + ٨ = ١١ فإن : ١٧ س + ١١ = ... (الإسماعيلية ١٩)

(أ) ٨ (ب) ١١ (جـ) ١٤ (د) ١٧

٣٦ مجموع الأعداد الصحيحة داخل الفترة [-٥ ، ٥[هو .... (الأقصر ٢٢)

(أ) صفر (ب) ١٠ (جـ) -٥ (د) ٥

ثانيًا

حساب المثلثات والهندسة



الوحـــدة الرابعة

حســـاب المثلثات

الدرس الأول :

النسب المثلثية الأساسية للزاوية الحادة.

الدرس الثانى :

النسب المثلثية الأساسية لبعض الزوايا.

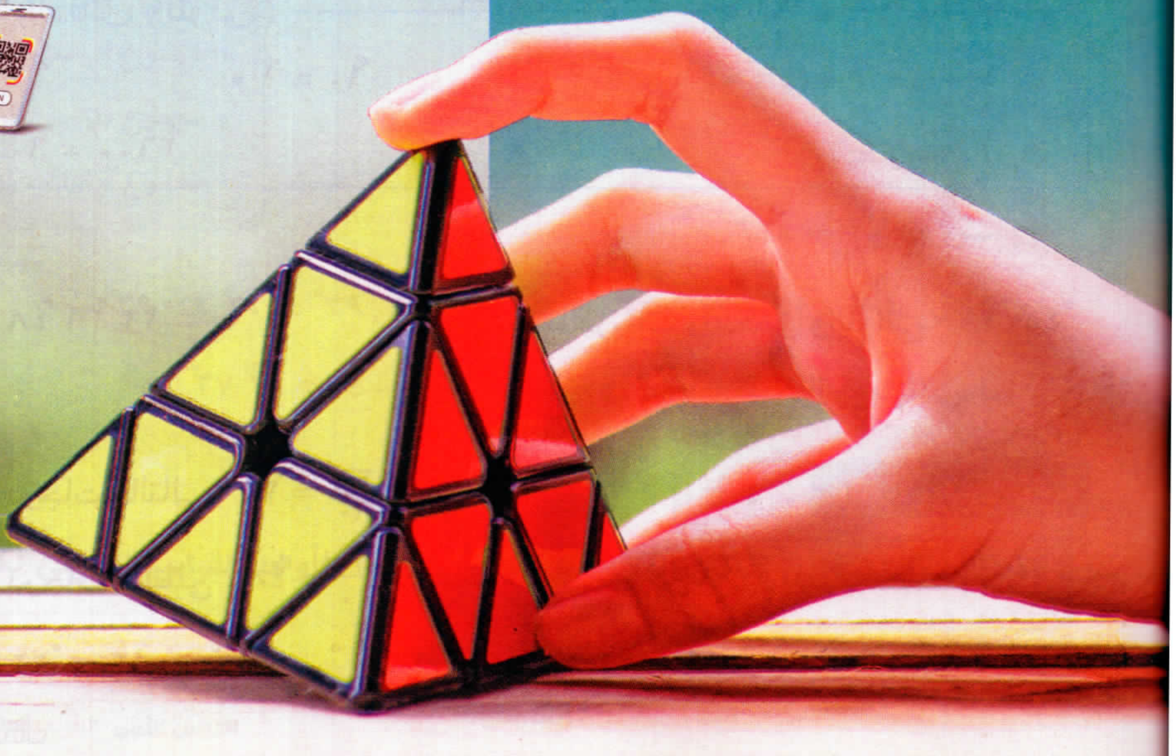
أهداف الوحدة: بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادرًا على أن :

- يتعرف النسب المثلثية الأساسية للزاوية الحادة.
- يتعرف النسب المثلثية الأساسية للزوايا التى قياساتها ٣٠° ، ٦٠° ، ٤٥°.
- يوجد النسب المثلثية الأساسية لزاوية معلومة.
- يوجد قياس زاوية بمعرفة إحدى نسبها المثلثية.
- يستخدم الآلة الحاسبة لإيجاد النسب المثلثية الأساسية.

معلومة إثرائية:

حساب المثلثات هو فرع من فروع الرياضيـــات ، وهو أحـد فـروع علـم الهندسة العامة ، ويتناول دراسة الزوايا والمثلثات والتوابع المثلثية مثل الجيب وجيب التمـام، يعتبر قـدمـاء المصريين أول من عمل بقواعد حساب المثلثات إذ استخدموها فى بناء الأهرامات وبناء معابدهم ، ولحساب المثلثات تطبيقات كثيرة منها حسـاب المسافات والزوايا فى إنشاء المبانى والطرق ، وفى صناعة الموتورات وأجهزة التليفزيون وملاعب الكرة ، وكذلك فى حسـاب المسافات الجغرافية والفلك وأنظمة الاستكشاف بالأقمار الصناعية.

يمكنك
حل الامتحانات التفاعلية على الدروس من خلال مسح QR code الخاص بكل امتحان



الدرس 1

النسب المثلثية الأساسية للزاوية الحادة



تمهيد

* سبق أن درست وحدات القياس الستينى للزاوية وهى :

الدرجة ويرمز لها بالرمز ١° ، الدقيقة ويرمز لها بالرمز ١َ ، الثانية ويرمز لها بالرمز ١ً

فمثلًا : الزاوية التى قياسها ٢٢ درجة ، ٣٦ دقيقة ، ٤٨ ثانية تُكتب **٤٨ً ٣٦َ ٢٢°**

العلاقة بين الدرجات والدقائق والثوانى :

• ١° = ٦٠َ • ١َ = ٦٠ً

أى أن : ١° = ٦٠ × ٦٠ = ٣٦٠٠ً

مثال 1

1 اكتب بالدرجات : ٤٨ً ٣٦َ ٢٢°

2 اكتب بالدرجات والدقائق والثوانى : ١٨ , ٤٥°

الحل

1 نحول الدقائق إلى درجات كالتالى : ٣٦َ = $\frac{٣٦}{٦٠}$ = ٠ , ٦°

نحول الثوانى إلى درجات كالتالى : ٤٨ً = $\frac{٤٨}{٣٦٠٠}$ = ٠ , ٠١٣̇°

أى أن : ٤٨ً ٣٦َ ٢٢° = ٠ , ٠١٣̇° + ٠ , ٦° + ٢٢° = ٢٢ , ٦١٣̇°

تذكر أن

٠ , ٠٠٣̇ يُقرأ : ٠ , ٠٠٣ دائرى

حل آخر باستخدام الآلة الحاسبة العلمية :

نضغط على مفاتيح الآلة بالتتابع من اليسار إلى اليمين كالتالى :

[2] [2] [°'''] [3] [6] [°'''] [4] [8] [°'''] [=] [°''']

فنجد الناتج : ٢٢,٦١٣٣٣٣٣

٢ نحول ١٨,٠° إلى دقائق كالتالى : ١٨,٠ × ٦٠ = ١٠,٨َ

نحول ٨,٠َ إلى ثوانى كالتالى : ٨,٠ × ٦٠ = ٤٨ً

أى أن : ٤٥,١٨° = ٤٨ً ١٠َ ٤٥°

حل آخر باستخدام الآلة الحاسبة العلمية :

نضغط على مفاتيح الآلة بالتتابع من اليسار إلى اليمين كالتالى :

[4] [5] [.] [1] [8] [=] [°''']

فنجد الناتج : ٤٨ً ١٠َ ٤٥°

مثال ٢

إذا كانت النسبة بين قياسى زاويتين متتامتين ٧ : ٩ فأوجد القياس الستينى لكل منهما.

الحل

نفرض أن قياسى الزاويتين : ٧ س ، ٩ س

∴ ٧ س + ٩ س = ٩٠°

∴ ١٦ س = ٩٠°

∴ س = $\frac{٩٠°}{١٦}$ = ٥,٦٢٥°

∴ قياس الزاوية الأولى = ٥,٦٢٥° × ٧ = ٣٩,٣٧٥° = ٣٠ً ٢٢َ ٣٩°

، قياس الزاوية الثانية = ٥,٦٢٥° × ٩ = ٥٠,٦٢٥° = ٣٠ً ٣٧َ ٥٠°

تذكر أن

- مجموع قياسى الزاويتين المتتامتين = ٩٠°
- مجموع قياسى الزاويتين المتكاملتين = ١٨٠°
- مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°

حاول بنفسك ١

إذا كانت النسبة بين قياسى زاويتين متكاملتين ٥ : ١١ فأوجد القياس الستينى لكل منهما.

النسبة المثلثية للزاوية الحادة

هى نسبة بين طولى ضلعين من أضلاع المثلث القائم الزاوية التى تقع فيه هذه الزاوية.

ويوجد ثلاث نسب مثلثية أساسية للزاوية الحادة وهى :

١ جيب الزاوية :

وتكتب اختصارًا (جا) وتساوى (طول الضلع **المقابل** للزاوية) / (طول الوتر)

٢ جيب تمام الزاوية :

وتكتب اختصارًا (جتا) وتساوى (طول الضلع **المجاور** للزاوية) / (طول الوتر)

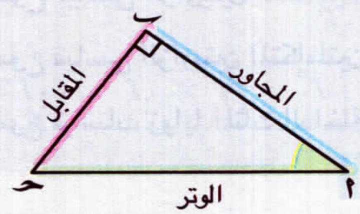
٣ ظل الزاوية :

وتكتب اختصارًا (ظا) وتساوى (طول الضلع **المقابل** للزاوية) / (طول الضلع **المجاور** للزاوية)

أى أنه :

إذا كان Δ أ ب ح قائم الزاوية فى ب فإن :

بالنسبة لزاوية أ

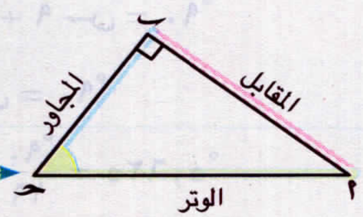


١ جا أ = المقابل / الوتر = ب ح / أ ح

٢ جتا أ = المجاور / الوتر = أ ب / أ ح

٣ ظا أ = المقابل / المجاور = ب ح / أ ب

بالنسبة لزاوية ح

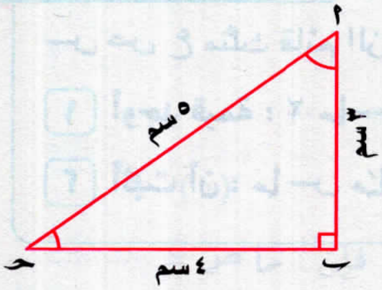


١ جا ح = المقابل / الوتر = أ ب / أ ح

٢ جتا ح = المجاور / الوتر = ب ح / أ ح

٣ ظا ح = المقابل / المجاور = أ ب / ب ح

فمثلًا : فى الشكل المقابل :



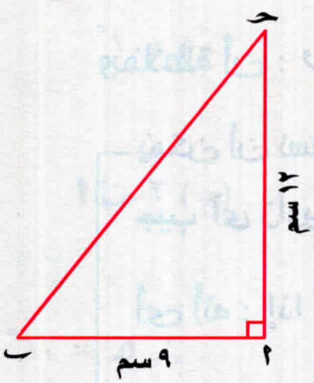
إذا كان : Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب

وكان : أ ب = ٣ سم ، ب حـ = ٤ سم ، أ حـ = ٥ سم

فإن :
١ حا أ = $\frac{٤}{٥}$
٢ حتا أ = $\frac{٣}{٥}$
٣ طا أ = $\frac{٤}{٣}$

١ حا حـ = $\frac{٣}{٥}$
٢ حتا حـ = $\frac{٤}{٥}$
٣ طا حـ = $\frac{٣}{٤}$

مثال ٣



فى الشكل المقابل :

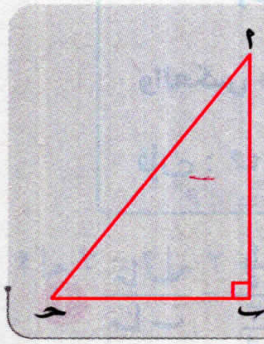
أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى أ حيث : أ ب = ٩ سم ، أ حـ = ١٢ سم

١ أوجد كلًا من : حا ب ، حتا ب ، طا ب ، حا حـ ، حتا حـ ، طا حـ

٢ أثبت أن : حا ب حتا حـ + حتا ب حا حـ = ١

الحل

تذكر نظرية فيثاغورس



إذا كان : Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب فإن :

- (أ حـ)^٢ = (أ ب)^٢ + (ب حـ)^٢
- (أ ب)^٢ = (أ حـ)^٢ − (ب حـ)^٢
- (ب حـ)^٢ = (أ حـ)^٢ − (أ ب)^٢

$\because$ Δ أ ب حـ فيه : ق ($\angle$ أ) = ٩٠°

$\therefore$ (ب حـ)^٢ = (أ ب)^٢ + (أ حـ)^٢ (فيثاغورس)

$\therefore$ (ب حـ)^٢ = ٨١ + ١٤٤ = ٢٢٥

$\therefore$ ب حـ = ١٥ سم

١ حا ب = $\frac{أ حـ}{ب حـ}$ = $\frac{١٢}{١٥}$ = $\frac{٤}{٥}$ ، حتا ب = $\frac{أ ب}{ب حـ}$ = $\frac{٩}{١٥}$ = $\frac{٣}{٥}$

، طا ب = $\frac{أ حـ}{أ ب}$ = $\frac{١٢}{٩}$ = $\frac{٤}{٣}$ ، حا حـ = $\frac{أ ب}{ب حـ}$ = $\frac{٩}{١٥}$ = $\frac{٣}{٥}$

، حتا حـ = $\frac{أ حـ}{ب حـ}$ = $\frac{١٢}{١٥}$ = $\frac{٤}{٥}$ ، طا حـ = $\frac{أ ب}{أ حـ}$ = $\frac{٩}{١٢}$ = $\frac{٣}{٤}$

٢ حا ب حتا حـ + حتا ب حا حـ = $\frac{٤}{٥}$ × $\frac{٤}{٥}$ + $\frac{٣}{٥}$ × $\frac{٣}{٥}$ = $\frac{١٦}{٢٥}$ + $\frac{٩}{٢٥}$ = $\frac{٢٥}{٢٥}$ = ١

حاول بنفسك ٢

س ص ع مثلث قائم الزاوية فى ص فيه : س ص = ٤ سم ، س ع = ٥ سم

١ أوجد قيمة : ٢ حاس حتاس

٢ أثبت أن : حاس حتاع + حتاس حاع = ١

ملاحظات فى المثال السابق لاحظ أن :

١ حاب = حتاحـ = $\frac{٤}{٥}$ ، حاحـ = حتاب = $\frac{٣}{٥}$

وبملاحظة أن : ق (∠ب) + ق (∠حـ) = ٩٠° (زاويتان متتامتان).

يمكن أن نستنتج أن :

جيب أى زاوية حادة يساوى جيب تمام الزاوية المتممة لها.

أى أنه : إذا كان : ق (∠أ) + ق (∠ب) = ٩٠°

فإن : حاأ = حتاب ، حاب = حتاأ

والعكس صحيح أى أنه : إذا كانت ∠أ ، ∠ب زاويتين حادتين وكان : حاأ = حتاب

فإن : ق (∠أ) + ق (∠ب) = ٩٠°

٢ $\frac{\text{حاب}}{\text{حتاب}} = \frac{\frac{٤}{٥}}{\frac{٣}{٥}} = \frac{٤}{٣}$ ، طاب = $\frac{٤}{٣}$ ∴ طاب = $\frac{\text{حاب}}{\text{حتاب}}$

، $\frac{\text{حاحـ}}{\text{حتاحـ}} = \frac{\frac{٣}{٥}}{\frac{٤}{٥}} = \frac{٣}{٤}$ ، طاحـ = $\frac{٣}{٤}$ ∴ طاحـ = $\frac{\text{حاحـ}}{\text{حتاحـ}}$

وبصفة عامة يكون : ظل الزاوية = $\frac{\text{جيب الزاوية}}{\text{جيب تمام الزاوية}}$

مثال ٤

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : جا ٣٠° = جتا هـ حيث هـ قياس زاوية حادة فإن : هـ = ...

(أ) ١٥° (ب) ٣٠° (جـ) ٦٠° (د) ٩٠°

٢ إذا كان : س ، ص قياسى زاويتين متتامتين وكانت : جتا س = $\frac{٤}{٥}$ فإن : جا ص = ...

(أ) $\frac{٣}{٥}$ (ب) $\frac{٤}{٥}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) $\frac{٤}{٣}$

٣ فى Δ أ ب جـ إذا كان : ق(∠ أ) = ٦٠° ، جا ب = جتا ب فإن : ق(∠ جـ) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٧٥° (جـ) ٩٠° (د) ١٠٥°

٤ فى Δ أ ب جـ القائم الزاوية فى ب يكون : جا أ + ٢ جتا جـ = ...

(أ) ٢ جا جـ (ب) ٣ جا أ (جـ) ٢ جا أ (د) ٣ جتا أ

الحل

١ (جـ) **تفسير الحل :** ∵ جا ٣٠° = جتا هـ ∴ ٣٠° + هـ = ٩٠° ∴ هـ = ٦٠°

٢ (ب) **تفسير الحل :** ∵ س ، ص قياسى زاويتين متتامتين

∴ جا ص = جتا س ∴ جا ص = $\frac{٤}{٥}$

٣ (ب) **تفسير الحل :** ∵ جا ب = جتا ب ∴ ق(∠ ب) = ٤٥°

∴ ق(∠ جـ) = ١٨٠° − (٤٥° + ٦٠°) = ٧٥°

٤ (ب) **تفسير الحل :** ∵ ق(∠ ب) = ٩٠° ∴ ق(∠ أ) + ق(∠ جـ) = ٩٠°

∴ جا أ = جتا جـ ∴ جا أ + ٢ جتا جـ = جا أ + ٢ جا أ = ٣ جا أ

حاول بنفسك ٣

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : ق(∠ أ) = ٧٥° ، جا ب = جتا أ حيث ب زاوية حادة فإن : ق(∠ ب) = ...

(أ) ١٥° (ب) ٤٥° (جـ) ٧٥° (د) ١٠٥°

٢ فى Δ أ ب جـ إذا كان : ق(∠ ب) = ٩٠° فإن : جتا أ + جا جـ = ...

(أ) ٢ جتا جـ (ب) ٢ جتا أ (جـ) ٢ جا أ (د) ظا أ

مثال ٥

أ ب ح مثلث فيه : أ ب = أ ح = ١٠ سم ، ب ح = ١٢ سم ، رسم $\overrightarrow{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب ح}}$ يقطعها فى ء

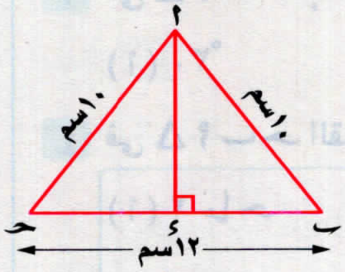
١ أوجد قيمة : جا ب + جتا ح

٢ أوجد قيمة : ظا (∠ ح أ ء)

٣ بيّن أن : جا ح + جتا ح > ١ ثم أوجد قيمة : جا^{٢} ح + جتا^{٢} ح

واستنتج أن : جا^{٢} ح + جتا^{٢} ح < جا ح + جتا ح

الحل



∵ $\overline{\text{أ ء}} \perp \overline{\text{ب ح}}$ ، أ ب = أ ح ∴ ء منتصف $\overline{\text{ب ح}}$

∴ ب ء = ء ح = ٦ سم

فى Δ أ ء ب : ∵ ق(∠ أ ء ب) = ٩٠°

∴ (أ ء)^{٢} = (أ ب)^{٢} − (ب ء)^{٢} (فيثاغورس)

∴ (أ ء)^{٢} = ١٠٠ − ٣٦ = ٦٤ ∴ أ ء = ٨ سم

١ ∵ جا ب = $\frac{\text{أ ء}}{\text{أ ب}}$ = $\frac{٨}{١٠}$ = $\frac{٤}{٥}$ ، جتا ح = $\frac{\text{ح ء}}{\text{أ ح}}$ = $\frac{٦}{١٠}$ = $\frac{٣}{٥}$

∴ جا ب + جتا ح = $\frac{٤}{٥}$ + $\frac{٣}{٥}$ = $\frac{٧}{٥}$

٢ ظا (∠ ح أ ء) = $\frac{\text{ح ء}}{\text{أ ء}}$ = $\frac{٦}{٨}$ = $\frac{٣}{٤}$

٣ ∵ جا ح = $\frac{\text{أ ء}}{\text{أ ح}}$ = $\frac{٨}{١٠}$ = $\frac{٤}{٥}$ ، جتا ح = $\frac{٣}{٥}$

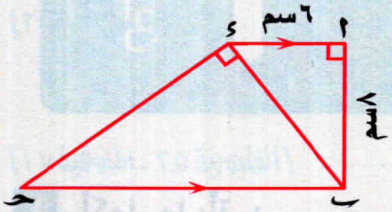
∴ جا ح + جتا ح = $\frac{٤}{٥}$ + $\frac{٣}{٥}$ = $\frac{٧}{٥}$ ∴ جا ح + جتا ح > ١

، جا^{٢} ح + جتا^{٢} ح = $\left(\frac{٤}{٥}\right)^{٢}$ + $\left(\frac{٣}{٥}\right)^{٢}$ = $\frac{١٦}{٢٥}$ + $\frac{٩}{٢٥}$ = ١

∴ جا^{٢} ح + جتا^{٢} ح < جا ح + جتا ح

مثال ٦

في الشكل المقابل :



ا ب حـ ء شكل رباعي فيه : ق (∠ ا) = ق (∠ ب ء حـ) = ٩٠°

، $\overline{\text{ا ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ، ا ء = ٦ سم ، ا ب = ٨ سم

أوجد : طول $\overline{\text{ء حـ}}$

الحـل

∵ Δ ا ب ء فيه : ق (∠ ا) = ٩٠°

∴ $(\text{ء ب})^2 = (\text{ا ب})^2 + (\text{ا ء})^2 = ٦٤ + ٣٦ = ١٠٠$

∴ ء ب = ١٠ سم

، ∵ $\overline{\text{ا ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$ قاطع لهما

∴ ق (∠ ا ء ب) = ق (∠ ء ب حـ) (بالتبادل)

∴ طا (∠ ا ء ب) = طا (∠ ء ب حـ)

∴ $\frac{\text{ا ب}}{\text{ا ء}} = \frac{\text{ء حـ}}{\text{ب ء}}$

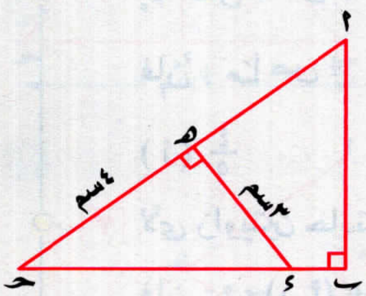
∴ $\frac{٨}{٦} = \frac{\text{ء حـ}}{١٠}$

∴ ء حـ = $\frac{٨ \times ١٠}{٦} = ١٣\frac{١}{٣}$ سم (وهو المطلوب)

لاحظ أنه يمكن أيضًا حل المثال السابق باستخدام التشابه.

حاول بنفسك ٤

في الشكل المقابل :



ا ب حـ مثلث فيه : ق (∠ ب) = ٩٠°

، ء ∈ $\overline{\text{ب حـ}}$ ، هـ ∈ $\overline{\text{ا حـ}}$ بحيث $\overline{\text{ء هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{ا حـ}}$

، ء هـ = ٣ سم ، هـ حـ = ٤ سم

أثبت أن : جا ا جتا حـ + جا حـ جتا (∠ هـ ء حـ) = ١

تمارين 1

على النسب المثلثية الأساسية للزاوية الحادة

اختبار تفاعلى

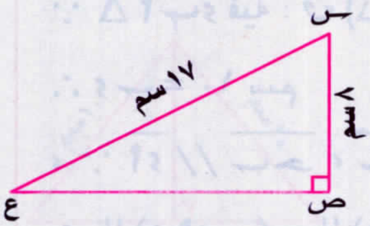
تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات | أسئلة كتاب الوزارة

١ أكمل ما يأتى :

فى الشكل المقابل :

س ص ع مثلث قائم الزاوية فى ص فيه :

س ص = ٨ سم ، س ع = ١٧ سم فإن :



١ جا س = ... ، جا ع = ...

٢ جتا س = ... ، جتا ع = ...

٣ طا س = ... ، طا ع = ...

---

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ لأى زاوية حادة قياسها أ يكون : جا أ − جتا أ طا أ = ... (سوهاج ٢٥ ، بورسعيد ٢٤)

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) −١ (د) ٢

٢ إذا كان : س ، ص قياسى زاويتين متتامتين وكان جا س = $\frac{٣}{٥}$

فإن : جتا ص = ... (ج.سيناء ٢٥ ، بورسعيد ٢٤ ، الجيزة ٢٠ ، البحيرة ١٨ ، الجيزة ١٧)

(أ) $\frac{٤}{٥}$ (ب) $\frac{٣}{٥}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) $\frac{٥}{٣}$

٣ لأى زاويتين حادتين أ ، ب إذا كان : جا أ = جتا ب

فإن : ق (∠ أ) + ق (∠ ب) = ... (الجيزة ٢٥ ، دمياط ٢٥)

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٩٠° (د) ١٨٠°

٤ إذا كان : جا ٧٠° = جتا س حيث س قياس زاوية حادة فإن : س = ... (القليوبية ١٨)

(أ) ٦٠° (ب) ٤٥° (جـ) ١٠° (د) ٢٠°

٥ فى △ أ ب جـ إذا كان : ق (∠ أ) = ٨٥° ، جا ب = جتا ب

فإن : ق (∠ جـ) = ... (البحيرة ٢٤ ، مطروح ٢٢ ، الدقهلية ١٩ ، البحيرة ١٧ ، المنوفية ١٦)

(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٥٠° (د) ٦٠°

٦ أ ب ح ء شكل رباعى فيه : حا أ = حتا ٢ أ ، ق (∠ ب) = ١٥٠° ، ق (∠ ح) = ٥٠°

فإن : ق (∠ ء) = ... (الشرقية ٢٥)

(أ) ١٢٠° (ب) ١٠٠° (جـ) ١٣٠° (د) ١٥٠°

٧ فى Δ أ ب ح القائم الزاوية فى ب يكون : حا أ + حتا ح = ... (القليوبية ٢٥ ، المنوفية ١٧)

(أ) ٢ حا أ (ب) ٢ حا ح (جـ) ٢ حا ب (د) ٢ حتا أ

٨ فى المثلث أ ب ح القائم الزاوية فى أ

يكون جيب تمام الزاوية ب : جيب الزاوية ح يساوى .... (الشرقية ١٨)

(أ) $\frac{٣}{٥}$ (ب) $\frac{٤}{٣}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) ١

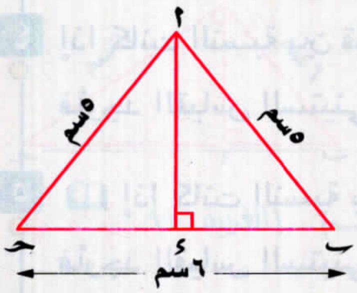
٩ فى المثلث ء هـ و القائم الزاوية فى هـ ، أى العلاقات التالية خطأ ؟ (الدقهلية ١٦)

(أ) طا ء × طا و = ١ (ب) حا ء = حتا و (جـ) حتا ء = حا و (د) حتا ء = حا هـ

١٠ أ ب ح مثلث قائم الزاوية فى ب حيث ٣ أ ح = ٥ ب ح فإن : طا أ = ... (الشرقية ٢٥)

(أ) $\frac{٣}{٥}$ (ب) $\frac{٥}{٣}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) $\frac{٤}{٣}$

١١ فى الشكل المقابل :

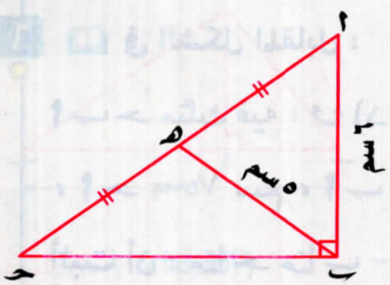


حتا ب = ... (الغربية ١٢)

(أ) $\frac{٤}{٥}$ (ب) $\frac{٣}{٥}$

(جـ) $\frac{٥}{٦}$ (د) $\frac{٥}{٤}$

١٢ فى الشكل المقابل :



Δ أ ب ح قائم الزاوية فى ب ، $\overline{\text{ب هـ}}$ متوسط

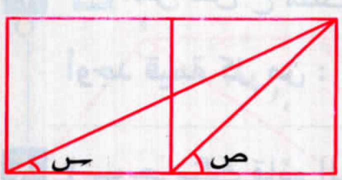
، ب هـ = ٥ سم ، أ ب = ٦ سم

فإن : حا ح = ... (أسوان ١٦)

(أ) $\frac{٥}{٦}$ (ب) $\frac{٣}{٥}$

(جـ) $\frac{٦}{٥}$ (د) $\frac{٥}{٣}$

١٣ فى الشكل المقابل :

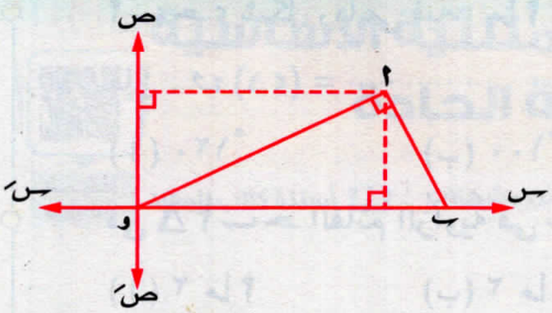


مربعان متطابقان

فإن : طا س + طا ص = ... (الدقهلية ٢٥)

(أ) ١ (ب) $\frac{٥}{٢}$ (جـ) ٢ (د) $\frac{٣}{٢}$

١٤ في الشكل المقابل :



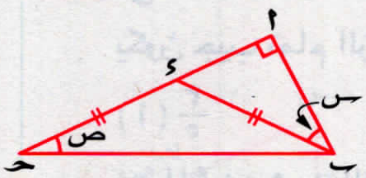
أ ب و مثلث قائم الزاوية في أ ، النقطة أ (٦ ، ٣)

فإن : طا (∠ أ ب و) = ... (الغربية ٢٢)

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) ٢

(جـ) $\frac{\sqrt{٥}}{٥}$ (د) $\frac{٢\sqrt{٥}}{٥}$

١٥ في الشكل المقابل :



إذا كان : طا س = $\frac{٣}{٤}$

فإن : طا ص = ...

(أ) ٣ (ب) ٢ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{١}{٣}$

---

٣ إذا كانت النسبة بين قياسي زاويتين متكاملتين ٣ : ٥

فأوجد القياس الستيني لكل منهما. (الأقصر ٢٢ ، الغربية ١٩ ، أسوان ١٥) «٣٠ َ ٦٧° ، ٣٠ َ ١١٢°»

---

٤ إذا كانت النسبة بين قياسي زاويتين متتامتين ٣ : ٤

فأوجد القياس الستيني للزاوية الكبرى في القياس. «٤٣ ً ٢٥ َ ٥١°»

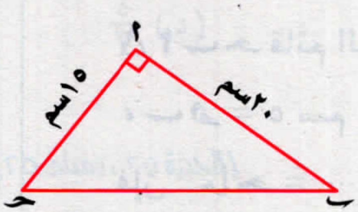
---

٥ إذا كانت النسبة بين قياسات الزوايا الداخلة لمثلث ٣ : ٤ : ٧

فأوجد القياس الستيني لكل زاوية. (البحيرة ١٣) «١٧ ً ٣٤ َ ٣٨° ، ٤٣ ً ٢٥ َ ٥١° ، ٩٠°»

---

٦ في الشكل المقابل :



أ ب جـ مثلث فيه : ق (∠ أ) = ٩٠°

، أ جـ = ١٥ سم ، أ ب = ٢٠ سم

أثبت أن : جا جـ جتا ب − جتا جـ جا ب = صفر (الجيزة ٢٠ ، المنيا ١٩ ، القليوبية ١٨ ، البحيرة ١٧)

---

٧ س ص ع مثلث قائم الزاوية في ع ، س ع = ٧ سم ، س ص = ٢٥ سم

أوجد قيمة كل من : [١] طا س × طا ص [٢] $جا^2$ س + $جا^2$ ص (بورسعيد ١٨) «١ ، ١»

---

٨ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب فيه : ب جـ = ٤ سم ، أ جـ = ٥ سم

استنتج أن : $جا^2$ أ − $جتا^2$ أ = ٢ $جا^2$ أ − ١

● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات

٩ أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب فإذا كان أ ب : أ حـ = ٣ : ٥

فأوجد : النسب المثلثية الأساسية للزاوية أ (أسوان ١٣) « $\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{٤}{٣}$ »

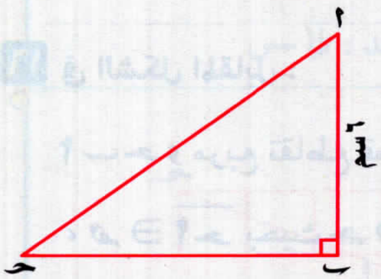
---

١٠ أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب فإذا كان : ٢ أ ب = $\sqrt{٣}$ أ حـ

فأوجد : النسب المثلثية الأساسية للزاوية حـ (أسوان ١٩ ، الدقهلية ١٨ ، الإسكندرية ١٥) « $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\sqrt{٣}$ »

---

١١ فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب

، أ ب = ٦ سم ، طا حـ = $\frac{٣}{٤}$

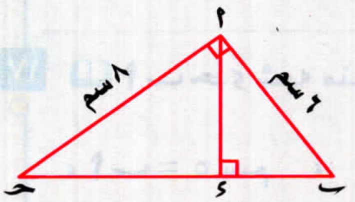
أوجد : [١] طول كل من : $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{أ حـ}$

[٢] حا أ + حتا أ

(مطروح ٢٤ ، المنوفية ١٦ ، الإسماعيلية ١٢) « ٨ سم ، ١٠ سم ، $\frac{٧}{٥}$ »

---

١٢ فى الشكل المقابل :



ق (∠ب أ حـ) = ٩٠° ، $\overline{أ د}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$

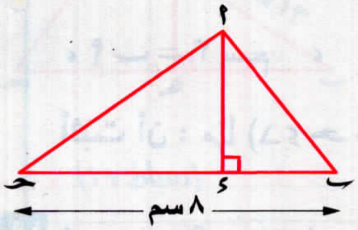
فإذا كان : أ ب = ٦ سم ، أ حـ = ٨ سم

أوجد : [١] طا (∠ب أ د) [٢] حتا (∠د أ حـ) + حتا (∠د أ ب)

(الغربية ١٦) « $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٧}{٥}$ »

---

١٣ فى الشكل المقابل :



Δ أ ب حـ حاد الزوايا

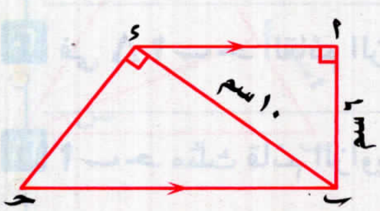
، ب حـ = ٨ سم ، $\overline{أ د}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$

أوجد قيمة : أ ب حتا ب + أ حـ حتا حـ

(الشرقية ١٧) « ٨ سم »

---

١٤ فى الشكل المقابل :



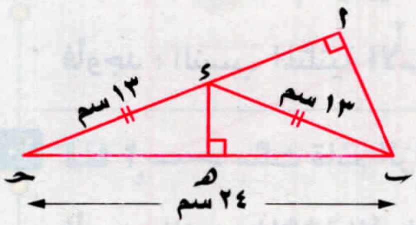
أ ب حـ د شبه منحرف قائم الزاوية فى أ ، $\overline{أ د}$ // $\overline{ب حـ}$

، ق (∠ب د حـ) = ٩٠° ، أ ب = ٦ سم ، ب د = ١٠ سم

أوجد : طا (∠أ د ب) ، طول $\overline{د حـ}$

(المنيا ٢٤ ، الدقهلية ١٧) « $\frac{٣}{٤}$ ، ٧,٥ سم »

١٥ في الشكل المقابل :



أ ب جـ Δ قائم الزاوية فى أ

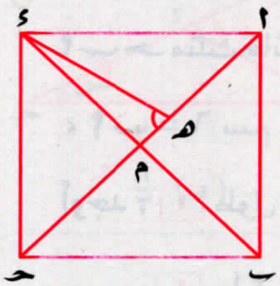
، ء ∈ $\overline{\text{أجـ}}$ حيث ء ب = ء جـ = ١٣ سم

، $\overline{\text{ءهـ}}$ ⊥ $\overline{\text{ب جـ}}$ ، ب جـ = ٢٤ سم

أوجد قيمة : [١] ظا (∠ ء جـ ب) [٢] جتا (∠ أ ب جـ) (الشرقية ٢٣) « $\frac{٥}{١٢}$ ، $\frac{٥}{١٣}$ »

---

١٦ في الشكل المقابل :



أ ب جـ ء مربع تقاطع قطراه فى م

، هـ ∈ $\overline{\text{أجـ}}$ بحيث جـ هـ = ٥ سم

، أ هـ = ٣ سم

أوجد : ظا (∠ ء هـ جـ) (الدقهلية ٢٣) « ٤ »

---

١٧ أ ب جـ ء شبه منحرف متساوى الساقين فيه : $\overline{\text{أء}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ، أء = ٤ سم

، أب = ٥ سم ، ب جـ = ١٢ سم أثبت أن : $\frac{\text{٥ ظا ب جتا جـ}}{\text{جا}^{٢}\text{ جـ + جتا}^{٢}\text{ ب}}$ = ٣ (الوادى الجديد ١٧)

---

١٨ أ ب جـ ء شبه منحرف فيه : $\overline{\text{أء}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ، ق (∠ب) = ٩٠°

، أب = ٣ سم ، أء = ٦ سم ، ب جـ = ١٠ سم

أثبت أن : جتا (∠ ء جـ ب) − ظا (∠ أ جـ ب) = $\frac{١}{٢}$ (الجيزة ٢٣ ، كفر الشيخ ٢٢ ، الجيزة ٢٠ ، مطروح ١٨)

---

١٩ أ ب جـ مثلث متساوى الساقين فيه : أب = أجـ ، جا $\frac{\text{أ}}{٢}$ = $\frac{٤}{٥}$

أوجد : جتا ب بدون استخدام الحاسبة. (البحر الأحمر ١٣) « $\frac{٤}{٥}$ »

---

٢٠ فى Δ أ ب جـ القائم الزاوية فى جـ أثبت أن : جا ب + جتا ب > ١

---

٢١ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب ، جا أ = ٠,٦

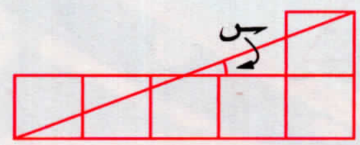
أوجد قيمة : جا أ جتا جـ + جتا أ جا جـ (كفر الشيخ ١٣) « ١ »

٢٢ أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب ، ٧ طا أ − ٢٤ = ٠ أوجد قيمة : ١ − طا أ جا حـ «$\frac{١}{٢٥}$»

---

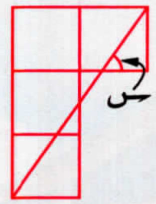
٢٣ **إذا عُلم أن الأشكال التالية مكونة من مربعات متطابقة فأوجد المطلوب أسفل كل شكل :**

١



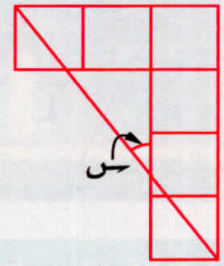
أوجد : طا س

٢



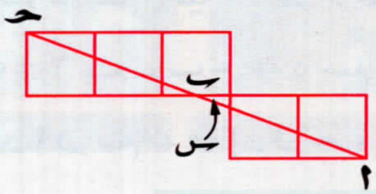
أوجد : طا س

٣



أوجد : جتا س

٤

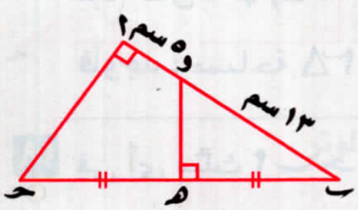


إذا كانت : أ ، ب ، حـ على استقامة واحدة

أوجد : طا س

للمتفوقين

٢٤ **فى الشكل المقابل :**



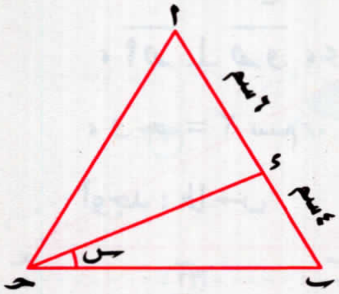
ق (∠ أ) = ٩٠° ، وهـ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$ ، هـ منتصف $\overline{\text{ب حـ}}$

، أ و = ٥ سم ، ب و = ١٣ سم

أوجد بالبرهان : طا ب (دمياط ١٧) «$\frac{٢}{٣}$»

---

٢٥ **فى الشكل المقابل :**



أ ب حـ مثلث متساوى الأضلاع ، ء ∈ $\overline{\text{أ ب}}$

بحيث : أ ء = ٦ سم ، ء ب = ٤ سم

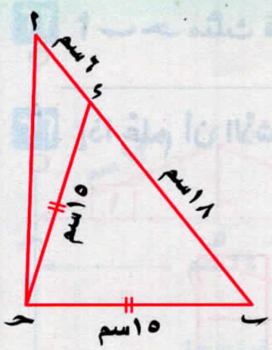
إذا كان : ك طا س = $\sqrt{٣}$

فأوجد قيمة : ك

«٤»

٢٦ من الشكل المقابل :

أوجد : طا (∠ ب ا ح)



« $\frac{4}{5}$ »

---

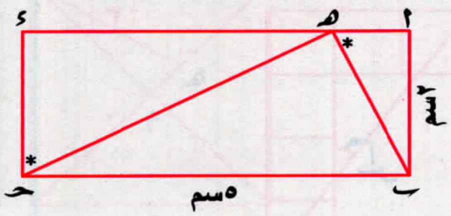
٢٧ فى الشكل المقابل :

ا ب ح ء مستطيل فيه : ا هـ < هـ ء

، ا ب = ٢ سم ، ب ح = ٥ سم

، ق (∠ ا هـ ب) = ق (∠ هـ ح ء)

أوجد : طا (∠ ح هـ ء)



« $\frac{1}{2}$ »

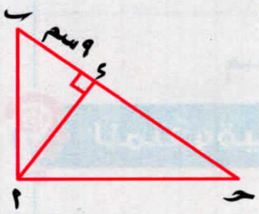
---

٢٨ فى الشكل المقابل :

ا ب ح مثلث ، ء ∈ $\overline{ب ح}$ بحيث $\overline{ا ء}$ ⊥ $\overline{ب ح}$ ، ب ء = ٩ سم

فإذا كان : حا (∠ ب ا ء) = حتا (∠ ح ا ء) = $\frac{3}{5}$

فأوجد : مساحة △ ا ب ح



« ١٥٠ سم^2 »

---

٢٩ فى أى مثلث ا ب ح قائم الزاوية فى ب   أثبت أن : حا^2 ا + حا^2 ح = ١

---

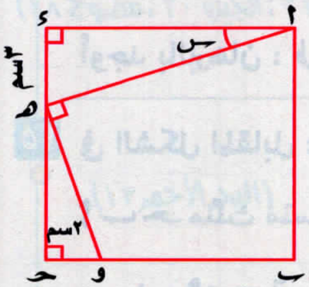
٣٠ فى الشكل المقابل :

ا ب ح ء مربع ، هـ ∈ $\overline{ء ح}$ ، و ∈ $\overline{ب ح}$

، $\overline{ا هـ}$ ⊥ $\overline{هـ و}$ ، ء هـ = ٣ سم

، و ح = ٢ سم

أوجد : طا س

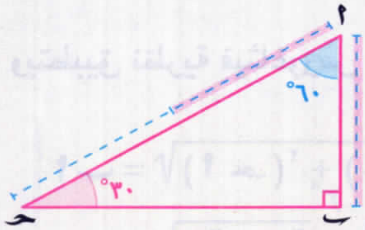


« $\frac{1}{3}$ »

الدرس 2 النسب المثلثية الأساسية لبعض الزوايا



النسب المثلثية الأساسية للزاويتين اللتين قياساهما ٣٠° ، ٦٠°



فى الشكل المقابل :

أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب فيه :

ق (∠ أ) = ٦٠° ، ق (∠ حـ) = ٣٠°

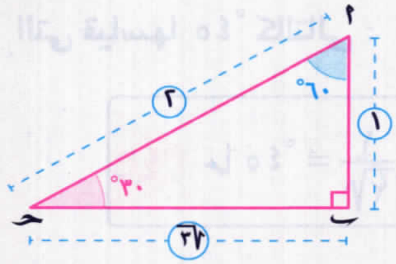
ولذلك يُسمى Δ أ ب حـ **«مثلث ثلاثينى ستينى»**

وفيه يكون : طول الضلع المقابل للزاوية التى قياسها ٣٠° يساوى نصف طول الوتر

أى أن : أ ب = $\frac{1}{2}$ أ حـ

وبفرض أن : طول $\overline{\text{أ ب}}$ = ل وحدة طول فإن : طول $\overline{\text{أ حـ}}$ = ٢ ل وحدة طول

وبتطبيق نظرية فيثاغورس لإيجاد طول $\overline{\text{ب حـ}}$ نجد أن :



ب حـ = $\sqrt{(\text{أ حـ})^2 - (\text{أ ب})^2}$

= $\sqrt{٤\,ل^2 - ل^2}$

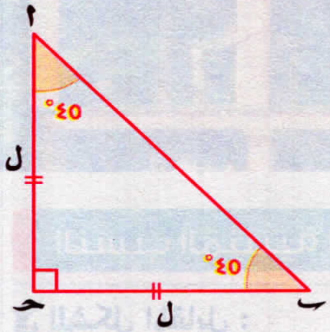
= $\sqrt{٣\,ل^2}$ = $\sqrt{٣}$ ل وحدة طول

أى أن : أ ب : أ حـ : ب حـ = ل : ٢ ل : $\sqrt{٣}$ ل = ١ : ٢ : $\sqrt{٣}$

ومن Δ أبحـ يمكننا إيجاد النسب المثلثية الأساسية للزاويتين اللتين قياساهما ٣٠° ، ٦٠° كالتالى :

٣٠°	جا ٣٠° = أب / أحـ = ١ / ٢	جتا ٣٠° = بحـ / أحـ = √٣ / ٢	ظا ٣٠° = أب / بحـ = ١ / √٣
٦٠°	جا ٦٠° = بحـ / أحـ = √٣ / ٢	جتا ٦٠° = أب / أحـ = ١ / ٢	ظا ٦٠° = بحـ / أب = √٣

النسب المثلثية الأساسية للزاوية التى قياسها ٤٥°



فى الشكل المقابل :

Δ أبحـ متساوى الساقين حيث :

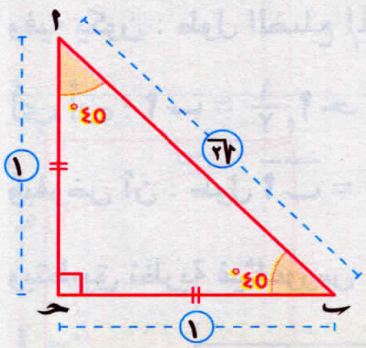
أحـ = بحـ = ل وحدة طول ، ق (∠حـ) = ٩٠°

∴ ق (∠أ) = ق (∠ب) = ٤٥°

وبتطبيق نظرية فيثاغورس لإيجاد طول $\overline{\text{أب}}$ نجد أن :

أب = √((أحـ)² + (بحـ)²)

= √(ل² + ل²) = √(٢ ل²) = √٢ ل وحدة طول.



أى أن : أحـ : بحـ : أب = ل : ل : √٢ ل = ١ : ١ : √٢

ومن Δ أبحـ يمكننا إيجاد النسب المثلثية الأساسية للزاوية

التى قياسها ٤٥° كالتالى :

٤٥°	جا ٤٥° = ١ / √٢	جتا ٤٥° = ١ / √٢	ظا ٤٥° = ١

* والجدول التالى يلخص لنا النسب المثلثية الأساسية للزوايا التى قياساتها ٣٠° ، ٦٠° ، ٤٥° :

قياس الزاوية / النسبة المثلثية	٣٠°	٦٠°	٤٥°
حا	$\frac{١}{٢}$	$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$	$\frac{١}{\sqrt{٢}}$
حتا	$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{\sqrt{٢}}$
طا	$\frac{١}{\sqrt{٣}}$	$\sqrt{٣}$	١

مثال ١

أوجد قيمة : حا ٣٠° حتا ٦٠° + حتا^٢ ٣٠° + ٥ طا ٤٥° − ١٠ حتا^٢ ٤٥°

الحل

المقدار = $\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} + \left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^٢ + ٥ \times ١ - ١٠ \times \left(\frac{١}{\sqrt{٢}}\right)^٢$

$= \frac{١}{٤} + \frac{٣}{٤} + ٥ - \frac{١٠}{٢} = ١ + ٥ - ٥ = ١$

مثال ٢

أثبت أن : حا^٢ ٦٠° + حا^٢ ٤٥° + حا^٢ ٣٠° = حتا^٢ ٣٠° + $\frac{١}{٣}$ طا^٢ ٦٠° − حتا^٢ ٦٠°

الحل

الطرف الأيمن = $\left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^٢ + \left(\frac{١}{\sqrt{٢}}\right)^٢ + \left(\frac{١}{٢}\right)^٢ = \frac{٣}{٤} + \frac{١}{٢} + \frac{١}{٤} = \frac{٣}{٢}$

الطرف الأيسر = $\left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^٢ + \frac{١}{٣} \times \left(\sqrt{٣}\right)^٢ - \left(\frac{١}{٢}\right)^٢ = \frac{٣}{٤} + ١ - \frac{١}{٤} = \frac{٣}{٢}$

∴ الطرفان متساويان.

حاول بنفسك ١

١ أوجد قيمة : • حتا ٦٠° + حا ٣٠° − طا ٤٥°   • حا^٢ ٣٠° + حا^٢ ٦٠°

٢ أثبت أن : ٢ حا ٣٠° + ٤ حتا ٦٠° = طا^٢ ٦٠°

مثال ٣

أوجد قيمة س التى تحقق أن :

١ س حا ٣٠° حتا^2 ٤٥° = حتا^2 ٣٠°

٢ ٢ حا س = طا^2 ٦٠° − ٢ طا ٤٥° حيث س قياس زاوية حادة.

الحل

١ ∵ س حا ٣٠° حتا^2 ٤٥° = حتا^2 ٣٠° ∴ س × $\frac{1}{2}$ × $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$ = $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$

∴ $\frac{1}{4}$ س = $\frac{3}{4}$ ∴ س = ٣

٢ ∵ ٢ حا س = طا^2 ٦٠° − ٢ طا ٤٥° ∴ ٢ حا س = $\left(\sqrt{3}\right)^2$ − ٢ × ١ = ٣ − ٢ = ١

∴ حا س = $\frac{1}{2}$ ∴ س = ٣٠°

حاول بنفسك ٢

أوجد قيمة س التى تحقق أن :

١ س حتا ٣٠° = طا ٦٠°

٢ طا س = $\frac{٢ \text{ طا } ٣٠°}{١ - \text{طا}^2 ٣٠°}$ حيث س قياس زاوية حادة.

مثال ٤

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : حتا ٤ س = $\frac{1}{2}$ حيث س قياس زاوية حادة فإن : س = ...

(أ) ١٥° (ب) ٣٠° (جـ) ٤٥° (د) ٦٠°

٢ إذا كان : طا (س + ١٠°) = $\sqrt{3}$ حيث (س + ١٠°) قياس زاوية حادة

فإن : س = ...

(أ) ٢٠° (ب) ٤٠° (جـ) ٥٠° (د) ٧٠°

٣ إذا كان : $جا س = \frac{1}{2}$ حيث س قياس زاوية حادة فإن : $جا ٢ س = \ldots\ldots\ldots\ldots$

(أ) ١ (ب) $\frac{1}{4}$ (جـ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (د) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

٤ إذا كان : $جتا (س + ١٥^\circ) = \frac{1}{2}$ حيث $(س + ١٥^\circ)$ قياس زاوية حادة

فإن : $جا (٧٥^\circ - س) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

(أ) $\frac{1}{2}$ (ب) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (جـ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (د) ١

٥ إذا كان : $٤ جتا ٦٠^\circ جا ٣٠^\circ = ظا س$ حيث س قياس زاوية حادة فإن : $س = \ldots\ldots\ldots\ldots$

(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٦٠° (د) ٩٠°

الحل

١ (أ) **تفسير الحل :** $\because جتا ٤ س = \frac{1}{2}$ $\therefore ٤ س = ٦٠^\circ$ $\therefore س = \frac{٦٠^\circ}{٤} = ١٥^\circ$

٢ (جـ) **تفسير الحل :** $\because ظا (س + ١٠^\circ) = \sqrt{3}$ $\therefore س + ١٠^\circ = ٦٠^\circ$

$\therefore س = ٦٠^\circ - ١٠^\circ = ٥٠^\circ$

٣ (جـ) **تفسير الحل :** $\because جا س = \frac{1}{2}$ $\therefore س = ٣٠^\circ$

$\therefore جا ٢ س = جا ٦٠^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

٤ (أ) **تفسير الحل :** $\because جتا (س + ١٥^\circ) = \frac{1}{2}$ $\therefore س + ١٥^\circ = ٦٠^\circ$

$\therefore س = ٦٠^\circ - ١٥^\circ = ٤٥^\circ$

$\therefore جا (٧٥^\circ - س) = جا (٧٥^\circ - ٤٥^\circ) = جا ٣٠^\circ = \frac{1}{2}$

٥ (ب) **تفسير الحل :** $\because ٤ جتا ٦٠^\circ جا ٣٠^\circ = ٤ \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = ١$

$\therefore ظا س = ١$ $\therefore س = ٤٥^\circ$

حاول بنفسك ٣

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ ٢ حتا^{٢} ٣٠° − ١ = ...

(أ) حتا ٦٠° (ب) حا ٦٠° (جـ) ٢ حا ٣٠° (د) ظا ٦٠°

٢ إذا كان : ظا (س + ١٥°) = ١ حيث (س + ١٥°) قياس زاوية حادة فإن : س = ...

(أ) ١٥° (ب) ٣٠° (جـ) ٤٥° (د) ٦٠°

٣ إذا كان : (حتا س ، $\frac{١}{٢}$) = ($\frac{١}{٢}$ ، حا ص) حيث س ، ص قياسا زاويتين حادتين

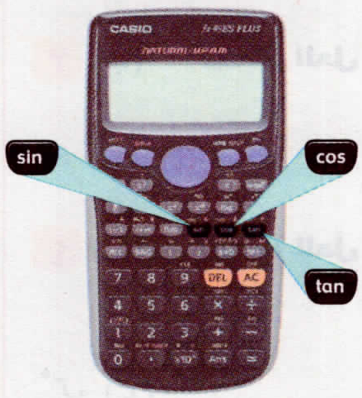
فإن : س + ص = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٩٠° (د) ١٢٠°

استخدام حاسبة الجيب

أولًا إيجاد النسب المثلثية الأساسية لزاوية معلومة

* فى حاسبة الجيب توجد ثلاثة مفاتيح : tan ، cos ، sin



١ المفتاح sin ويعنى الجيب (حا)

٢ المفتاح cos ويعنى جيب التمام (حتا)

٣ المفتاح tan ويعنى الظل (ظا)

وباستخدام هذه المفاتيح يمكن إيجاد النسب المثلثية الأساسية لأى زاوية معلوم قياسها.

مثال ٥

باستخدام حاسبة الجيب أوجد قيمة كل مما يأتى مقربًا الناتج لأربعة أرقام عشرية :

١ حا ٣٦° ٢ حتا ٣٥َ ٧٢° ٣ ظا ٢٥ً ٤٦َ ٥٠°

الحـــل

١ استخدم مفاتيح الحاسبة بالتتابع الآتى من اليسار :

sin 3 6 =

∴ حا ٣٦° ≃ ٠,٥٨٧٨

٢ استخدم مفاتيح الحاسبة بالتتابع الآتى من اليسار :

cos 7 2 °''' 3 5 °''' =

∴ حتا ٣٥َ ٧٢° ≃ ٠,٢٩٩٣

٣ استخدم مفاتيح الحاسبة بالتتابع الآتى من اليسار :

tan 5 0 °''' 4 6 °''' 2 5 °''' =

∴ طا ٢٥ً ٤٦َ ٥٠° ≃ ١,٢٢٥٠

حاول بنفسك ٤

باستخدام حاسبة الجيب أوجد قيمة كل مما يأتى مقربًا الناتج لثلاثة أرقام عشرية :

١ حا ١٢َ ٣٥°   ٢ طا ٢٤َ ٥٨°

ثانيًا إيجاد قياس زاوية إذا علمت إحدى نسبها المثلثية

* إذا قيل إن : حا هـ = ٠,٦٢١٨ فإن هـ هو قياس الزاوية التى جيبها ٠,٦٢١٨

، ولإيجاد قيمة هذه الزاوية فإننا نستخدم مفاتيح الحاسبة بالتتابع التالى من اليسار :

SHIFT sin . 6 2 1 8 = °'''

فنجد أن قياس الزاوية يساوى تقريبًا ٥٢ً ٢٦َ ٣٨°

مثال ٦

أوجد هـ فى كل مما يأتى حيث هـ قياس زاوية حادة :

١ حا هـ = ٠,٨   ٢ حتا هـ = ٠,٧١٥٢   ٣ طا هـ = ١,٥١٥٦

الحل

١ نستخدم مفاتيح الحاسبة بالتتابع الآتى من اليسار :



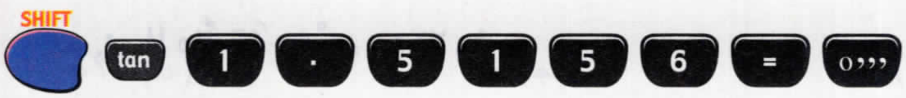
∴ هـ ≃ ٤٨ً ٧َ ٥٣°

٢ نستخدم مفاتيح الحاسبة بالتتابع الآتى من اليسار :



∴ هـ ≃ ٢٥ً ٢٠َ ٤٤°

٣ نستخدم مفاتيح الحاسبة بالتتابع الآتى من اليسار :



∴ هـ ≃ ٥٩ً ٣٤َ ٥٦°

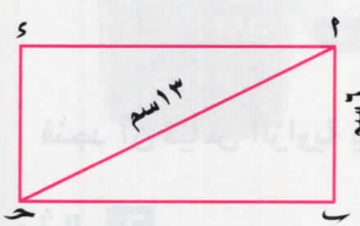
حاول بنفسك ٥

باستخدام حاسبة الجيب أوجد هـ حيث هـ قياس زاوية حادة :

١ جا هـ = ٠,٣٩٤٥   ٢ جتا هـ = ٠,٣٨٢٤

مثال ٧

فى الشكل المقابل :



أ ب جـ ء مستطيل فيه : أ ب = ٦ سم ، أ جـ = ١٣ سم

أوجد : ١ ق (∠ أ جـ ب)

٢ مساحة المستطيل أ ب جـ ء لأقرب رقم عشرى واحد.

الحل

∵ أب حـ ء مستطيل ∴ ق(∠ب) = ٩٠°

في Δ أب حـ : حا(∠أ حـ ب) = $\frac{\text{أب}}{\text{أحـ}}$ = $\frac{٦}{١٣}$

وباستخدام حاسبة الجيب :

∴ ق(∠أ حـ ب) ≃ ٢٧° ٢٩َ ١١ً **(المطلوب أولاً)**

، ∵ حتا(∠أ حـ ب) = $\frac{\text{ب حـ}}{\text{أحـ}}$

∴ حتا ٢٧° ٢٩َ ١١ً = $\frac{\text{ب حـ}}{١٣}$

∴ ب حـ = ١٣ × حتا ٢٧° ٢٩َ ١١ً

∴ مساحة المستطيل أب حـ ء = أب × ب حـ = ٦ × ١٣ × حتا ٢٧° ٢٩َ ١١ً

≃ ٦٩,٢ سم² **(المطلوب ثانيًا)**

> **لاحظ أنه**
>
> يمكن أيضًا إيجاد طول $\overline{\text{ب حـ}}$ باستخدام نظرية فيثاغورس في Δ أب حـ

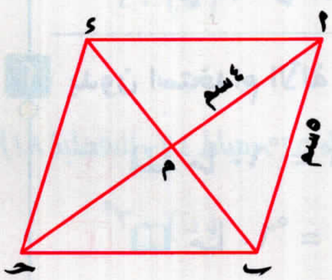
حاول بنفسك ٦

في الشكل المقابل :

أب حـ ء معين قطراه متقاطعان في م

فإذا كان : أب = ٥ سم ، أم = ٤ سم

فأوجد : ١ ق(∠ب أ ء) ٢ مساحة المعين أب حـ ء



تمارين 2 على النسب المثلثية الأساسية لبعض الزوايا

اختبار تفاعلى

● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات | أسئلة كتاب الوزارة

١ بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد كلًا مما يأتى :

١ حا ٤٥° − حتا ٤٥°

٢ حتا ٦٠° + حا ٣٠°

٣ حا ٣٠° + حتا ٦٠° − ظا ٤٥°

٤ حا ٦٠° + حتا ٣٠° + ظا ٦٠°

٥ حا^2 ٤٥° + حتا^2 ٤٥°

٦ ٤ حتا ٣٠° ظا ٦٠°

٧ ظا^2 ٦٠° − ٢ حا ٤٥° حتا ٤٥° (ش. سيناء ١٧)

٨ حا^2 ٦٠° − ظا ٦٠° حتا ٣٠° + حتا ٦٠° حا ٣٠° (أسيوط ١٧)

٩ ٢ حا ٣٠° حتا ٦٠° + $\sqrt{2}$ حا ٤٥°

١٠ (حتا ٣٠° − حتا ٦٠°) (حا ٣٠° + حا ٦٠°)

١١ $\frac{\text{حا ٣٠°}}{\text{حتا ٦٠°}}$ − حتا ٣٠° حا ٦٠° (الإسماعيلية ١٧)

١٢ $\frac{\text{حتا}^2\text{ ٦٠° + حتا}^2\text{ ٣٠° + ظا}^2\text{ ٤٥°}}{\text{حتا ٦٠° ظا ٦٠° − حا ٣٠°}}$ (الغربية ٢٢ ، الغربية ١٧)

---

٢ بدون استخدام الآلة الحاسبة أثبت كلًا مما يأتى :

١ حا ٦٠° = ٢ حا ٣٠° حتا ٣٠° (البحر الأحمر ٢٥ ، السويس ٢٣ ، الإسكندرية ٢٢ ، ش. سيناء ٢٠ ، الجيزة ١٩)

٢ حتا ٦٠° = ٢ حتا^2 ٣٠° − ١ (ج. سيناء ٢٤ ، البحر الأحمر ٢٣ ، القليوبية ٢٢ ، ج. سيناء ٢٠)

٣ ٢ حتا^2 ٣٠° − ١ = ١ − ٢ حا^2 ٣٠° (الشرقية ١٥)

٤ حتا ٦٠° = حتا^2 ٣٠° − حا^2 ٣٠° (ج. سيناء ١٩ ، الفيوم ١٨ ، الإسكندرية ١٧)

٥ ظا ٦٠° = $\frac{\text{٢ ظا ٣٠°}}{\text{١ − ظا}^2\text{ ٣٠°}}$ (الإسماعيلية ٢٤ ، الوادى الجديد ٢٢ ، الإسكندرية ٢٠ ، دمياط ١٩)

٦ حتا^2 ٦٠° = ٥ حا^2 ٣٠° − ظا^2 ٤٥° (الجيزة ٢٢ ، السويس ١٧ ، المنيا ١٤)

٧ حا^2 ٣٠° = ٩ حتا^2 ٦٠° − ظا^2 ٤٥° (الإسكندرية ٢٤)

٨ $\frac{\text{حا ٣٠° حتا ٤٥° + حا ٤٥° حتا ٣٠°}}{\text{حا ٤٥° حتا ٦٠° + حتا ٤٥° حا ٦٠°}}$ = ظا^2 ٤٥°

٩ حا ٣٠° = $\sqrt{\frac{\text{١ − حتا ٦٠°}}{\text{٢}}}$

● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات

٣ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : جاهـ = ٠,٦٢١٤ فإن : ق(∠هـ) ≈ .... (بورسعيد ٢٣)

(أ) ٣٨ َ٥٥ ° (ب) ٢٥ َ٣٨ ° (جـ) ٥٢ َ٨٣ ° (د) ٥٢ َ٤٨ °

٢ إذا كانت : جتاس = $\frac{١}{٢}$ حيث س زاوية حادة فإن : ق(∠س) = ... (أسوان ٢٥)

(أ) ٩٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٤٥° (د) ٣٠°

٣ إذا كانت : جاس = $\frac{١}{٢}$ حيث س زاوية حادة فإن : ق(∠س) = ... (دمياط ٢٢)

(أ) ٩٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٤٥° (د) ٣٠°

٤ إذا كانت : ظاس = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ حيث س قياس زاوية حادة فإن : ظا ٢ س = ...

(أ) $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$ (ب) ٢$\sqrt{٣}$ (جـ) $\sqrt{٣}$ (د) ٣

٥ إذا كانت : جتاس = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ حيث س قياس زاوية حادة

فإن : جا ٢ س = ... (البحر الأحمر ١٩ ، الغربية ١٨)

(أ) ١ (ب) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

٦ إذا كان : ٢ جاس = ظا ٦٠° حيث س قياس زاوية حادة فإن : س = ... (المنيا ٢٥)

(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٦٠° (د) ٤٠°

٧ إذا كانت : س زاوية حادة ، ٢ جاس − ١ = ٠

فإن : ق(∠س) = ... (ج. سيناء ٢٥ ، دمياط ٢٤ ، الدقهلية ١٨)

(أ) ٦٠° (ب) ٩٠° (جـ) ٤٥° (د) ٣٠°

٨ إذا كان : ظا ٣ س = $\sqrt{٣}$ حيث ٣ س قياس زاوية حادة

فإن : س = ... (الإسكندرية ٢٥ ، المنيا ٢٤ ، ش. سيناء ٢٠ ، الإسماعيلية ١٥)

(أ) ٢٠° (ب) ٣٠° (جـ) ٤٥° (د) ٦٠°

٩ إذا كان : جا ٢ س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ فإن : س = ... (حيث ٢ س قياس زاوية حادة) (الجيزة ١١)

(أ) ٢٠° (ب) ٣٠° (جـ) ٤٥° (د) ٦٠°

١٠ إذا كان : جتا $\frac{س}{٢}$ = $\frac{١}{٢}$ حيث $\frac{س}{٢}$ زاوية حادة فإن : ق(∠س) = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٦٠° (د) ١٢٠°

11 إذا كان : جتا (س + ١٠°) = $\frac{١}{٢}$ حيث (س + ١٠°) قياس زاوية حادة

فإن : س = ... (بنى سويف ٢٥ ، الفيوم ١١)

(أ) ٣٠° (ب) ٤٠° (جـ) ٥٠° (د) ٧٠°

12 إذا كان : ظا (٢ س − ٥°) = ١ حيث س قياس زاوية حادة

فإن : س = ... (الأقصر ٢٠ ، الغربية ١٦)

(أ) ٤٥° (ب) ٣٥° (جـ) ٢٥° (د) ١٥°

13 إذا كان : جا (س + ٥°) = $\frac{١}{٢}$ حيث (س + ٥°) قياس زاوية حادة

فإن : ظا (س + ٢٠°) = ... (الدقهلية ١١)

(أ) $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (د) ١

14 إذا كان : حـ زاوية حادة وكان : جا حـ = جتا حـ فإن : ظا حـ = ... (الأقصر ٢٤)

(أ) ١ (ب) $\sqrt{٢}$ (جـ) $\sqrt{٣}$ (د) $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$

15 إذا كان : ٢ جا س = ظا س حيث س زاوية حادة

فإن : ق (∠ س) = ... (الغربية ٢٤ ، القليوبية ٢٣ ، المنوفية ٢٢)

(أ) ٦٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٣٠° (د) ١٥°

16 إذا كانت : س ، ص زاويتين متتامتين بحيث س : ص = ١ : ٢

فإن : جا س + جتا ص = ... (البحيرة ١٥)

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (د) ١

17 فى △ أ ب حـ إذا كان ق (∠ أ) : ق (∠ ب) : ق (∠ حـ) = ٣ : ٤ : ٥

فإن : جتا ب = ... (الغربية ١٦)

(أ) صفر (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) ١ (د) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

18 فى المثلث القائم الزاوية المتساوى الساقين يكون ظل زاويته الحادة

مساويًا .... (المنيا ٢٥ ، الدقهلية ١٦)

(أ) $\sqrt{٣}$ (ب) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ (جـ) ١ (د) $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$

١٩ Δ ء هـ و قائم الزاوية فى و ، فإذا كان : طاء = ١ فإن : .... (الشرقية ٢٥)

(أ) ق (∠ء) = ق (∠و) (ب) ء هـ = ء و

(جـ) ق (∠هـ) = ق (∠و) (د) ء و = و هـ

٢٠ إذا كانت النقطة (٤ ، ٦) تحقق المعادلة : ص = س جا ٣٠° + حـ

فإن : حـ = ... (المنوفية ١٦)

(أ) ٤ (ب) ٦ (جـ) ٨ (د) ٢

---

٤ أوجد قيمة س فى كل مما يأتى :

١ س جا² ٤٥° = طا² ٦٠° (سوهاج ١٧) «٦»

٢ س جا ٣٠° جتا² ٤٥° = جا² ٦٠° (القليوبية ٢٤ ، مطروح ٢٣ ، أسيوط ٢٠ ، الإسكندرية ١٩ ، ج. سيناء ١٦) «٣»

٣ س جا ٤٥° جتا ٤٥° طا ٦٠° = طا² ٤٥° − جتا² ٦٠° «$\frac{\sqrt{3}}{2}$»

٤ ٤ س = جتا² ٣٠° طا² ٣٠° طا² ٤٥° (المنيا ٢٤ ، الأقصر ٢٣ ، السويس ٢٠ ، الفيوم ١٩ ، الإسكندرية ١٧) «$\frac{1}{16}$»

---

٥ أوجد قيمة س فى كل مما يأتى :

١ طا س = ٤ جا ٣٠° جتا ٦٠° حيث س زاوية حادة. (دمياط ٢٢ ، الجيزة ٢٠ ، الغربية ١٩) «٤٥°»

٢ جا س = جا ٦٠° جتا ٣٠° − جتا ٦٠° جا ٣٠°

حيث ٠° < س < ٩٠° (الأقصر ٢٤ ، القاهرة ١٧) «٣٠°»

٣ ٢ جا س = جا ٣٠° جتا ٦٠° + جتا ٣٠° جا ٦٠° حيث س زاوية حادة. (بنى سويف ٢٥) «٣٠°»

٤ ٦ جا س جتا ٤٥° جا ٤٥° = ١ − جتا² ٦٠° حيث ٠° < س < ٩٠° «١٤ َ٢٨ ً٤٩°»

٥ جتا س = $\frac{\text{جا } 60° \text{ جا } 30°}{\text{طا } 45° \text{ جا}^2 45°}$ حيث س زاوية حادة. (الدقهلية ١٨) «٣٠°»

٦ طا (س + ٥)° = جا ٣٠° جتا ٦٠° + جتا² ٣٠° طا ٤٥°

حيث (س + ٥)° قياس زاوية حادة. (الشرقية ٢٥) «٤٠°»

٧ $\sqrt{3}$ جا س طا ٣٠° = طا ٤٥° جتا ٢ س حيث س زاوية حادة. (المنوفية ٢٠) «٣٠°»

٦ أوجد هـ فى كل مما يأتى حيث هـ قياس زاوية حادة :

١ جا^2 ٤٥° = جتا هـ ظا ٣٠° (سوهاج ٢٣ ، بنى سويف ١٩ ، المنوفية ١٧ ، دمياط ١٦) «٣٠°»

٢ جا هـ جا^2 ٦٠° = ٣ جا^2 ٤٥° جتا^2 ٤٥° جتا ٦٠° (كفر الشيخ ٢٥ ، بنى سويف ١٨) «٣٠°»

٣ ٣ ظا هـ − ٤ جا^2 ٣٠° = ٨ جتا^2 ٦٠° «٤٥°»

---

٧ إذا كان : ظا س = $\frac{1}{\sqrt{3}}$ حيث س زاوية حادة

أوجد : جا س ظا $\left(\frac{٣ س}{٢}\right)$ + جتا (٢ س) (دمياط ١٣) «١»

---

٨ إذا كان : جا س = ظا ٣٠° جا ٦٠° حيث س قياس زاوية حادة.

فأوجد قيمة : ٤ جتا س جا س (القليوبية ٢٠) «$\sqrt{3}$»

---

٩ إذا كان : $\frac{\text{جتا ٥ س}}{\text{جا س}}$ = ١ (حيث ٥ س قياس زاوية حادة) فأوجد : جا ٢ س (الغربية ٢٢) «$\frac{1}{2}$»

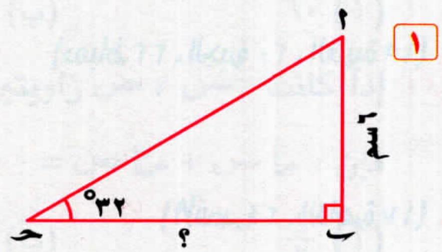
---

١٠ أوجد قيمة س إذا كان : جتا س ظا س + جا ٣٠° = ١ ، حيث (ق س) حادة (الشرقية ٢٤) «٣٠°»

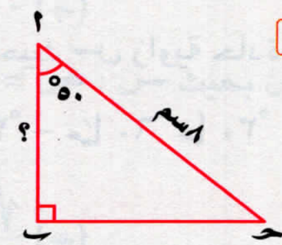
---

١١ أوجد طول الضلع المشار إليه بالعلامة (؟) فى كل من الأشكال الآتية مقربًا الناتج لرقمين عشريين :

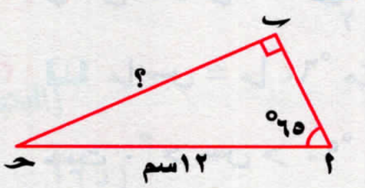
١



٢



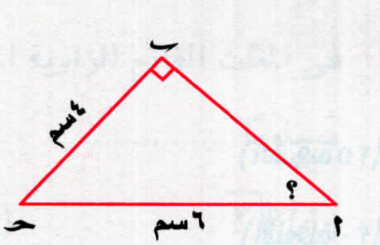
٣



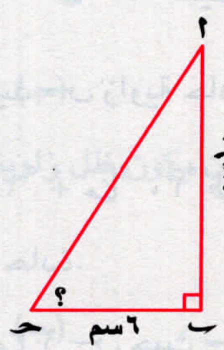
---

١٢ فى كل من الأشكال الآتية أوجد قياس الزاوية المشار إليها بالعلامة (؟) بالدرجات والدقائق والثوانى :

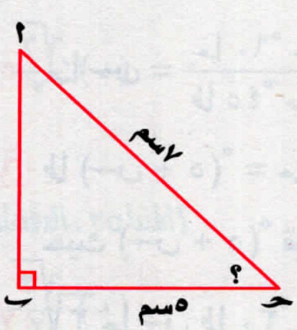
١



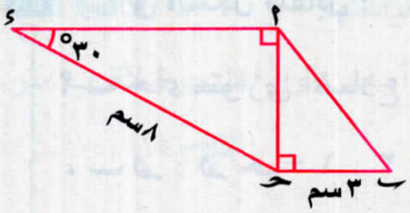
٢



٣



١٣ في الشكل المقابل :



ق (∠ ء) = ٣٠° ، ق (∠ حـ ا ء) = ق (∠ ا حـ ب) = ٩٠°

، ب حـ = ٣ سم ، حـ ء = ٨ سم

أوجد : [١] طا ب   [٢] ق (∠ ب ا ء)

(الشرقية ١٨) «$\frac{٤}{٣}$ ، ١٢٦° ٥٢َ ١٢ً»

---

١٤ ا ب حـ مثلث متساوى الساقين فيه : ا ب = ا حـ = ٧ سم ، ب حـ = ١٠ سم

أوجد : [١] ق (∠ ب)   [٢] مساحة Δ ا ب حـ

«٤٤° ٢٤َ ٥٥ً ، ١٠ $\sqrt{٦}$ سم²»

---

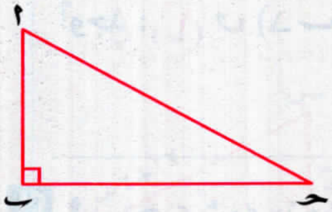
١٥ ا ب حـ مثلث متساوى الساقين فيه : ا ب = ا حـ = ١٢,٦ سم

، ق (∠ حـ) = ٨٤° ٢٤َ أوجد لأقرب رقم عشرى واحد طول ب حـ

«٢,٥ سم»

---

١٦ في الشكل المقابل :



Δ ا ب حـ قائم الزاوية فى ب

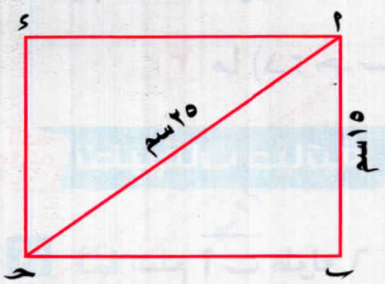
، ق (∠ ا) = ٢ ق (∠ حـ)

أوجد قيمة المقدار : جتا² ا + طا² حـ

(الشرقية ١٣) «$\frac{٧}{١٢}$»

---

١٧ في الشكل المقابل :



ا ب حـ ء مستطيل فيه :

ا ب = ١٥ سم ، ا حـ = ٢٥ سم

أوجد : [١] ق (∠ ا حـ ب)   [٢] مساحة المستطيل ا ب حـ ء

(السويس ٢٤ ، البحيرة ٢٣ ، الفيوم ٢٠ ، قنا ١٧) «٣٦° ٥٢َ ١٢ً ، ٣٠٠ سم²»

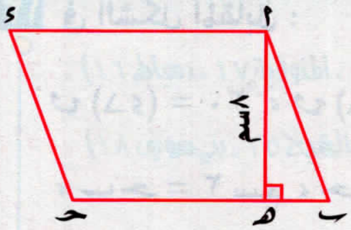
---

١٨ ا ب حـ ء مستطيل طول قطره ا حـ = ٢٤ سم ، ق (∠ ا حـ ب) = ٢٥°

أوجد : طول ب حـ

«٢١,٨ سم»

١٩ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء متوازي أضلاع مساحته ٩٦ سم²

، ب هـ : هـ حـ = ١ : ٣ ، أ هـ ⊥ ب حـ ، أ هـ = ٨ سم

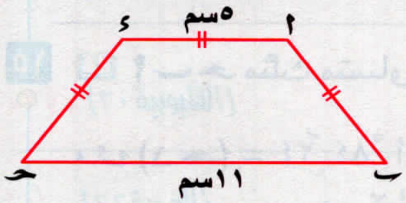
أوجد : ١ طول أ ء ٢ ق (∠ ب)

٣ طول أ ب لأقرب رقم عشري واحد. (استخدم أكثر من طريقة)

«١٢ سم ، ٣٨ َ ٢٦ ً ٦٩° ، ٨,٥ سم»

---

٢٠ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شبه منحرف متساوي الساقين فيه :

أ ب = أ ء = ء حـ = ٥ سم ، ب حـ = ١١ سم

أوجد : ١ ق (∠ ب) ، ق (∠ أ) ٢ مساحة شبه المنحرف أ ب حـ ء

(مطروح ١٣) «٤٨ ً ٧ َ ٥٣° ، ١٢ ً ٥٢ َ ١٢٦° ، ٣٢ سم²»

---

٢١ أ ب حـ ء شبه منحرف فيه : أ ء // ب حـ ، ق (∠ أ ب حـ) = ٩٠°

فإذا كان : أ ب = ١٢ سم ، أ ء = ١٦ سم ، ب حـ = ٢٥ سم

أوجد : ١ طول ء حـ ٢ ق (∠ حـ)

٣ جا (∠ ء حـ ب) − ظا (∠ أ حـ ب)

«١٥ سم ، ٤٨ ً ٧ َ ٥٣° ، $\frac{٨}{٢٥}$ »

تطبيقات حياتية

٢٢ سلم أ ب طوله ٦ أمتار يستند طرفه العلوي أ على حائط رأسي وطرفه ب على أرض أفقية ، فإذا كانت حـ هي مسقط أ على سطح الأرض ، وكان قياس زاوية ميل السلم على سطح الأرض ٦٠° فأوجد طول أ حـ

(أسيوط ٢٥ ، الدقهلية ٢٤ ، الأقصر ٢٣ ، كفر الشيخ ١٧) «٣ $\sqrt{٣}$ متر»

---

٢٣ يسير شخص في طريق منحدر يميل على سطح الأرض الأفقي بزاوية قياسها ٢٢° فإذا سار مسافة ٥٠٠ متر فما مقدار ارتفاعه عن سطح الأرض لأقرب متر ؟

«١٨٧ مترًا»

٢٤ بسبب الرياح كُسر الجزء العلوى لشجرة فصنع مع الأرض زاوية قياسها ٦٠° ، إذا كانت نقطة تلاقى قمة الشجرة بالأرض تبعد عن قاعدة الشجرة مسافة ٤ أمتار ، أوجد طول الشجرة لأقرب متر.

(الفيوم ١٤) «١٥ مترًا»

للمتفوقين

٢٥ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان الشكل أ ب حـ ء متوازى أضلاع فإن : جا $\left(\frac{أ + ب}{٤}\right)$ = ... (الدقهلية ٢٣)

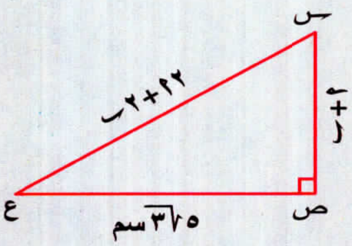
(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$ (جـ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (د) $\sqrt{٢}$

٢ أ ب حـ ء هـ و سداسى منتظم ، ق (∠ب أ حـ) = س°

فإن : جا س = ... (الإسكندرية ٢٣)

(أ) $\frac{ب حـ}{أ ب}$ (ب) $\frac{ب حـ}{أ حـ}$ (جـ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (د) $\frac{١}{٢}$

٣ من الشكل المقابل :



محيط ∆ س ص ع = ... سم

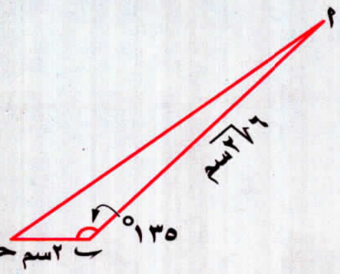
(أ) ١٥ + $\sqrt{٣}$ (ب) ١٥ − ٥$\sqrt{٣}$

(جـ) ١٥ + ٥$\sqrt{٣}$ (د) ٣ + $\sqrt{١٥}$

«الوادى الجديد ٢٣»

---

٢٦ فى الشكل المقابل :



إذا كان : ق (∠ب) = ١٣٥°

، أ ب = ٦ $\sqrt{٢}$ سم ، ب حـ = ٢ سم

أوجد : ظا حـ

«$\frac{٣}{٤}$»

الوحدة الخامسة

الهندسة التحليلية

الدرس الأول :
البعد بين نقطتين.

الدرس الثانى :
إحداثيا منتصف قطعة مستقيمة.

الدرس الثالث :
ميل الخط المستقيم.

الدرس الرابع :
معادلة الخط المستقيم بمعلومية ميله وطول الجزء المقطوع من محور الصادات.

أهداف الوحدة: بعد دراسة هذه الوحدة يجب أن يكون التلميذ قادرًا على أن :

- يوجد البعد بين نقطتين فى المستوى الإحداثى المتعامد.
- يوجد إحداثيى منتصف قطعة مستقيمة.
- يتعرف ميل الخط المستقيم.
- يوجد ميل الخط المستقيم بمعلومية قياس الزاوية الموجبة التى يصنعها المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.
- يتعرف العلاقة بين ميلى مستقيمين متــوازيــن.
- يتعرف العلاقة بين ميلى مستقيمين متعـامدين.
- يوجد ميل المستقيم وطول الجزء المقطوع من محور الصادات بمعلومية معادلة المستقيم.
- يوجد معادلة الخط المســتقيم بمعلومية ميله وطول الجزء المقطوع من محور الصادات.
- يستخدم ميل المستقيم فى حل بعض المشكلات الحياتية.

يمكنك
حل الامتحانات التفاعلية على الدروس من خلال مسح QR code الخاص بكل امتحان



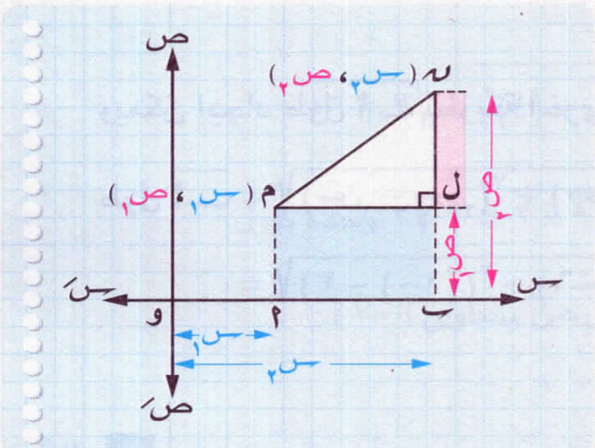
الدرس 1

البُعد بين نقطتين



* بفرض أن م ($س_1$ ، $ص_1$) ، ن ($س_2$ ، $ص_2$) نقطتان فى نفس المستوى

فمن هندسة الشكل المقابل نجد أن :



ن ل = ن ب − ل ب = $ص_2 - ص_1$

وبصفة عامة : ن ل = | $ص_2 - ص_1$ |

وبالمثل : ل م = ب و − أ و = $س_2 - س_1$

وبصفة عامة : ل م = | $س_2 - س_1$ |

، ∵ Δ ن ل م قائم الزاوية فى ل

∴ $(م ن)^2 = (ل م)^2 + (ن ل)^2$

∴ $(م ن)^2 = (س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2$

∴ $م ن = \sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2}$

أى أن :

البُعد بين النقطتين م ، ن يساوى $\sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$

ونعلم أن : $(س_٢ - س_١)^٢ = (س_١ - س_٢)^٢$

وبالمثل : $(ص_٢ - ص_١)^٢ = (ص_١ - ص_٢)^٢$

وعلى هذا فإن : البعد بين النقطتين م ، ن يساوى أيضًا $\sqrt{(س_١ - س_٢)^٢ + (ص_١ - ص_٢)^٢}$

وبصفة عامة :

البُعد بين أى نقطتين = $\sqrt{\text{مربع فرق السينات + مربع فرق الصادات}}$

فمثلًا : إذا كانت : أ (٣ ، ٦) ، ب (-١ ، ٤)

فإن : طول $\overline{أب} = \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$

$= \sqrt{(-١ - ٣)^٢ + (٤ - ٦)^٢} = \sqrt{(-٤)^٢ + (-٢)^٢}$

$= \sqrt{١٦ + ٤} = \sqrt{٢٠} = ٢\sqrt{٥}$ وحدة طول.

ويمكن إيجاد طول $\overline{أب}$ بطريقة أخرى كالتالى :

طول $\overline{أب} = \sqrt{(س_١ - س_٢)^٢ + (ص_١ - ص_٢)^٢}$

$= \sqrt{(٣ - (-١))^٢ + (٦ - ٤)^٢} = \sqrt{٤^٢ + ٢^٢}$

$= \sqrt{١٦ + ٤} = \sqrt{٢٠} = ٢\sqrt{٥}$ وحدة طول.

مثال ١

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ البُعد بين النقطتين (٦ ، ٠) ، (٠ ، ٨) يساوى .... وحدة طول.

(أ) ١٢ (ب) ١٠ (جـ) ٨ (د) ٦

٢ بُعد النقطة أ $(\sqrt{٢}$ ، ٤$)$ عند نقطة الأصل يساوى .... وحدة طول.

(أ) $\sqrt{٢}$ (ب) $٢\sqrt{٢}$ (جـ) $٣\sqrt{٢}$ (د) $٤\sqrt{٢}$

٣ بُعد النقطة (−٧ ، −٣) عند محور الصادات يساوى .... وحدة طول.

(أ) −٧ (ب) −٣ (جـ) ٧ (د) ٣

٤ إذا كان أ ب حـ ء مستطيلًا فيه : أ (−١ ، −٣) ، حـ (٢ ، ١)

فإن : طول $\overline{\text{ب ء}}$ = ... وحدة طول.

(أ) ٢٥ (ب) ٥ (جـ) $\sqrt{٧}$ (د) $\sqrt{٥}$

الحل

١ (ب) **تفسير الحل :** البُعد المطلوب = $\sqrt{(٠ - ٦)^٢ + (٨ - ٠)^٢} = \sqrt{(-٦)^٢ + (٨)^٢}$

$= \sqrt{٣٦ + ٦٤} = \sqrt{١٠٠} = ١٠$ وحدة طول.

٢ (جـ) **تفسير الحل :** بُعد أى نقطة (س ، ص) عن نقطة الأصل (٠ ، ٠)

يساوى $\sqrt{س^٢ + ص^٢}$

∴ البُعد المطلوب = $\sqrt{\left(\sqrt{٢}\right)^٢ + (٤)^٢} = \sqrt{٢ + ١٦}$

$= \sqrt{١٨} = \sqrt{٩ \times ٢} = ٣\sqrt{٢}$ وحدة طول.

٣ (جـ) **تفسير الحل :** بُعد النقطة (−٧ ، −٣) عن $\overleftrightarrow{\text{ص ص}}$ يساوى | −٧ |

لأن البُعد عدد موجب

∴ البُعد المطلوب = ٧ وحدة طول.

٤ (ب) **تفسير الحل :** طول $\overline{\text{ب ء}}$ = طول $\overline{\text{أ حـ}}$ لأن قطرى المستطيل متساويان فى الطول

∴ طول $\overline{\text{ب ء}} = \sqrt{(٢ + ١)^٢ + (١ + ٣)^٢} = \sqrt{٣^٢ + ٤^٢}$

$= \sqrt{٩ + ١٦} = \sqrt{٢٥} = ٥$ وحدة طول.

مثال ٢

إذا كان البعد بين النقطتين (أ ، ٥) ، (٣ أ − ١ ، ١) يساوى ٥ وحدة طول فأوجد قيمة أ

الحل

∵ $\sqrt{(٣أ - ١ - أ)^٢ + (١ - ٥)^٢} = ٥$ ∴ $\sqrt{(٢أ - ١)^٢ + (-٤)^٢} = ٥$

وبتربيع الطرفين : ∴ $(٢أ - ١)^٢ + ١٦ = ٢٥$ ∴ $(٢أ - ١)^٢ = ٩$

وبأخذ الجذر التربيعى للطرفين : ∴ $٢أ - ١ = \pm ٣$

∴ $٢أ - ١ = ٣$ ومنها $٢أ = ٤$ ∴ **أ = ٢**

أ، $٢أ - ١ = -٣$ ومنها $٢أ = -٢$ ∴ **أ = −١**

حاول بنفسك ١

إذا كانت : أ (٢ ، ٥) ، ب (−١ ، ١) فأوجد طول $\overline{أب}$

مثال ٣

إذا كان أ ب حـ مثلثًا حيث أ (٠ ، ٠) ، ب (٣ ، ٤) ، حـ (−٤ ، ٣)

أوجد محيط Δ أ ب حـ

الحل

∵ محيط Δ أ ب حـ = أ ب + ب حـ + حـ أ

، $أب = \sqrt{٣^٢ + ٤^٢} = \sqrt{٩ + ١٦} = \sqrt{٢٥} = ٥$ وحدة طول

، $ب حـ = \sqrt{(-٤ - ٣)^٢ + (٣ - ٤)^٢}$

$= \sqrt{(-٧)^٢ + (-١)^٢} = \sqrt{٤٩ + ١} = \sqrt{٥٠} = ٥\sqrt{٢}$ وحدة طول

، $حـ أ = \sqrt{(-٤)^٢ + (٣)^٢} = \sqrt{١٦ + ٩} = \sqrt{٢٥} = ٥$ وحدة طول

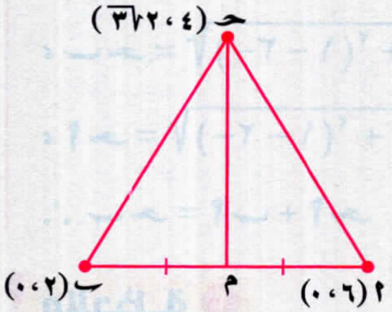
∴ محيط Δ أ ب حـ $= ٥ + ٥\sqrt{٢} + ٥ = (١٠ + ٥\sqrt{٢})$ وحدة طول

مثال ٤

أثبت أن Δ أ ب ح متساوى الأضلاع حيث :

أ (٦ ، ٠) ، ب (٢ ، ٠) ، ح (٤ ، ٢ $\sqrt{٣}$) ثم أوجد مساحته.

الحل



رسم توضيحي

∵ أ ب = $\sqrt{(٢ - ٦)^{٢} + (٠ - ٠)^{٢}}$ = $\sqrt{١٦}$ = ٤ وحدة طول

، ب ح = $\sqrt{(٤ - ٢)^{٢} + (٢\sqrt{٣} - ٠)^{٢}}$

= $\sqrt{٤ + ١٢}$ = $\sqrt{١٦}$ = ٤ وحدة طول

، أ ح = $\sqrt{(٤ - ٦)^{٢} + (٢\sqrt{٣} - ٠)^{٢}}$ = $\sqrt{٤ + ١٢}$ = $\sqrt{١٦}$ = ٤ وحدة طول.

∴ أ ب = ب ح = أ ح ∴ Δ أ ب ح متساوى الأضلاع.

بفرض أن م منتصف القاعدة $\overline{أب}$ ∴ $\overline{حم} \perp \overline{أب}$

∴ باستخدام نظرية فيثاغورس نجد أن :

الارتفاع م ح = $\sqrt{(أح)^{٢} - (أم)^{٢}}$ = $\sqrt{٤^{٢} - ٢^{٢}}$ = $\sqrt{١٢}$ = ٢ $\sqrt{٣}$ وحدة طول.

∴ مساحة Δ أ ب ح = $\frac{١}{٢}$ أ ب × م ح = $\frac{١}{٢}$ × ٤ × ٢ $\sqrt{٣}$ = ٤ $\sqrt{٣}$ وحدة مربعة.

حاول بنفسك ٢

أثبت أن Δ أ ب ح متساوى الساقين حيث : أ (٣ ، ٣) ، ب (٥ ، ٩) ، ح (-١ ، ٧)

! ملاحظة ١

لإثبات أن ثلاث نقاط تقع على استقامة واحدة يمكن إيجاد البعد بين كل نقطتين من هذه النقاط ثم إثبات أن أكبر بعد يساوى مجموع البعدين الآخرين.

مثال ٥

أثبت أن النقط : أ (−٢ ، ٧) ، ب (−٣ ، ٤) ، حـ (١ ، ١٦) تقع على استقامة واحدة.

الحل

$\because$ أب $= \sqrt{(-٢ + ٣)^{٢} + (٧ - ٤)^{٢}} = \sqrt{١ + ٩} = \sqrt{١٠}$ وحدة طول

، ب حـ $= \sqrt{(-٣ - ١)^{٢} + (٤ - ١٦)^{٢}} = \sqrt{١٦ + ١٤٤} = \sqrt{١٦٠} = ٤\sqrt{١٠}$ وحدة طول

، أحـ $= \sqrt{(-٢ - ١)^{٢} + (٧ - ١٦)^{٢}} = \sqrt{٩ + ٨١} = \sqrt{٩٠} = ٣\sqrt{١٠}$ وحدة طول.

$\therefore$ ب حـ = أب + أحـ $\quad\therefore$ أ ، ب ، حـ تقع على استقامة واحدة.

ملاحظة ٢

- لإثبات أن النقط أ ، ب ، حـ هى رءوس مثلث يمكن إيجاد أب ، ب حـ ، أحـ ثم إثبات أن مجموع طولى أصغر ضلعين أكبر من طول الضلع الثالث.
- لتعيين نوع المثلث أ ب حـ حسب زواياه حيث $\overline{\text{أحـ}}$ أطول الأضلاع :

نقارن بين $(\text{أحـ})^{٢}$ ، $(\text{أب})^{٢} + (\text{ب حـ})^{٢}$ كما يلى :

١ إذا كان : $(\text{أحـ})^{٢} > (\text{أب})^{٢} + (\text{ب حـ})^{٢}$ فإن المثلث منفرج الزاوية فى ب

٢ إذا كان : $(\text{أحـ})^{٢} = (\text{أب})^{٢} + (\text{ب حـ})^{٢}$ فإن المثلث قائم الزاوية فى ب

٣ إذا كان : $(\text{أحـ})^{٢} < (\text{أب})^{٢} + (\text{ب حـ})^{٢}$ فإن المثلث حاد الزوايا.

مثال ٦

أثبت أن المثلث الذى رؤوسه : أ (٣ ، ٢) ، ب (−٤ ، ١) ، حـ (٢ ، −١) قائم الزاوية وأوجد مساحته.

الحل

$\because$ أب $= \sqrt{(٣ + ٤)^{٢} + (٢ - ١)^{٢}} = \sqrt{٤٩ + ١} = \sqrt{٥٠}$ وحدة طول

، ب حـ $= \sqrt{(-٤ - ٢)^{٢} + (١ + ١)^{٢}} = \sqrt{٣٦ + ٤} = \sqrt{٤٠}$ وحدة طول

، أحـ $= \sqrt{(٣ - ٢)^{٢} + (٢ + ١)^{٢}} = \sqrt{١ + ٩} = \sqrt{١٠}$ وحدة طول.

، ∵ $(أحـ)^2 + (بـحـ)^2 = 10 + 40 = 50$ ، $(أب)^2 = 50$

∴ $(أحـ)^2 + (بـحـ)^2 = (أب)^2$ ∴ المثلث أبحـ قائم الزاوية فى حـ

∴ مساحة المثلث أبحـ = $\frac{1}{2}$ × أحـ × بـحـ = $\frac{1}{2} \times \sqrt{10} \times \sqrt{40}$

= $\frac{1}{2} \times \sqrt{10} \times 2\sqrt{10} = 10$ وحدة مربعة.

حاول بنفسك ٣

إذا كانت : أ (−١ ، −١) ، ب (٢ ، ٣) ، حـ (٦ ، ٠)

أثبت أن : Δ أبحـ قائم الزاوية فى ب ثم أوجد مساحته.

! ملاحظة ٣

إذا كان : أبحـ ء شكلًا رباعيًا :

١ لإثبات أن أبحـ ء متوازى أضلاع نثبت أن : أب = حـ ء ، بـحـ = أء

٢ لإثبات أن أبحـ ء معين نثبت أن : أب = بـحـ = حـ ء = أء

٣ لإثبات أن أبحـ ء مستطيل نثبت أن : أب = حـ ء ، بـحـ = أء ، أحـ = بء

٤ لإثبات أن أبحـ ء مربع نثبت أن : أب = بـحـ = حـ ء = أء ، أحـ = بء

مثال ٧

إذا كانت : أ (٣ ، −٢) ، ب (−٥ ، ٠) ، حـ (٠ ، −٧) ، ء (٨ ، −٩)

أثبت أن : أبحـ ء متوازى أضلاع.

الحـل

∵ أب = $\sqrt{(3+5)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{64+4} = \sqrt{68}$ وحدة طول

، بـحـ = $\sqrt{(-5-0)^2 + (0+7)^2} = \sqrt{25+49} = \sqrt{74}$ وحدة طول

، حـ ء = $\sqrt{(0-8)^2 + (-7+9)^2} = \sqrt{64+4} = \sqrt{68}$ وحدة طول

، ء أ = $\sqrt{(8-3)^2 + (-9+2)^2} = \sqrt{25+49} = \sqrt{74}$ وحدة طول.

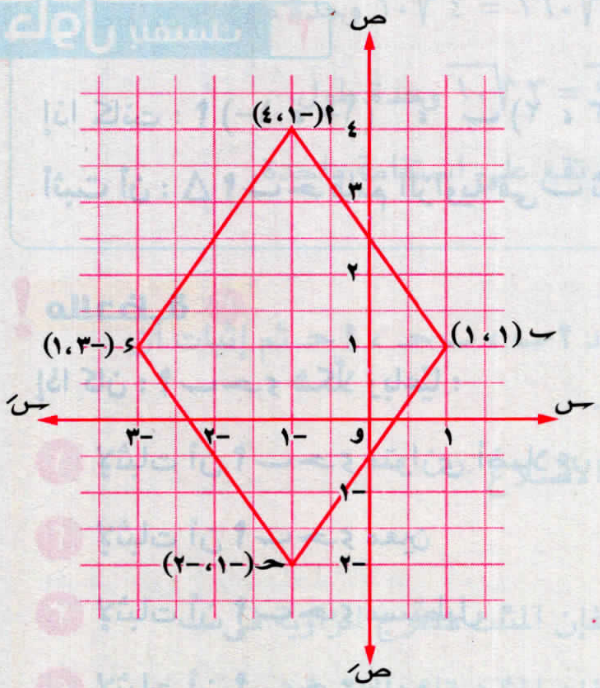
∴ أب = حـ ء ، بـحـ = ء أ ∴ أبحـ ء متوازى أضلاع.

مثال ٨

أثبت أن النقط : أ (−١ ، ٤) ، ب (١ ، ١) ، حـ (−١ ، −٢) ، ء (−٣ ، ١)

هى رءوس معين ومثله بيانيًا ثم أوجد مساحته.

الحل



∵ أب = $\sqrt{(-١ - ١)^{٢} + (٤ - ١)^{٢}}$

= $\sqrt{٤ + ٩} = \sqrt{١٣}$ وحدة طول

، ب حـ = $\sqrt{(١ + ١)^{٢} + (١ + ٢)^{٢}}$

= $\sqrt{٤ + ٩} = \sqrt{١٣}$ وحدة طول

، حـ ء = $\sqrt{(-١ + ٣)^{٢} + (-٢ - ١)^{٢}}$

= $\sqrt{٤ + ٩} = \sqrt{١٣}$ وحدة طول

، ء أ = $\sqrt{(-٣ + ١)^{٢} + (١ - ٤)^{٢}}$

= $\sqrt{٤ + ٩} = \sqrt{١٣}$ وحدة طول.

∴ أب = ب حـ = حـ ء = ء أ

∴ الشكل أ ب حـ ء معين

، ∵ أ حـ = $\sqrt{(-١ + ١)^{٢} + (٤ + ٢)^{٢}} = \sqrt{٠ + ٣٦} = \sqrt{٣٦} = ٦$ وحدة طول

، ب ء = $\sqrt{(١ + ٣)^{٢} + (١ - ١)^{٢}} = \sqrt{١٦ + ٠} = \sqrt{١٦} = ٤$ وحدة طول

∴ مساحة المعين أ ب حـ ء = $\frac{١}{٢} \times ٦ \times ٤ = ١٢$ وحدة مربعة.

حاول بنفسك ٤

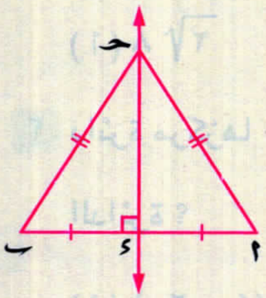
أثبت أن النقط : أ (−١ ، ٣) ، ب (٥ ، ١) ، حـ (٦ ، ٤) ، ء (٠ ، ٦)

هى رءوس مستطيل ثم احسب مساحته.

ملاحظة ٤

- محور تماثل القطعة المستقيمة هو المستقيم العمودى عليها من منتصفها.
- أى نقطة على محور تماثل قطعة مستقيمة تكون على بعدين متساويين من طرفيها والعكس صحيح.

أى أنه : إذا كانت هناك نقطة على بعدين متساويين من طرفى قطعة مستقيمة فإن هذه النقطة تقع على محور هذه القطعة المستقيمة.



فمثلًا :

فى الشكل المقابل :

إذا كان : حـ أ = حـ ب

فإن : حـ ∈ محور تماثل $\overline{\text{أ ب}}$

مثال ٩

إذا كانت : أ (١ ، –١) ، ب (١ ، ٣)

فأثبت أن : النقطة حـ (–١ ، ١) تقع على محور تماثل $\overline{\text{أ ب}}$

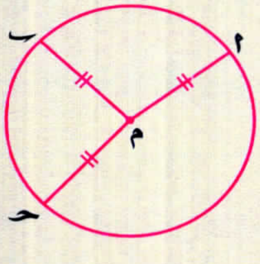
الحل

∵ حـ أ = $\sqrt{(-١ - ١)^٢ + (١ + ١)^٢}$ = $\sqrt{٤ + ٤}$ = $\sqrt{٨}$ = ٢ $\sqrt{٢}$ وحدة طول

، ∵ حـ ب = $\sqrt{(-١ - ١)^٢ + (١ - ٣)^٢}$ = $\sqrt{٤ + ٤}$ = $\sqrt{٨}$ = ٢ $\sqrt{٢}$ وحدة طول.

∴ حـ أ = حـ ب ∴ حـ تقع على محور تماثل $\overline{\text{أ ب}}$

ملاحظة ٥



- إذا كانت أ ∈ الدائرة م فإن :

  طول نصف قطر الدائرة (نق) = م أ

- لإثبات أن ثلاث نقاط مثل أ ، ب ، حـ تقع على دائرة واحدة

  وليكن مركزها م نثبت أن : م أ = م ب = م حـ

- تذكر أن : * محيط الدائرة = ٢ π نق * مساحة الدائرة = π نق^٢

مثال ١٠

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ طول قطر الدائرة التى مركزها أ (−٢ ، ٣) وتمر بالنقطة ب (٢ ، −١) يساوى .... وحدة طول.

(أ) $٨\sqrt{٢}$ (ب) $٤\sqrt{٢}$ (جـ) ٥ (د) ٤

٢ دائرة مركزها (٣ ، −٤) وطول نصف قطرها ٥ وحدات طول فأى من النقط الآتية تنتمى لهذه الدائرة ؟

(أ) (−٣ ، ٤) (ب) (٠ ، ٠) (جـ) (٥ ، ٠) (د) (٠ ، ٤)

الحل

١ (أ) **تفسير الحل :** نق = طول $\overline{أب} = \sqrt{(٢ + ٢)^٢ + (−١ − ٣)^٢}$

$= \sqrt{(٤)^٢ + (−٤)^٢} = \sqrt{٣٢}$

$= ٤\sqrt{٢}$ وحدة طول.

∴ طول قطر الدائرة = ٢ نق = $٢ \times ٤\sqrt{٢}$

$= ٨\sqrt{٢}$ وحدة طول.

٢ (ب) **تفسير الحل :** الحل الصحيح هو النقطة التى يكون بُعدها عن مركز الدائرة مساويًا لطول نصف قطر الدائرة.

وبحساب بُعد كل نقطة عن مركز الدائرة (٣ ، −٤)

نجد أن (٠ ، ٠) هى الحل الصحيح

لأن : $\sqrt{(٣ − ٠)^٢ + (−٤ − ٠)^٢} = \sqrt{٩ + ١٦}$

$= \sqrt{٢٥} = ٥$ وحدات طول = نق

مثال ١١

أثبت أن النقط : أ (−٦ ، ٢) ، ب (٠ ، ٨) ، حـ (−٨ ، ٤) تقع على الدائرة التى مركزها م (−٤ ، ٦) وأوجد مساحتها حيث $\pi \approx ٣,١٤$

الحل

∵ م أ = $\sqrt{(-٦ + ٤)^{٢} + (٢ - ٦)^{٢}} = \sqrt{٤ + ١٦} = \sqrt{٢٠} = ٢\sqrt{٥}$ وحدة طول

، م ب = $\sqrt{(٠ + ٤)^{٢} + (٨ - ٦)^{٢}} = \sqrt{١٦ + ٤} = \sqrt{٢٠} = ٢\sqrt{٥}$ وحدة طول

، م حـ = $\sqrt{(-٨ + ٤)^{٢} + (٤ - ٦)^{٢}} = \sqrt{١٦ + ٤} = \sqrt{٢٠} = ٢\sqrt{٥}$ وحدة طول.

∴ م أ = م ب = م حـ

∴ النقط أ ، ب ، حـ تقع على الدائرة م التى طول نصف قطرها نق = $٢\sqrt{٥}$ وحدة طول

∴ مساحة الدائرة م = π نق^{٢} $\approx ٣,١٤ \times (٢\sqrt{٥})^{٢} \approx ٦٢,٨$ وحدة مربعة.

حاول بنفسك ٥

أثبت أن النقط : أ (−٢ ، ٠) ، ب (٥ ، ١) ، حـ (٦ ، −٦) تمر بها دائرة مركزها م (٢ ، −٣) ثم أوجد محيط الدائرة بدلالة π

تمارين 3 على البُعد بين نقطتين

اختبار تفاعلى

تذكر • فهم • تطبيق • حل مشكلات | أسئلة كتاب الوزارة

١ أوجد طول $\overline{أب}$ فى كل من الحالات الآتية :

١ أ (١ ، ٢) ، ب (٤ ، ٦)

٢ أ (٢ ، −١) ، ب (٥ ، −٥)

٣ أ (−٢ ، ٧) ، ب (٣ ، −٥)

٤ أ (−٢ ، ٥) ، ب (٣ ، ٠)

٥ أ (١٥ ، ٠) ، ب (٦ ، ٠)

٦ أ (٦ ، ٠) ، ب (٠ ، −٨)

---

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ البعد بين النقطتين (٣ ، ٢) ، (−١ ، ٢) هو .... وحدة طول. (بورسعيد ٢٤ ، الإسماعيلية ١٧)

(أ) ١٦ (ب) ٩ (جـ) ٥ (د) ٤

٢ البعد بين النقطة ($\sqrt{٣}$ ، ١) ونقطة الأصل هو .... وحدة طول. (الدقهلية ٢٥ ، ج. سيناء ٢٣)

(أ) ٤ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) ١

٣ إذا كان البعد بين النقطتين (أ ، ٠) ، (٠ ، ١) هو وحدة طول واحدة

فإن : أ = ... (الغربية ٢٠)

(أ) ١ (ب) −١ (جـ) صفر (د) ٢

٤ طول نصف قطر الدائرة التى مركزها (٧ ، ٤) وتمر بالنقطة (٣ ، ١)

يساوى .... وحدة طول. (المنيا ٢٤)

(أ) ٥ (ب) −٥ (جـ) ٢,٥ (د) ٢٥

٥ إذا كان : أ ب حـ ء مستطيل : أ (−١ ، −٤) ، حـ (٥ ، ٤)

فإن طول $\overline{ب ء}$ = ... وحدة طول. (أسيوط ٢٣)

(أ) ٤ (ب) ٦ (جـ) ٨ (د) ١٠

٦ إذا كان : أ ب حـ ء مربع وكان : أ (٣ ، ٥) ، ب (٤ ، ٢)

فإن مساحة المربع أ ب حـ ء = ... وحدة مساحة.

(أ) $\sqrt{١٠}$ (ب) ١٠ (جـ) ٤ $\sqrt{١٠}$ (د) ٤٠

٧ بعد النقطة (–٥ ، –٢) عن محور الصادات يساوى .... وحدة طول. (ج.سيناء ٢٥ ، الغربية ١٦)

(أ) –٥ (ب) –٢ (جـ) ٢ (د) ٥

٨ البعد بين النقطة (٥ ، $ظا^2$ ٦٠°) ومحور السينات هو .... وحدة طول. (السويس ١٧)

(أ) ٥ (ب) $\sqrt{5}$ (جـ) ٣ (د) $\sqrt{3}$

٩ بعد النقطة (ل ، –٤) عن محور الصادات يساوى .... حيث ل ∈ ح (دمياط ١٨)

(أ) ٤ (ب) ل (جـ) –٤ (د) | ل |

١٠ البعد بين المستقيمين : ص – ٣ = ٠ ، ص + ٢ = ٠ يساوى .... وحدة طول.

(الفيوم ١٧ ، الإسكندرية ١٧)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٥ (د) ٣

١١ دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها ٢ وحدة طول ، فأى من النقط الآتية تنتمى للدائرة ؟ (أسيوط ٢٥ ، مطروح ٢٤ ، البحيرة ١٧ ، بنى سويف ١٦ ، الغربية ١٤)

(أ) (١ ، ٢) (ب) (–٢ ، ١) (جـ) ($\sqrt{3}$ ، ١) (د) ($\sqrt{2}$ ، ١)

---

٣ إذا كانت : أ (٣ ، ١) ، ب (١ ، ٢) ، حـ (٥ ، ٤)

فأثبت أن : ب حـ = ٢ أ ب (الدقهلية ٢٢ ، الأقصر ١٦)

---

٤ أثبت أن النقط : أ (٤ ، ٣) ، ب (١ ، ١) ، حـ (–٥ ، –٣)

تقع على استقامة واحدة. (الجيزة ٢٥ ، أسوان ٢٥ ، البحر الأحمر ٢٤ ، المنوفية ٢٣ ، الفيوم ١٧ ، كفر الشيخ ١٥ ، أسيوط ١٤)

---

٥ إذا كانت : أ (–٢ ، ٢) ، ب (١ ، –١)

فأثبت أن : النقطة حـ (٣ ، ٤) تقع على محور تماثل $\overline{أب}$

٦ بيِّن أى مجموعات النقط التالية تقع على استقامة واحدة :

١ أ (١ ، ٤) ، ب (٣ ، −٢) ، حـ (−٣ ، ١٦) (القاهرة ٠٨)

٢ أ (٧ ، ٠) ، ب (−٣ ، ٦) ، حـ (٢٢ ، ٩)

٣ أ (−١ ، ٤) ، ب (٣ ، −١٤) ، حـ (−٥ ، −٦)

---

٧ بيِّن نوع المثلث أ ب حـ حيث أ (−٢ ، ٤) ، ب (٣ ، −١) ، حـ (٤ ، ٥) بالنسبة لأطوال أضلاعه. (السويس ٢٥ ، الجيزة ٢٤ ، سوهاج ٢٣ ، دمياط ٢٢ ، البحيرة ٢٠ ، دمياط ١٩ ، الجيزة ١٧)

---

٨ بيِّن نوع كل مثلث من المثلثات الآتية بالنسبة لزواياه :

١ أ (٢ ، ١) ، ب (٤ ، −٢) ، حـ (٧ ، ٥)

٢ أ (٣ ، ٥) ، ب (−١ ، ١) ، حـ (٥ ، −٥)

٣ أ (٤ ، ٤) ، ب (٣ ، −١) ، حـ (−٢ ، ٤)

٤ أ (٠ ، ٠) ، ب (٦ ، ٠) ، حـ (٠ ، ٨)

٥ أ (١ ، −١) ، ب (٢ ، ١) ، حـ (−٣ ، −٢)

---

٩ أثبت أن المثلث الذى رؤوسه النقط أ (٥ ، −٥) ، ب (−١ ، ٧) ، حـ (١٥ ، ١٥) قائم الزاوية فى ب ثم أوجد مساحته. (الأقصر ٢٥ ، الوادى الجديد ٢٣ ، قنا ١٦ ، المنوفية ١٤) «١٢٠ وحدة مربعة»

---

١٠ إذا كانت النقط : أ (٥ ، ٠) ، ب ($٧ ، ٢\sqrt{٣}$) ، حـ ($٣ ، ٢\sqrt{٣}$) ثلاث نقط فى مستوى إحداثى متعامد فأثبت أن : Δ أ ب حـ متساوى الأضلاع وأوجد مساحته. «$٤\sqrt{٣}$ وحدة مربعة»

---

١١ فى كل مما يأتى أثبت أن النقط أ ، ب ، حـ ، ء رءوس متوازى أضلاع :

١ أ (−١ ، ١) ، ب (٠ ، ٥) ، حـ (٥ ، ٦) ، ء (٤ ، ٢) (السويس ١١)

٢ أ (−٢ ، ٤) ، ب (٥ ، −٣) ، حـ (٧ ، ١) ، ء (٠ ، ٨) (سوهاج ٠٨)

---

١٢ أثبت أن النقط : أ (٠ ، ١) ، ب (٤ ، ٥) ، حـ (١ ، ٨) ، ء (−٣ ، ٤) هى رءوس لمستطيل ثم احسب طول قطره. (الجيزة ٢٥ ، الفيوم ٢٥) «$٥\sqrt{٢}$ وحدة طول»

١٣ أثبت أن النقط : أ (٣ ، ٣) ، ب (٠ ، ٣) ، حـ (٠ ، ٠) ، ء (٣ ، ٠) الواقعة فى مستوى إحداثى متعامد هى رءوس مربع واحسب طول قطره ومساحته.

(الأقصر ٠٩) «٣ $\sqrt{٢}$ وحدة طول ، ٩ وحدات مربعة»

---

١٤ أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : أ (٥ ، ٣) ، ب (٦ ، −٢) ، حـ (١ ، −١) ، ء (٠ ، ٤) أثبت أن الشكل أ ب حـ ء معين ثم أوجد مساحته.

(قنا ١٩) «٢٤ وحدة مربعة»

---

١٥ أثبت أن النقط : أ (−٢ ، ٥) ، ب (٣ ، ٣) ، حـ (−٤ ، ٢) ليست على استقامة واحدة ، وإذا كانت ء (−٩ ، ٤) فأثبت أن الشكل أ ب حـ ء متوازى أضلاع.

(بورسعيد ١٧)

---

١٦ أ ب حـ ء شكل رباعى فيه : أ (٢ ، ٤) ، ب (−٣ ، ٠) ، حـ (−٧ ، ٥) ، ء (−٢ ، ٩) أثبت أن الشكل أ ب حـ ء مربع.

(المنوفية ٢٠ ، القاهرة ١٩ ، البحيرة ١٧)

---

١٧ أثبت أن النقط : أ (٣ ، −١) ، ب (−٤ ، ٦) ، حـ (٢ ، −٢) تقع على دائرة واحدة مركزها م (−١ ، ٢) ثم أوجد محيط الدائرة حيث π = ٣,١٤

(الإسكندرية ٢٥ ، أسوان ٢٠ ، الإسكندرية ١٩ ، القليوبية ١٨ ، ش. سيناء ١٦ ، القاهرة ١٥) «٣١,٤ وحدة طول»

---

١٨ إذا كان بُعد النقطة (س ، ٥) عن النقطة (٦ ، ١) يساوى ٢ $\sqrt{٥}$ وحدة طول

فأوجد قيمة : س

(البحيرة ٢٥ ، الجيزة ٢٤ ، قنا ٢٢ ، دمياط ٢٠ ، القليوبية ١٩ ، المنوفية ١٨) «٤ أ، ٨»

---

١٩ أوجد قيمة أ فى كل من الحالتين الآتيتين :

١ إذا كان البعد بين النقطتين (أ ، ٧) ، (−٢ ، ٣) يساوى ٥

(سوهاج ٢٤ ، بورسعيد ٢٢ ، الفيوم ٢٠ ، المنيا ١٩ ، الإسكندرية ١٨) «١ أ، −٥»

٢ إذا كان البعد بين النقطتين (أ ، ٧) ، (٣ أ − ١ ، −٥) يساوى ١٣

«−٢ أ، ٣»

---

٢٠ إذا كانت : أ (س ، ٣) ، ب (٣ ، ٢) ، حـ (٥ ، ١) وكانت أ ب = ب حـ

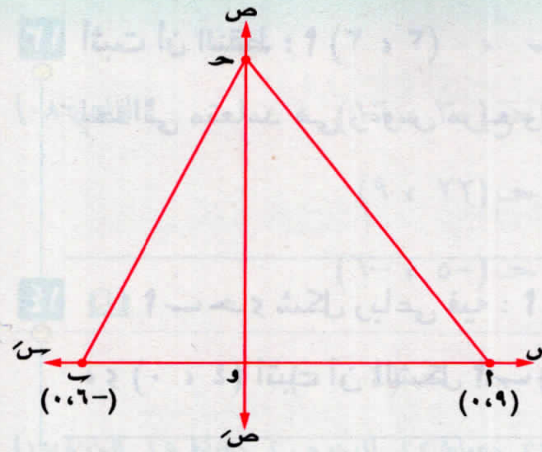
فأوجد قيمة : س

(الدقهلية ٢٥ ، مطروح ٢٢ ، البحيرة ١٩ ، البحيرة ١٧ ، البحيرة ١٥) «٥ أ، ١»

٢١ في الشكل المقابل :

إذا كان : أب = أحـ

فأوجد : طول $\overline{\text{حـ و}}$



«١٢ وحدة طول»

---

٢٢ إذا كان محور تماثل $\overline{\text{حـ ء}}$ يمر بالنقطة أ (٦ ، م) حيث حـ (٣ ، ١) ، ء (−٣ ، ٧)

أوجد قيمة : م

(الشرقية ٢٢ ، الدقهلية ١٦) «١٠»

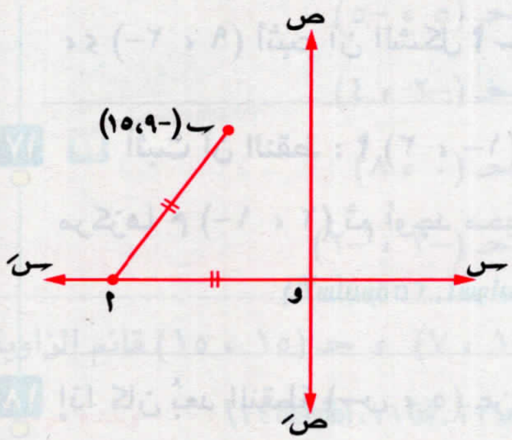
---

٢٣ في الشكل المقابل :

إذا كانت أ ∈ محور السينات

، وكان أو = أب

أوجد : طول $\overline{\text{أب}}$



(الدقهلية ١٨) «١٧ وحدة طول»

---

٢٤ في الشكل المقابل :

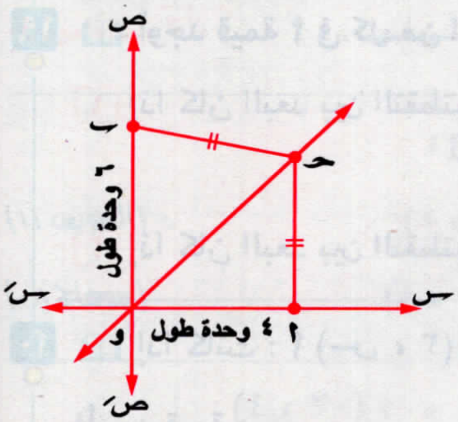
أ ∈ $\overleftrightarrow{\text{سَ س}}$ ، ب ∈ $\overleftrightarrow{\text{صَ ص}}$ بحيث :

و أ = ٤ وحدة طول ، و ب = ٦ وحدة طول

، والمستقيم $\overleftrightarrow{\text{و حـ}}$ يمثل الدالة د : د (س) = س

بحيث أحـ = ب حـ

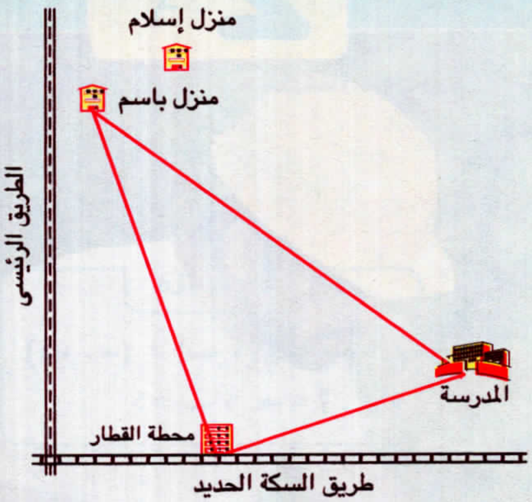
أوجد : إحداثيي النقطة حـ



«(٥ ، ٥)»

● تذكر ● فهم ○ تطبيق ● حل مشكلات

تطبيق حياتى



٢٥ إذا كان منزل باسم يبعد عن الطريق الرئيسى ١ كم ويبعد عن طريق السكة الحديد ٩ كم ، منزل إسلام يبعد عن الطريق الرئيسى ٣ كم ويبعد عن طريق السكة الحديد ١٠ كم وتبعد المدرسة عن الطريق الرئيسى ١٠ كم وتبعد عن طريق السكة الحديد ٢ كم وتبعد محطة القطار عن الطريق الرئيسى ٤ كم

١ أيهما أقرب إلى المدرسة : منزل باسم أم منزل إسلام ؟

٢ هل طريق (المدرسة – محطة القطار) عمودى على طريق (منزل باسم – محطة القطار) ؟ اذكر السبب.

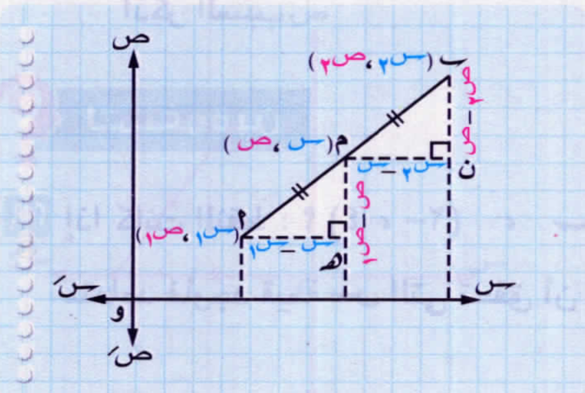
للمتفوقين

٢٦ إذا كانت النقط : أ (٤ ، −٢) ، ب (س ، ٢) ، حـ (٣ ، ٥) ثلاث نقط فى مستوى إحداثى متعامد فأوجد قيمة س التى تحقق أن Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب ثم احسب مساحته.

«صفر أ، ٧ ، ١٢ وحدة مربعة أ، ٥ ، ١٢ وحدة مربعة»

الدرس 2 إحداثيا منتصف قطعة مستقيمة





إذا كانت : أ $(س_1 ، ص_1)$ ، ب $(س_2 ، ص_2)$

نقطتين فى مستوى إحداثى متعامد

وكانت م منتصف $\overline{أب}$ حيث م (س ، ص)

من هندسة الشكل نجد أن :

$\triangle$ أ هـ م ، $\triangle$ م ن ب متطابقان.

$\therefore$ أ هـ = م ن ، هـ م = ن ب

$\therefore$ $س - س_1 = س_2 - س$ ، $ص - ص_1 = ص_2 - ص$

$\therefore$ $2\,س = س_1 + س_2$ ، $2\,ص = ص_1 + ص_2$

$\therefore$ $س = \frac{س_1 + س_2}{2}$ ، $ص = \frac{ص_1 + ص_2}{2}$

$$\therefore م = \left(\frac{س_1 + س_2}{2} ، \frac{ص_1 + ص_2}{2} \right)$$

فمثلًا : إذا كانت : س (٣ ، -٢) ، ص (-١ ، -٤) ، م منتصف $\overline{س ص}$

فإن : $م = \left(\frac{3 + (-1)}{2} ، \frac{-2 + (-4)}{2} \right) = (1 ، -3)$

مثال ١

إذا كانت : حـ (١٠ ، −٤) هى نقطة منتصف $\overline{أب}$ حيث أ (٤ ، −٢) فأوجد النقطة ب

الحل

بفرض أن ب (س ، ص) ، ∵ حـ منتصف $\overline{أب}$

$\therefore (١٠ ، -٤) = \left(\frac{س + ٤}{٢} ، \frac{ص + (-٢)}{٢} \right)$

$\therefore \frac{س + ٤}{٢} = ١٠$ ∴ س + ٤ = ٢٠

∴ س = ١٦ ، $\frac{ص - ٢}{٢} = -٤$

∴ ص − ٢ = −٨ ∴ ص = −٦ ∴ ب = (١٦ ، −٦)

لاحظ أنه

إذا كان : (أ ، ب) = (حـ ، ء)

فإن : أ = حـ ، ب = ء

حاول بنفسك ١

إذا كانت : حـ منتصف $\overline{أب}$ فأوجد قيمتى س ، ص فى كل مما يأتى :

١ أ (٢ ، ٥) ، ب (−٢ ، −٣) ، حـ (س ، ص)

٢ أ (س ، ٤) ، ب (−١ ، −٦) ، حـ (−٢ ، ص)

! ملاحظـة

إذا كان : $\overline{أب}$ قطرًا فى دائرة مركزها م ، فإن م هى نقطة منتصف $\overline{أب}$

مثال ٢

إذا كان : $\overline{أب}$ قطرًا فى الدائرة م حيث : أ (٤ ، −١) ، ب (−٢ ، ٧)

أوجد إحداثيى نقطة م ومن ثم أوجد محيط الدائرة ومساحتها.

الحل

∵ $\overline{أب}$ قطر فى الدائرة م ∴ م منتصف $\overline{أب}$

∴ نقطة م = $\left(\frac{٤ + (-٢)}{٢} ، \frac{-١ + ٧}{٢} \right)$ = (١ ، ٣)

، ∵ نق = ٢م = $\sqrt{(١ - ٤)^{٢} + (٣ + ١)^{٢}}$ = $\sqrt{٩ + ١٦}$

= $\sqrt{٢٥}$ = ٥ وحدة طول.

∴ محيط الدائرة = ٢ π نق = ٢ π × ٥ = ١٠ π وحدة طول.

، مساحة الدائرة = π نق^{٢} = π × ٥^{٢} = ٢٥ π وحدة مربعة.

طريقة أخرى لحساب طول نصف قطر الدائرة :

∵ ٢ب = $\sqrt{(-٢ - ٤)^{٢} + (٧ + ١)^{٢}}$ = $\sqrt{٣٦ + ٦٤}$ = $\sqrt{١٠٠}$ = ١٠ وحدة طول

، ∵ $\overline{٢ب}$ قطر ∴ نق = $\frac{١}{٢}$ ٢ب = ٥ وحدة طول

ثم أكمل الحل بإيجاد محيط ومساحة الدائرة.

حاول بنفسك ٢

إذا كان : $\overline{٢ب}$ قطرًا فى الدائرة م حيث ٢ (٤ ، ١) ، ب (-٦ ، ٣) فأوجد نقطة م

مثال ٣

أثبت أن الشكل ٢ب حـ ء متوازى أضلاع حيث :

٢ (٤ ، ٣) ، ب (٠ ، ٢) ، حـ (-٢ ، -٣) ، ء (٢ ، -٢)

الحل

∵ قطرى الشكل الرباعى ٢ب حـ ء هما $\overline{٢حـ}$ ، $\overline{بء}$

، ∵ نقطة منتصف $\overline{٢حـ}$ = $\left(\frac{٤ + (-٢)}{٢} ، \frac{٣ + (-٣)}{٢} \right)$

= (١ ، ٠)

، نقطة منتصف $\overline{بء}$ = $\left(\frac{٠ + ٢}{٢} ، \frac{٢ + (-٢)}{٢} \right)$ = (١ ، ٠)

∴ نقطة منتصف $\overline{٢حـ}$ هى نفسها نقطة منتصف $\overline{بء}$

∴ القطران ينصف كل منهما الآخر. ∴ ٢ب حـ ء متوازى أضلاع.

لاحظ أنه

يمكنك حل هذا المثال باستخدام البعد بين نقطتين كما فى الدرس السابق.

مثال ٤

أثبت أن النقط : أ (٥ ، ١) ، ب (١ ، -٣) ، حـ (-٥ ، ٣) هى رؤوس مثلث قائم الزاوية فى ب

، ثم أوجد نقطة ء التى تجعل الشكل أ ب حـ ء مستطيلاً.

الحل

$\because$ أ ب = $\sqrt{(١ - ٥)^{٢} + (-٣ - ١)^{٢}} = \sqrt{١٦ + ١٦} = \sqrt{٣٢}$ وحدة طول

، ب حـ = $\sqrt{(-٥ - ١)^{٢} + (٣ + ٣)^{٢}} = \sqrt{٣٦ + ٣٦} = \sqrt{٧٢}$ وحدة طول

، أ حـ = $\sqrt{(-٥ - ٥)^{٢} + (٣ - ١)^{٢}} = \sqrt{١٠٠ + ٤} = \sqrt{١٠٤}$ وحدة طول.

$\therefore$ (أ ب)^{٢} + (ب حـ)^{٢} = ٣٢ + ٧٢ = ١٠٤ = (أ حـ)^{٢}

$\therefore$ Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب

، بفرض أن : ء (س ، ص) بحيث يكون الشكل أ ب حـ ء مستطيلاً

$\therefore$ $\overline{\text{أ حـ}}$ ، $\overline{\text{ب ء}}$ ينصف كل منهما الآخر

$\therefore$ نقطة منتصف $\overline{\text{أ حـ}}$ = نقطة منتصف $\overline{\text{ب ء}}$

، $\because$ نقطة منتصف $\overline{\text{أ حـ}}$ = $\left(\frac{٥ - ٥}{٢} ، \frac{١ + ٣}{٢}\right)$ = (٠ ، ٢)

، نقطة منتصف $\overline{\text{ب ء}}$ = $\left(\frac{س + ١}{٢} ، \frac{ص - ٣}{٢}\right)$

$\therefore$ $\left(\frac{س + ١}{٢} ، \frac{ص - ٣}{٢}\right)$ = (٠ ، ٢)　　$\therefore$ $\frac{س + ١}{٢}$ = ٠

$\therefore$ س + ١ = ٠　　$\therefore$ س = -١

، $\frac{ص - ٣}{٢}$ = ٢　　$\therefore$ ص - ٣ = ٤

$\therefore$ ص = ٧　　$\therefore$ ء = (-١ ، ٧)

مثال ٥

أثبت أن المثلث الذى رؤوسه النقط : أ (−١ ، ٤) ، ب (٣ ، ١) ، ح (−٥ ، ١) متساوى الساقين وأوجد مساحته.

الحل

∵ أب = $\sqrt{(٣ + ١)^٢ + (١ - ٤)^٢}$ = $\sqrt{١٦ + ٩}$ = ٥ وحدة طول

، ب ح = $\sqrt{(٣ + ٥)^٢ + (١ - ١)^٢}$ = $\sqrt{٦٤}$ = ٨ وحدة طول

، أ ح = $\sqrt{(-٥ + ١)^٢ + (١ - ٤)^٢}$ = $\sqrt{١٦ + ٩}$ = ٥ وحدة طول.

∴ أب = أ ح ∴ Δ أ ب ح متساوى الساقين

، بفرض أن ء (س ، ص) منتصف $\overline{ب ح}$

∴ ء = $\left(\frac{٣ - ٥}{٢} ، \frac{١ + ١}{٢}\right)$ = (−١ ، ١)

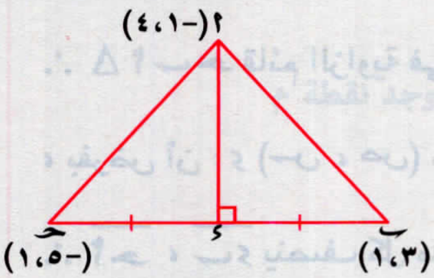
، ∵ ء منتصف $\overline{ب ح}$ ∴ $\overline{أ ء} \perp \overline{ب ح}$

، ∵ أ ء = $\sqrt{(-١ + ١)^٢ + (١ - ٤)^٢}$ = $\sqrt{٩}$ = ٣ وحدة طول.

، ب ح = ٨ وحدة طول.

∴ مساحة Δ أ ب ح = $\frac{١}{٢}$ ب ح × أ ء

= $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ٣ = ١٢ وحدة مربعة.



رسم توضيحى

حاول بنفسك ٣

إذا كانت : ح منتصف $\overline{أ ب}$ حيث أ (٢ ، ٣) ، ب (٤ ، −٧) وكانت ح منتصف $\overline{ء هـ}$ حيث ء (−٣ ، ٥) فأوجد نقطة هـ

تمارين 4 على إحداثيى منتصف قطعة مستقيمة

اختبار تفاعلى

● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات | أسئلة كتاب الوزارة

١ أوجد إحداثيى نقطة منتصف $\overline{أب}$ فى كل من الحالات الآتية :

١ أ (٣ ، ٥) ، ب (٧ ، ١)

٢ أ (٥ ، −٣) ، ب (−١ ، ٣)

٣ أ (−٥ ، ٤) ، ب (٥ ، −٤)

٤ أ (٠ ، ٤) ، ب (٨ ، ٠)

٥ أ (٢ ، ٤) ، ب (٦ ، ٠)

٦ أ (٧ ، −٦) ، ب (−١ ، ٠)

---

٢ إذا كانت النقطة (س ، ٠) منتصف $\overline{أب}$ حيث أ (١ ، −٥) ، ب (٢ ، ٥)

فأوجد قيمة : س «$\frac{٣}{٢}$»

---

٣ إذا كانت النقطة (٥ ، ٣) منتصف $\overline{أب}$ حيث أ (١٥ ، ص) ، ب (−٥ ، −٢)

فأوجد قيمة : ص «٨»

---

٤ إذا كانت : حـ (٦ ، −٤) هى منتصف $\overline{أب}$ حيث أ (٥ ، −٣) فأوجد : إحداثيى نقطة ب

(أسوان ٢٤ ، دمياط ٢٣ ، القليوبية ٢٢ ، القاهرة ١٩ ، بنى سويف ١٩ ، الدقهلية ١٨) «(٧ ، −٥)»

---

٥ إذا كانت حـ منتصف $\overline{أب}$ فأوجد س ، ص فى كل من الحالات الآتية :

١ أ (١ ، ٥) ، ب (٣ ، ٧) ، حـ (س ، ص) «٢ ، ٦»

٢ أ (−٣ ، ص) ، ب (٩ ، ١١) ، حـ (س ، −٣) (الفيوم ٢٥ ، القليوبية ٢٣) «٣ ، −١٧»

٣ أ (س ، −٦) ، ب (٩ ، −١١) ، حـ (−٣ ، ص) «−١٥ ، −٨,٥»

٤ أ (س ، ٣) ، ب (٦ ، ص) ، حـ (٤ ، ٦) (ج. سيناء ٢٤ ، مطروح ١٧) «٢ ، ٩»

---

٦ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت نقطة الأصل هى منتصف $\overline{أب}$ حيث أ (٥ ، −٢)

فإن النقطة ب هى .... (سوهاج ٢٤ ، بورسعيد ٢٤)

(أ) (٢ ، ٥) (ب) (٥ ، −٢) (جـ) (−٢ ، −٥) (د) (−٥ ، ٢)

٢ إذا كانت : حـ (-٣ ، ص) منتصف أب حيث أ (س ، -٦) ، ب (١ ، -٨)

فإن : س + ص = ... (قنا ١٨)

(أ) -١١ (ب) ١١ (جـ) -١٨ (د) -١٤

٣ إذا كان : أب قطرًا فى دائرة حيث أ (٣ ، -٥) ، ب (٥ ، ١)

فإن : مركز الدائرة هو .... (المنوفية ٢٤ ، بورسعيد ٢٣ ، مطروح ١٩ ، الفيوم ١٨)

(أ) (٤ ، -٢) (ب) (٤ ، ٢) (جـ) (٢ ، -٢) (د) (٨ ، -٢)

٤ إذا كان : أبحـء مربعًا ، أ (٣ ، ٤) ، حـ (٥ ، ٦)

فإن نقطة تقاطع قطريه هى .... (السويس ٢٥ ، المنيا ١٨)

(أ) (٨ ، ١٠) (ب) (١٠ ، ٨) (جـ) (٤ ، ٥) (د) (١٥ ، ٢٤)

٥ النقطة (٤ ، ٦) صورة النقطة (-٢ ، ٢) بالانعكاس فى النقطة .... (الشرقية ٢٤)

(أ) نقطة الأصل. (ب) (-١ ، -٤) (جـ) (١ ، ٤) (د) (٤ ، ١)

٦ إذا كانت : م (١ ، ٢) هى نقطة تقاطع قطرى متوازى الأضلاع أبحـء حيث أ (٢ ، ٥)

فإن : حـ هى ....

(أ) (٠ ، ٢) (ب) (٠ ، -١) (جـ) (-٤ ، ١) (د) (-١ ، ٠)

٧ إذا كانت ($\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٥}{٢}$) منتصف أب حيث أ (١ ، -١) ، ب (س ، ٦)

فإن : س = ...

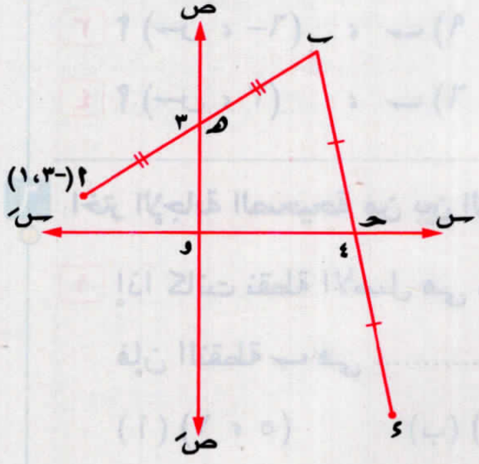
(أ) ٠ (ب) ١ (جـ) ٢ (د) $\frac{١}{٢}$

٨ إذا كان محور السينات ينصف أب حيث أ (٣ ، ٢) ، ب (-٢ ، ص)

فإن : ص = ... (الدقهلية ١٧)

(أ) ٣ (ب) ٢ (جـ) -٢ (د) ٤

٩ فى الشكل المقابل :



إذا كانت : هـ ، حـ منتصفى أب ، ءب على الترتيب

فإن : النقطة ء هى ....

(أ) (٥ ، -٥) (ب) (٥ ، -٤)

(جـ) (٦ ، -٥) (د) (٦ ، -٤)

٧ إذا كانت أ ، ب ، حـ ، ء أربع نقط تقع على استقامة واحدة وكان

أب = ب حـ = حـ ء ، أ (١ ، ٣) ، حـ (٥ ، ١) فأوجد إحداثيي نقطة ب ، نقطة ء

---

٨ إذا كانت : أ (١ ، -٦) ، ب (٩ ، ٢) فأوجد إحداثيات النقط التى تقسم أب

إلى أربعة أجزاء متساوية فى الطول. (الأقصر ٢٢ ، سوهاج ١٨) «(٥ ، -٢) ، (٣ ، -٤) ، (٧ ، ٠)»

---

٩ إذا كانت نقطة الأصل منتصف أب حيث أ (س - ٢ ، ص) ، ب (-٢ ، ٢)

فأوجد : (س ، ص) «(٤ ، -٢)»

---

١٠ أوجد قيمة كل من أ ، ب التى تحقق أن : (٢ أ - ٣ ، أ - ب) منتصف القطعة المستقيمة التى طرفاها

(٧ ، -١) ، (٣ ، ٧) (الفيوم ١٢) «٤ ، ١»

---

١١ أب قطر فى دائرة مركزها م فإذا كانت : ب (٨ ، ١١) ، م (٥ ، ٧) فأوجد :

١ إحداثيي أ ٢ محيط الدائرة حيث π = ٣,١٤

(الغربية ٢٣ ، كفر الشيخ ١٨ ، ش. سيناء ١٧ ، القليوبية ١٦) «(٢ ، ٣) ، ٣١,٤ وحدة طول»

---

١٢ أ ب حـ مثلث حيث : أ (١ ، ٣) ، ب (٥ ، ١) ، حـ (٣ ، ٧) فإذا كانت ء منتصف أب ،

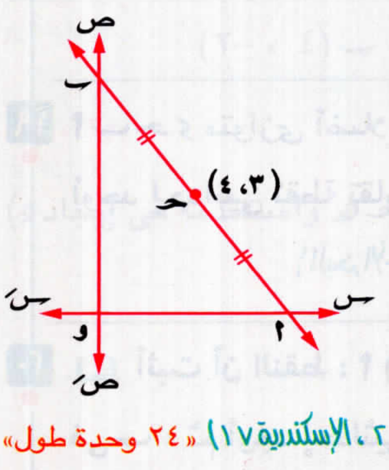
هـ منتصف أحـ برهن باستخدام الإحداثيات أن : ء هـ = $\frac{1}{2}$ ب حـ

---

١٣ فى الشكل المقابل :

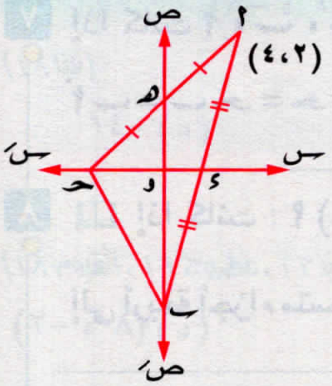
حـ (٣ ، ٤) منتصف أب

أوجد : محيط المثلث و أ ب



(القليوبية ٢٠ ، الإسكندرية ١٧) «٢٤ وحدة طول»

١٤ في الشكل المقابل :



ء منتصف أب ، هـ منتصف أحـ

إذا كانت : أ (٢ ، ٤)

فأوجد : طول ب‌حـ ومنها استنتج طول ءهـ

«٢ √٥ وحدة طول ، √٥ وحدة طول»

---

١٥ أء متوسط في Δ أب‌حـ ، م منتصف أء حيث م (٠ ، ٦) ، ب (٣ ، ٢) ، حـ (-٣ ، ٦)

أوجد : إحداثيي نقطة أ (كفر الشيخ ١٧) «(٠ ، ٨)»

---

١٦ إذا كانت : أ (-١ ، -١) ، ب (٢ ، ٣) ، حـ (٦ ، ٠) ، ء (٣ ، -٤) أربع نقط في مستوى إحداثي متعامد أثبت أن : أحـ ، ب‌ء ينصف كل منهما الآخر. (السويس ١٩)

---

١٧ أثبت أن النقط : أ (٣ ، -٢) ، ب (-٥ ، ٠) ، حـ (٠ ، -٧) ، ء (٨ ، -٩)

هي رؤوس متوازي أضلاع. (قنا ٢٥ ، الفيوم ١٩)

---

١٨ إذا كانت النقط : أ (٣ ، ٢) ، ب (٤ ، -٣) ، حـ (-١ ، -٢) ، ء (-٢ ، ٣) هي رؤوس معين فأوجد :

١ إحداثيي نقطة تقاطع القطرين. ٢ مساحة المعين أب‌حـء

(أسيوط ٢٥ ، الغربية ٢٤ ، الإسكندرية ٢٠ ، بورسعيد ١٨) «(١ ، ٠) ، ٢٤ وحدة مربعة»

---

١٩ أب‌حـء متوازي أضلاع فيه : أ (٣ ، ٢) ، ب (٤ ، -٥) ، حـ (٠ ، -٣)

أوجد إحداثيي نقطة تقاطع قطريه ، ثم أوجد إحداثيي نقطة ء

(البحر الأحمر ٢٤ ، الشرقية ٢٣ ، الدقهلية ٢٠ ، الإسكندرية ١٩ ، البحيرة ١٨) «$\left(1\frac{1}{2} ، -\frac{1}{2}\right)$ ، (-١ ، ٤)»

---

٢٠ أثبت أن النقط : أ (٦ ، ٠) ، ب (٢ ، -٤) ، حـ (-٤ ، ٢) هي رؤوس مثلث قائم الزاوية في ب ، ثم أوجد إحداثيي نقطة ء التي تجعل الشكل أب‌حـء مستطيلاً.

(البحيرة ١٩ ، كفر الشيخ ١٤ ، أسيوط ١١) «(٠ ، ٦)»

٢١ أثبت أن النقط : أ (٥ ، ٣) ، ب (٣ ، −٢) ، ح (−٢ ، −٤) هى رؤوس مثلث منفرج الزاوية فى ب ، ثم أوجد إحداثيى نقطة ء التى تجعل الشكل أ ب ح ء معينًا وأوجد مساحة سطحه.

«(٠ ، ١) ، ٢١ وحدة مربعة»

---

٢٢ أثبت أن النقط : أ (−٣ ، ٠) ، ب (٣ ، ٤) ، ح (١ ، −٦) هى رؤوس مثلث متساوى الساقين رأسه أ ، ثم أوجد طول القطعة المستقيمة المرسومة من أ عمودية على $\overline{ب ح}$

(قنا ١٩ ، مطروح ١٨ ، المنوفية ١٦ ، القليوبية ١٢) «$\sqrt{٢٦}$ وحدة طول»

---

٢٣ أ ب ح مثلث حيث أ (١ ، ١) ، ب (٣ ، ١) ، ح (١ ، ٣)

أثبت أن : $\triangle$ أ ب ح متساوى الساقين وأوجد مساحة سطحه. (البحر الأحمر ٢٥ ، الشرقية ١٨) «٢ وحدة مربعة»

---

٢٤ أ ب ح ء متوازى أضلاع فيه : أ (٣ ، ٤) ، ب (٢ ، −١) ، ح (−٤ ، −٣)

أوجد إحداثيى ء ، خذ هـ $\in$ $\overleftrightarrow{أ ء}$ حيث أ هـ = ٢ أ ء ما إحداثيا النقطة هـ ؟ «(−٣ ، ٢) ، (−٩ ، ٠)»

للمتفوقين

٢٥ أ ب ح ء شكل رباعى فيه : س (٢ ، ٣) ، ص (م ، ٣) ، ع (١ ، −١)

، ل (−٤ ، ن) منتصفات $\overline{أ ب}$ ، $\overline{أ ء}$ ، $\overline{ب ح}$ ، $\overline{ء ح}$ على الترتيب.

أوجد قيمة : م + ن

«−٤»

---

٢٦ أ ب ح ء شبه منحرف فيه : ب ح = ٢ أ ء فإذا كان : أ (٦ ، ٤) ، ب (٤ ، −٢)

، ح (−٢ ، −٤) فأوجد إحداثيى نقطة ء حيث $\overline{ب ح}$ // $\overline{أ ء}$ «(٣ ، ٣)»

(إرشاد : أكمل متوازى الأضلاع أ ب ح هـ واستخدمه فى إيجاد ء)

الدرس 3

ميل الخط المستقيم



درست سابقًا ميل الخط المستقيم بمعلومية نقطتين عليه.

فإذا كانت أ ، ب نقطتين فى المستوى الإحداثى المتعامد بحيث أ $(س_١ ، ص_١)$ ، ب $(س_٢ ، ص_٢)$

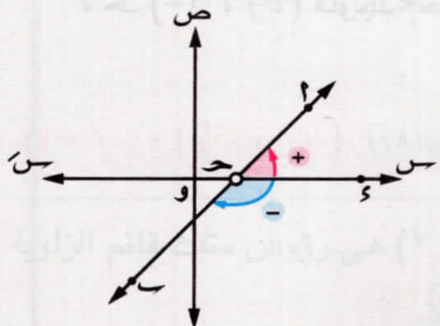
فإن : ميل المستقيم $\overleftrightarrow{أب} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

وفى هذا الدرس ستتعلم :

- كيفية إيجاد ميل المستقيم بمعلومية قياس الزاوية الموجبة التى يصنعها هذا المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.
- العلاقة بين ميلى المستقيمين المتوازيين.
- العلاقة بين ميلى المستقيمين المتعامدين.

ونمهد لدراسة هذه المواضيع بدراسة القياس الموجب والقياس السالب للزاوية.

القياس الموجب والقياس السالب للزاوية



فى الشكل المقابل :

إذا كان : $\overleftrightarrow{أب}$ يقطع محور السينات فى نقطة حـ

فإن : $\overleftrightarrow{أب}$ يصنع زاويتين مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

- إحداهما موجبة (أى لها قياس موجب)

مأخوذة من الاتجاه الموجب لمحور السينات إلى المستقيم

فى عكس اتجاه حركة عقارب الساعة وهى $\angle$ د حـ أ

- والأخرى **سالبة** (أى لها قياس سالب)

مأخوذة من الاتجاه الموجب لمحور السينات إلى المستقيم

فى نفس اتجاه حركة عقارب الساعة وهى د ء حـ ب



ميل الخط المستقيم

تعريف

ميل الخط المستقيم هو ظل الزاوية الموجبة التى يصنعها هذا المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

أى أن : ميل الخط المستقيم = ظا هـ

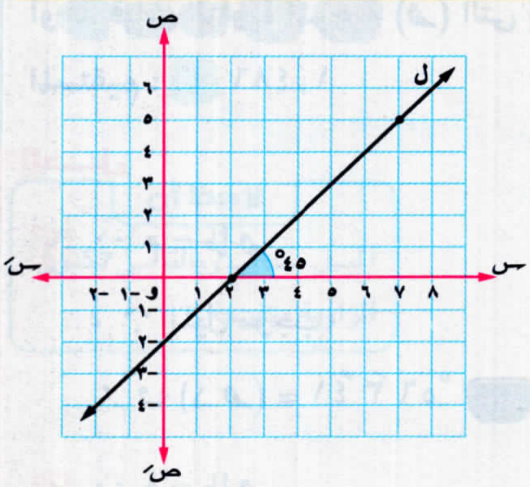
حيث هـ قياس الزاوية الموجبة التى يصنعها المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

فمثلًا : فى الشكل المقابل :

المستقيم ل يصنع زاوية قياسها ٤٥°

مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

فيكون : ميل المستقيم ل = ظا ٤٥° = ١



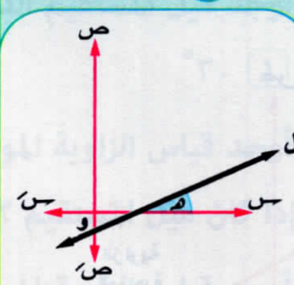
لاحظ أن

المستقيم يمر بالنقطتين : (٢ ، ٠) ، (٧ ، ٥) فيكون :

$$\text{ميل المستقيم ل} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٥ - ٠}{٧ - ٢} = \frac{٥}{٥} = ١$$

ملاحظة : الزاوية التى يصنعها المستقيم ل مع الاتجاه الموجب لمحور السينات تأخذ إحدى الحالات الآتية :

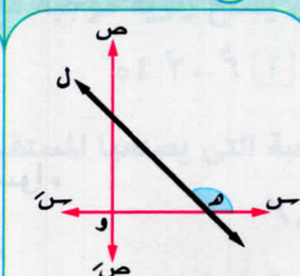
① حادة



فيكون الميل

موجبًا

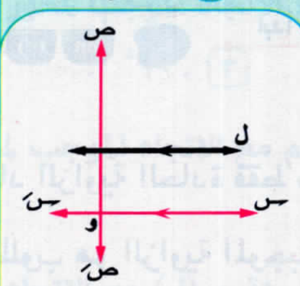
② منفرجة



فيكون الميل

سالبًا

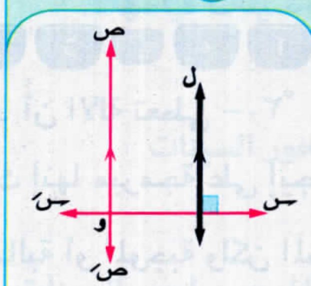
③ صفرية



فيكون الميل

صفرًا

④ قائمة



فيكون الميل

غير معرف

مثال ١

أوجد ميل المستقيم الذى يصنع زاوية موجبة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها :

١ ٤٥° ٢ ١٢ً ٥َ ١٢٤°

الحل

١ ميل الخط المستقيم = ظا ٤٥° = ١

ابدأ ← tan 4 5 =

٢ ميل الخط المستقيم = ظا ١٢ً ٥َ ١٢٤° ≃ −١,٤٦٨٥

ابدأ ← tan 1 2 4 °′″ 1 5 °′″ 1 2 °′″ =

مثال ٢

أوجد قياس الزاوية الموجبة (هـ) التى يصنعها المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات إذا كان ميل المستقيم : ١ ١,٤٨٦ ٢ $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

الحل

١ ∵ م = ظا هـ ∴ ظا هـ = ١,٤٨٦

، ∵ الميل موجب ∴ ∠ هـ زاوية حادة

∴ ق(∠ هـ) ≃ ٤١ً ٣َ ٥٦°

ابدأ ← SHIFT tan 1 . 4 8 6 = °′″

٢ ∵ م = ظا هـ ∴ ظا هـ = $-\frac{1}{\sqrt{3}}$

، ∵ الميل سالب ∴ ∠ هـ زاوية منفرجة

وباستخدام الآلة الحاسبة كما يلى :

ابدأ ← SHIFT tan (−) 1 ÷ √ 3 =

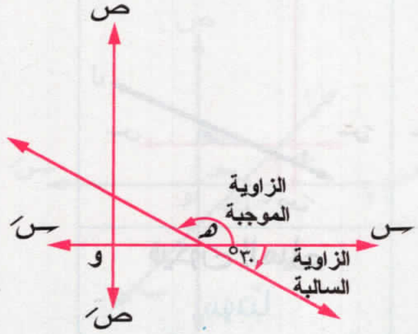
نجد أن الآلة تعطى −٣٠°

حيث إنها مبرمجة على إيجاد الزاوية الحادة فقط سواء

السالبة أو الموجبة ولكن المطلوب هو الزاوية الموجبة

ولذلك نوجد ق(∠ هـ) المطلوبة بإيجاد مكملة الزاوية ٣٠°

فيكون : ق(∠ هـ) = ١٨٠° − ٣٠° = ١٥٠°



مثال ٣

أوجد قياس الزاوية الموجبة (هـ) التى يصنعها المستقيم ل مع الاتجاه الموجب لمحور السينات إذا كان المستقيم ل يمر بالنقطتين :

١ (−٢ ، $\sqrt{٣}$) ، (١ ، ٤$\sqrt{٣}$)

٢ (−٢ ، ٣) ، (−٣ ، ٤)

الحل

١ ∵ المستقيم ل يمر بالنقطتين : (−٢ ، $\sqrt{٣}$) ، (١ ، ٤$\sqrt{٣}$)

∴ ميل المستقيم ل $= \frac{٤\sqrt{٣} - \sqrt{٣}}{١ - (-٢)} = \frac{٣\sqrt{٣}}{٣} = \sqrt{٣}$

∴ ق(∠هـ) = ٦٠°

> **لاحظ أن**
> الميل موجب وبالتالى تكون الزاوية حادة.

SHIFT tan √ 3 =

٢ ∵ المستقيم ل يمر بالنقطتين : (−٢ ، ٣) ، (−٣ ، ٤)

∴ ميل المستقيم ل $= \frac{٤ - ٣}{-٣ - (-٢)} = -١$

> **لاحظ أن**
> الميل سالب وبالتالى تكون الزاوية منفرجة.

باستخدام الآلة الحاسبة كما يلى :

SHIFT tan (−) 1 =

نجد أن الآلة تعطى −٤٥° (وهى زاوية حادة سالبة)

فنوجد الزاوية الموجبة المنفرجة كما يلى : ق(∠هـ) = ١٨٠° − ٤٥° = ١٣٥°

حاول بنفسك ١

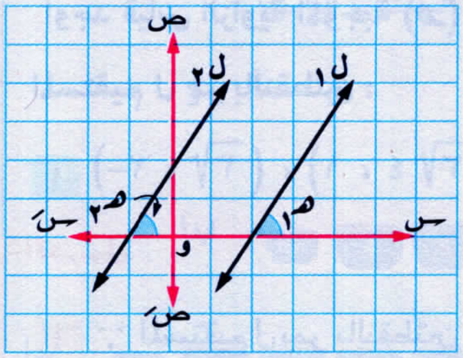
١ أوجد ميل المستقيم الذى يصنع زاوية موجبة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها :

١ ٣٠°   ٢ ٩ً ٣٠َ ٥٤°   ٣ ١٢٠°

٢ أوجد قياس الزاوية الموجبة التى يصنعها المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات إذا كان ميل المستقيم ٢,٦

٣ أوجد قياس الزاوية الموجبة (هـ) التى يصنعها المستقيم (ل) مع الاتجاه الموجب لمحور السينات إذا كان المستقيم ل يمر بالنقطتين : (٤ ، −١) ، (٥ ، −٣)

العلاقة بين ميلى المستقيمين المتوازيين



فى الشكل المقابل :

إذا كان ل$_1$ ، ل$_2$ مستقيمين متوازيين ميلاهما م$_1$ ، م$_2$ على الترتيب ويصنعان زاويتين موجبتين مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياساهما هـ$_1$ ، هـ$_2$ على الترتيب فإن :

∵ ل$_1$ // ل$_2$ ∴ هـ$_1$ = هـ$_2$ بالتناظر

∴ طا هـ$_1$ = طا هـ$_2$ ∴ م$_1$ = م$_2$

وبالتالى نستنتج ما يلى :

إذا كان : ل$_1$ // ل$_2$ فإن : م$_1$ = م$_2$

أى أنه : **إذا توازى مستقيمان فإن ميليهما يكونان متساويين.**

ويمكن أيضًا استنتاج العكس :

إذا كان : م$_1$ = م$_2$ فإن : ل$_1$ // ل$_2$

أى أنه : **إذا تساوى ميلا مستقيمين فى المستوى كان المستقيمان متوازيين.**

مثال ٤

أثبت أن المستقيم الذى يمر بالنقطتين (٢ ، ٣) ، (–١ ، ٦) يوازى المستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها ١٣٥°

الحـــل

∵ ميل المستقيم الأول م$_1$ = $\frac{٦ - ٣}{-١ - ٢}$ = $\frac{٣}{-٣}$ = –١

، ميل المستقيم الثانى م$_2$ = طا ١٣٥° = –١ ∴ م$_1$ = م$_2$

∴ المستقيمان متوازيان.

مثال ٥

إذا كانت : أ (−١ ، ٢) ، ب (٢ ، ٣) ، حـ (−٤ ، ١) ، ء (س ، ٢) أربع نقاط فى مستوى إحداثى متعامد وكان $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{حـء}$ فأوجد قيمة : س

الحل

∵ $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{حـء}$ ∴ ميل المستقيم المار بالنقطتين : أ (−١ ، ٢) ، ب (٢ ، ٣)

يساوى ميل المستقيم المار بالنقطتين : حـ (−٤ ، ١) ، ء (س ، ٢)

∴ $\frac{٣ - ٢}{٢ - (-١)} = \frac{٢ - ١}{س - (-٤)}$ ∴ $\frac{١}{٣} = \frac{١}{س + ٤}$

∴ س + ٤ = ٣ ∴ س = −١

مثال ٦

فى المستوى الإحداثى المتعامد أثبت أن النقط :

أ (−١ ، ٦) ، ب (٣ ، −٤) ، حـ (٢ ، −١,٥) تقع على استقامة واحدة.

الحل

∵ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{-٤ - ٦}{٣ - (-١)} = \frac{-١٠}{٤} = -\frac{٥}{٢}$

، ميل $\overleftrightarrow{بحـ}$ = $\frac{-١,٥ - (-٤)}{٢ - ٣} = \frac{٢,٥}{-١} = -٢\frac{١}{٢} = -\frac{٥}{٢}$

∴ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ميل $\overleftrightarrow{بحـ}$ ∴ $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{بحـ}$

، ∵ ب نقطة مشتركة بين المستقيمين $\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{بحـ}$

∴ أ ، ب ، حـ تقع على استقامة واحدة.

> **لاحظ أنه**
>
> إذا كان : ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ميل $\overleftrightarrow{بحـ}$
>
> فإن : أ ، ب ، حـ تكون على استقامة واحدة.

حاول بنفسك ٢

١ أثبت أن : المستقيم $ل_١$ المار بالنقطتين : (١ ، ٥) ، (−٢ ، −١) يوازى المستقيم $ل_٢$ المار بالنقطتين : (٠ ، −١) ، (٥ ، ٩)

٢ إذا كان المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$ // محور السينات حيث : أ (٥ ، −٤) ، ب (−٢ ، ص) فأوجد قيمة : ص

العلاقة بين ميلى المستقيمين المتعامدين

إذا كان : $ل_1$ ، $ل_2$ مستقيمين ميلاهما $م_1$ ، $م_2$ على الترتيب

وكان : $ل_1 \perp ل_2$ **فإن :** $م_1 \times م_2 = -1$ (ما لم يوازى أحدهما أحد المحورين)

أى أن : حاصل ضرب ميلى المستقيمين المتعامدين يساوى -1

والعكس صحيح : إذا كان : $ل_1$ ، $ل_2$ مستقيمين ميلاهما $م_1$ ، $م_2$

وكان : $م_1 \times م_2 = -1$ **فإن :** $ل_1 \perp ل_2$

أى أنه : إذا كان حاصل ضرب ميلى مستقيمين يساوى -1 فإن المستقيمين يكونان متعامدين.

مثال ٧

أثبت أن المستقيم $ل_1$ المار بالنقطتين : (−١ ، ٤) ، (٣ ، ٧) يكون عموديًا على المستقيم $ل_2$ المار بالنقطتين : (١ ، ١) ، (٤ ، −٣)

الحل

$\because$ ميل $ل_1 = \frac{٧ - ٤}{٣ - (-١)} = \frac{٣}{٤}$ ، ميل $ل_2 = \frac{-٣ - ١}{٤ - ١} = \frac{-٤}{٣}$

، $\because$ ميل $ل_1 \times$ ميل $ل_2 = \frac{٣}{٤} \times \frac{-٤}{٣} = -١$ $\therefore ل_1 \perp ل_2$

مثال ٨

فى المستوى الإحداثى المتعامد إذا كانت النقط : أ (١ ، ٧) ، ب (٢ ، ٤) ، حـ (٥ ، ص) تمثل رءوس مثلث قائم الزاوية فى ب فأوجد قيمة : ص

الحل

$\because$ ميل $\overleftrightarrow{أب} = \frac{٤ - ٧}{٢ - ١} = -٣$ ، ميل $\overleftrightarrow{ب حـ} = \frac{ص - ٤}{٥ - ٢} = \frac{ص - ٤}{٣}$

، $\because \overleftrightarrow{أب} \perp \overleftrightarrow{ب حـ}$ $\therefore$ ميل $\overleftrightarrow{أب} \times$ ميل $\overleftrightarrow{ب حـ} = -١$

$\therefore -٣ \times \frac{ص - ٤}{٣} = -١$ $\therefore ص - ٤ = ١$ $\therefore ص = ٥$

ملاحظة

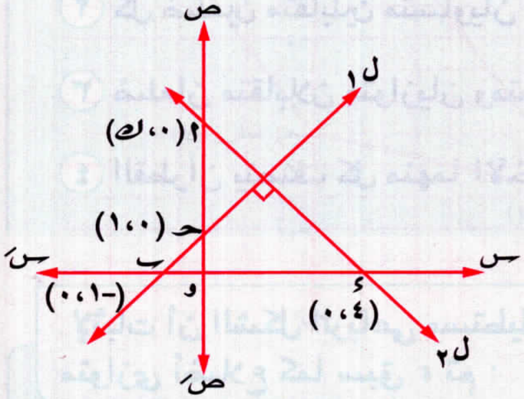
إذا كان : $ل_1 \perp ل_2$ وكان ميل $ل_1$ هو $م_1$ ، ميل $ل_2$ هو $م_2$ حيث $م_1 \in ح^*$ ، $م_2 \in ح^*$

فإن : $م_2 = \frac{-1}{م_1}$ ، $م_1 = \frac{-1}{م_2}$

فمثلًا : • إذا كان ميل المستقيم ل هو ٢ فإن ميل المستقيم العمودى عليه $\frac{-1}{2}$

• إذا كان ميل المستقيم ل هو $\frac{-2}{3}$ فإن ميل المستقيم العمودى عليه $\frac{3}{2}$

مثال ٩



فى الشكل المقابل :

إذا كان : $ل_1 \perp ل_2$

فأوجد : قيمة ك

الحل

∵ المستقيم $ل_1$ يمر بالنقطتين ب (-١ ، ٠) ، حـ (٠ ، ١)

∴ ميل $ل_1 = \frac{1 - 0}{0 - (-1)} = 1$

، ∵ المستقيم $ل_2$ يمر بالنقطتين أ (٠ ، ك) ، ء (٤ ، ٠) ∴ ميل $ل_2 = \frac{0 - ك}{4 - 0} = -\frac{ك}{4}$ (١)

، ∵ $ل_1 \perp ل_2$ ، ميل $ل_1 = 1$ ∴ ميل $ل_2 = -1$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $-\frac{ك}{4} = -1$ ∴ ك = ٤

حاول بنفسك ٣

١ إذا كانت : أ (-٢ ، ٥) ، ب (١ ، ٢) ، حـ (٣ ، ٤) ثلاث نقط فى مستوى إحداثى متعامد

فأثبت أن : $\overleftrightarrow{أب} \perp \overleftrightarrow{ب حـ}$

٢ أثبت أن : المستقيم المار بالنقطتين : (٧ ، -١) ، (٥ ، -٣) عمودى على المستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها ١٣٥°

ملاحظات لحل مسائل الأشكال الرباعية

لإثبات أن الشكل الرباعى شبه منحرف نثبت أن :

ضلعين متقابلين فيه متوازيان والضلعان الآخران غير متوازيين.

لإثبات أن الشكل الرباعى متوازى أضلاع نثبت إحدى الخواص الآتية :

(١) كل ضلعين متقابلين متوازيان.

(٢) كل ضلعين متقابلين متساويان فى الطول.

(٣) ضلعان متقابلان متوازيان ومتساويان فى الطول.

(٤) القطران ينصف كل منهما الآخر.

لإثبات أن الشكل الرباعى مستطيل أو معين أو مربع فإننا نثبت أولاً أن هذا الشكل متوازى أضلاع كما سبق ، ثم :

- **لإثبات أن متوازى الأضلاع هو مستطيل نثبت إحدى الخاصيتين الآتيتين :**

(١) ضلعان متجاوران فيه متعامدان. (٢) القطران متساويان فى الطول.

- **لإثبات أن متوازى الأضلاع هو معين نثبت إحدى الخاصيتين الآتيتين :**

(١) ضلعان متجاوران فيه متساويان فى الطول. (٢) القطران متعامدان.

- **لإثبات أن متوازى الأضلاع هو مربع نثبت إحدى الخواص الآتية :**

(١) ضلعان متجاوران فيه متعامدان ومتساويان فى الطول.

(٢) ضلعان متجاوران فيه متعامدان ، والقطران متعامدان.

(٣) القطران متساويان فى الطول ، ومتعامدان.

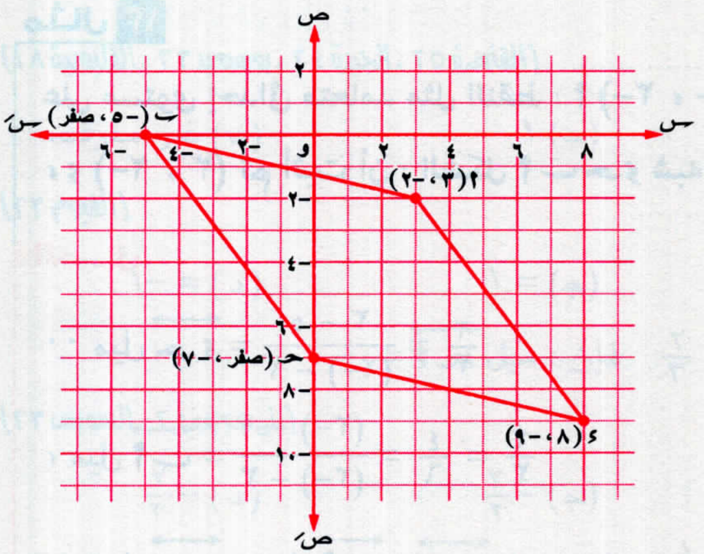
(٤) ضلعان متجاوران فيه متساويان فى الطول وقطراه متساويان فى الطول.

مثال ١٠

على مستوى إحداثى متعامد مثل النقط : ١ (٣ ، −٢) ، ب (−٥ ، ٠)

، حـ (٠ ، −٧) ، ء (٨ ، −٩) ثم أثبت أن : الشكل ١ب حـ ء متوازى أضلاع.

الحل



∵ ميل $\overleftrightarrow{١ب} = \frac{٠ - (-٢)}{-٥ - ٣} = \frac{٢}{-٨} = -\frac{١}{٤}$

، ميل $\overleftrightarrow{حـ ء} = \frac{-٩ - (-٧)}{٨ - ٠} = \frac{-٢}{٨} = -\frac{١}{٤}$

∴ ميل $\overleftrightarrow{١ب}$ = ميل $\overleftrightarrow{حـ ء}$

∴ $\overleftrightarrow{١ب}$ // $\overleftrightarrow{حـ ء}$ (١)

، ∵ ميل $\overleftrightarrow{١ء} = \frac{-٩ - (-٢)}{٨ - ٣} = \frac{-٧}{٥}$

، ميل $\overleftrightarrow{ب حـ} = \frac{-٧ - ٠}{٠ - (-٥)} = \frac{-٧}{٥}$

∴ ميل $\overleftrightarrow{١ء}$ = ميل $\overleftrightarrow{ب حـ}$ ∴ $\overleftrightarrow{١ء}$ // $\overleftrightarrow{ب حـ}$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ الشكل ١ب حـ ء متوازى أضلاع.

مثال ١١

أثبت أن النقط : ١ (٢ ، −٢) ، ب (٨ ، ٤) ، حـ (٥ ، ٧) ، ء (−١ ، ١)

هى رءوس المستطيل ١ب حـ ء

الحل

∵ ميل $\overleftrightarrow{١ب} = \frac{-٢ - ٤}{٢ - ٨} = \frac{-٦}{-٦} = ١$ ، ميل $\overleftrightarrow{حـ ء} = \frac{٧ - ١}{٥ - (-١)} = \frac{٦}{٦} = ١$

∴ ميل $\overleftrightarrow{١ب}$ = ميل $\overleftrightarrow{حـ ء}$ ∴ $\overleftrightarrow{١ب}$ // $\overleftrightarrow{حـ ء}$ (١)

، ∵ ميل $\overleftrightarrow{١ء} = \frac{-٢ - ١}{٢ - (-١)} = \frac{-٣}{٣} = -١$ ، ميل $\overleftrightarrow{ب حـ} = \frac{٤ - ٧}{٨ - ٥} = \frac{-٣}{٣} = -١$

∴ ميل $\overleftrightarrow{١ء}$ = ميل $\overleftrightarrow{ب حـ}$ ∴ $\overleftrightarrow{١ء}$ // $\overleftrightarrow{ب حـ}$ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن : الشكل أ ب حـ ء متوازى أضلاع

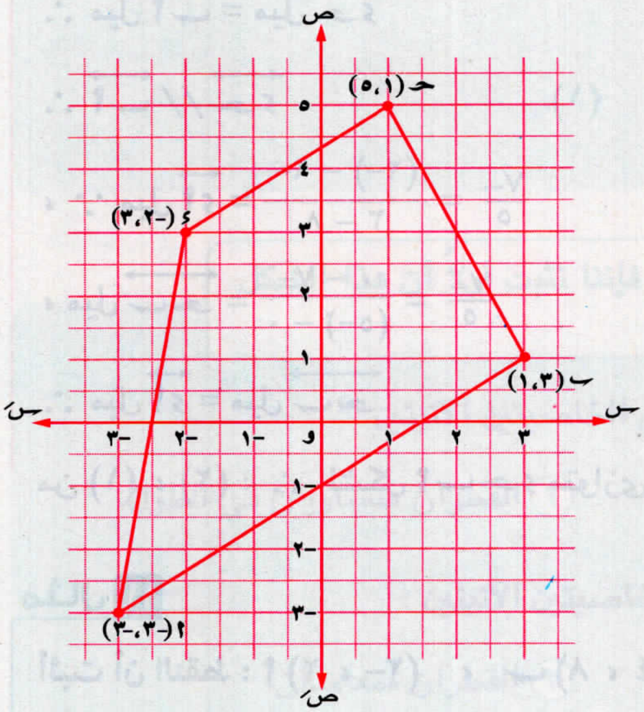
، ∵ ميل $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ × ميل $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ = ١ × −١ = −١

∴ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ ∴ الشكل أ ب حـ ء مستطيل.

مثال ١٢

على مستوى إحداثى متعامد مثل النقط : أ (−٣ ، −٣) ، ب (٣ ، ١) ، حـ (١ ، ٥)
، ء (−٢ ، ٣) ثم أثبت أن : الشكل أ ب حـ ء شبه منحرف.

الحل



∵ ميل $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ = $\frac{٥ - ٣}{١ - (-٢)}$ = $\frac{٢}{٣}$

، ميل $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ = $\frac{١ - (-٣)}{٣ - (-٣)}$ = $\frac{٤}{٦}$ = $\frac{٢}{٣}$

∴ ميل $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ = ميل $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$

∴ $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ // $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ (١)

، ميل $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ = $\frac{٥ - ١}{١ - ٣}$ = −٢

، ميل $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ = $\frac{٣ - (-٣)}{-٢ - (-٣)}$ = ٦

∴ ميل $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ ≠ ميل $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$

∴ $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ لا يوازى $\overleftrightarrow{\text{أ ء}}$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ الشكل أ ب حـ ء شبه منحرف.

على ميل الخط المستقيم

اختبار تفاعلى

● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات | أسئلة كتاب الوزارة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ ميل المستقيم الموازى لمحور السينات يساوى .... (القاهرة ٢٥ ، الجيزة ٢٤ ، بورسعيد ٢٣ ، القليوبية ١٨)

(أ) −١ (ب) صفر (جـ) ١ (د) غير معرف.

٢ ميل المستقيم الموازى لمحور الصادات .... (الفيوم ٢٣)

(أ) غير معرف (ب) = صفر (جـ) = ١ (د) = −١

٣ إذا كان : $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{جـ ء}$ وكان ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{٢}{٣}$ فإن : ميل $\overleftrightarrow{جـ ء}$ = ... (بنى سويف ٢٤ ، السويس ٢٣)

(أ) $\frac{٣}{٢}$ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (جـ) $-\frac{٣}{٢}$ (د) $-\frac{٢}{٣}$

٤ إذا كان : $\overleftrightarrow{أب}$ ⊥ $\overleftrightarrow{جـ ء}$ وكان ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{١}{٢}$ فإن : ميل $\overleftrightarrow{جـ ء}$ = ... (السويس ٢٥ ، القاهرة ١٩)

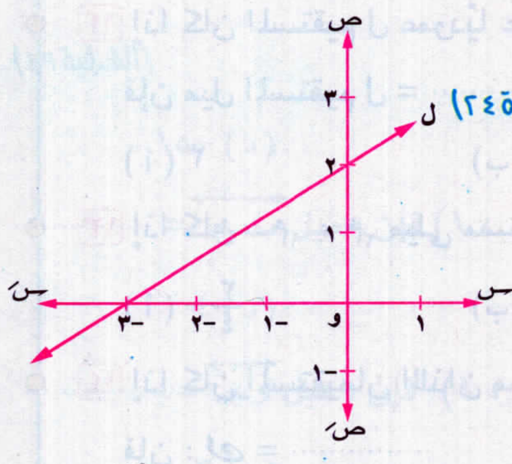
(أ) ٢ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $-\frac{١}{٢}$ (د) −٢

٥ فى الشكل المقابل : (الإسكندرية ٢٤)

ميل المستقيم ل يساوى ....

(أ) $\frac{٢}{٣}$ (ب) $\frac{-٢}{٣}$

(جـ) $\frac{٣}{٢}$ (د) $\frac{-٣}{٢}$

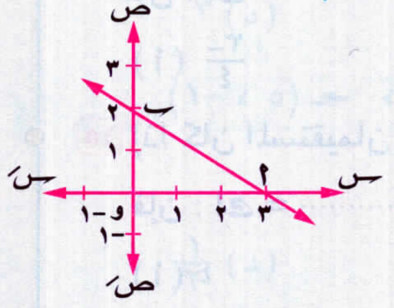


٦ فى الشكل المقابل : (الأقصر ١٩)

ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ...

(أ) $\frac{٢}{٣}$ (ب) $\frac{-٢}{٣}$

(جـ) $\frac{٣}{٢}$ (د) $\frac{-٣}{٢}$



7 ميل المستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها هـ يساوى .... (المنيا ٢٥ ، الجيزة ١٧)

(أ) جا هـ (ب) جتا هـ (جـ) $\frac{\text{جا هـ}}{\text{جتا هـ}}$ (د) جا هـ + جتا هـ

8 إذا كان ميل خط مستقيم أكبر من الصفر فإن الزاوية الموجبة التى يصنعها المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات تكون .... (دمياط ١١)

(أ) صفرية. (ب) حادة. (جـ) قائمة. (د) منفرجة.

9 إذا كان : $م_١$ ، $م_٢$ ميلى مستقيمين متعامدين فإن .... (قنا ١٢)

(أ) $م_١ = م_٢$ (ب) $م_١ = - م_٢$

(جـ) $م_١ م_٢ = -١$ (د) $م_١ م_٢ = ١$

10 إذا كان : $م_١$ ، $م_٢$ ميلى مستقيمين متوازيين فإن .... (الفيوم ٢٥ ، بورسعيد ٢٤ ، قنا ٢٣)

(أ) $م_١ - م_٢ = ٠$ (ب) $م_١ + م_٢ = ٠$

(جـ) $م_١ م_٢ = ٠$ (د) $م_١ - م_٢ \neq ٠$

11 ميل المستقيم الموازى للمستقيم المار بالنقطتين (٢ ، ٣) ، (-٢ ، ٣) يساوى .... (بورسعيد ١٨)

(أ) غير معرف (ب) صفر (جـ) -٤ (د) -١

12 إذا كان المستقيم ل عموديًا على المستقيم المار بالنقطتين (-١ ، ٢) ، (٠ ، ٥) فإن ميل المستقيم ل = ...

(أ) ٣ (ب) -٣ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) $-\frac{١}{٣}$

13 إذا كان : $م_١$ ، $م_٢$ ميلى مستقيمين متعامدين ، $م_١ = ٠,٧٥$ فإن : $م_٢$ = ... (الشرقية ١٣)

(أ) $-\frac{٣}{٤}$ (ب) $\frac{٤}{٣}$ (جـ) $-\frac{٤}{٣}$ (د) $\frac{٣}{٤}$

14 إذا كان المستقيمان اللذان ميلاهما $\frac{-٢}{٣}$ ، $\frac{ك}{٢}$ متوازيين فإن : ك = ... (الإسكندرية ٢٥ ، الوادى الجديد ٢٤ ، مطروح ١٩)

(أ) $\frac{-٣}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) ٣ (د) $\frac{-٤}{٣}$

15 إذا كان المستقيمان اللذان ميلاهما $\frac{-٢}{٣}$ ، $\frac{٦}{ك}$ متعامدين فإن : ك = ... (المنيا ٢٤ ، كفر الشيخ ١٩)

(أ) ٤ (ب) -٩ (جـ) -٤ (د) ٩

١٦ إذا كان المستقيم المار بالنقطتين : (٢ ، ٤) ، (٣ ، ك) يصنع زاوية قياسها ٤٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات فإن : ك = ... (الشرقية ٢٤)

(أ) ٣ (ب) ١ (جـ) ٥ (د) ٦

١٧ إذا كان المستقيم المار بالنقطتين : (س ، ٥) ، (٢ ، ٣) يوازى المستقيم المار بالنقطتين (٣ ، ٤) ، (٥ ، ٢) فإن : س = ...

(أ) ٢ (ب) −٢ (جـ) صفر (د) ١

١٨ المستقيم المار بالنقطتين : (−١ ، −١) ، (٤ ، ٤) يصنع زاوية موجبة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها .... (ش. سيناء ١٧ ، المنوفية ١٥)

(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٦٠° (د) ١٣٥°

١٩ إذا كان المستقيم المار بالنقطتين : (ك ، ٠) ، (٠ ، ٤) عموديًا على المستقيم الذى يصنع زاوية موجبة قياسها ٤٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات فإن : ك = ... (أسوان ١٣)

(أ) ٤ (ب) −٤ (جـ) ١ (د) −١

٢٠ إذا كان المستقيم $ل_1$ ميله $\frac{أ}{٥}$ ، والمستقيم $ل_2$ ميله $\frac{-ب}{٣}$ حيث أ ≠ ٠ ، ب ≠ ٠ وكان : $ل_1 \perp ل_2$ فإن : أ ب = ... (الشرقية ١٩)

(أ) $\frac{٣}{٥}$ (ب) $-\frac{٣}{٥}$ (جـ) ١٥ (د) −١٥

٢١ Δ أ ب جـ قائم الزاوية فى ب فيه : أ = (١ ، ٥) ، ب = (٠ ، ١) فإن : ميل $\overleftrightarrow{ب جـ}$ = ...

(أ) −٤ (ب) $-\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) ٤

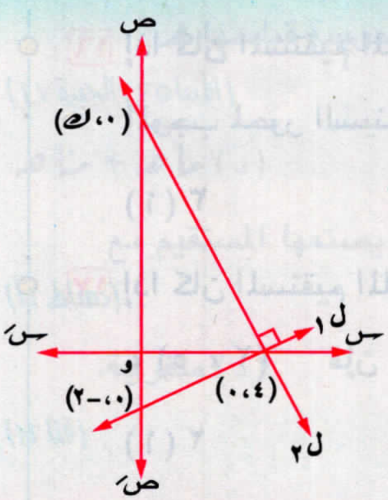
٢٢ أ ب جـ ء متوازى أضلاع حيث : أ (−١ ، ٤) ، ب (٠ ، ١) فإن : ميل $\overleftrightarrow{ء جـ}$ = ...

(أ) −٣ (ب) $-\frac{١}{٣}$ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) ٣

٢٣ إذا كان : أ ب جـ ء مربعًا قطراه $\overline{أ جـ}$ ، $\overline{ب ء}$ حيث : أ (٣ ، ٥) ، جـ (٥ ، −١) فإن : ميل $\overleftrightarrow{ب ء}$ = ...

(أ) −٦ (ب) −٣ (جـ) $-\frac{١}{٣}$ (د) $\frac{١}{٣}$

٢٤ في الشكل المقابل :



إذا كان : ل١ ⊥ ل٢

فإن : ك = ...

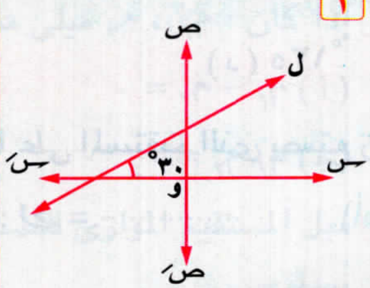
(أ) ٢ (ب) ٤

(جـ) ٦ (د) ٨

---

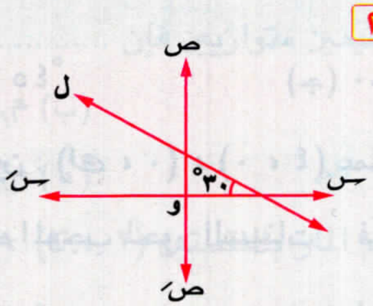
٢ اكتب أسفل كل شكل ميل المستقيم ل :

١



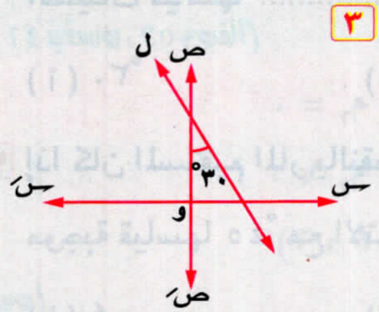
ميل ل = ...

٢



ميل ل = ...

٣



ميل ل = ...

---

٣ أوجد ميل الخط المستقيم الذى يصنع زاوية موجبة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها :

١ صفر°　**٢** ٣٠°　**٣** ٤٥°　**٤** ٥٧°

٥ ٦٠°　**٦** ٩٠°　**٧** ٤٢َ ٨٦°　**٨** ١٣٥°

---

٤ باستخدام الآلة الحاسبة أوجد قياس الزاوية الموجبة التى يصنعها المستقيم الذى ميله (م) مع الاتجاه الموجب لمحور السينات فى كل من الحالات الآتية :

١ م = ٠,٣　**٢** م = ٠,٣٦٧٣　**٣** م = ١,٠٢٤٦　**٤** م = $\frac{٤}{٥}$

---

٥ أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين : (٤ ، ٢) ، (٥ ، ٦) يوازى المستقيم المار بالنقطتين :

(٠ ، ٥) ، (-١ ، ١)

● تذكر　● فهم　○ تطبيق　● حل مشكلات

٦ أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين : أ (−٣ ، ٤) ، حـ (−٣ ، −٢) عمودى على المستقيم المار بالنقطتين : ب (١ ، ٢) ، ء (−٣ ، ٢) (الفيوم ٢٥ ، أسوان ٢٣)

---

٧ أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين : (٢ ، −١) ، (٦ ، ٣) يوازى المستقيم الذى يصنع زاوية موجبة قياسها ٤٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات. (دمياط ٢٥ ، الفيوم ٢٣ ، السويس ٢٠ ، المنيا ١٨)

---

٨ أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين : (٤ ، ٣ $\sqrt{3}$) ، (٥ ، ٢ $\sqrt{3}$) عمودى على المستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها ٣٠° (القليوبية ٢٤ ، الإسماعيلية ٢٣ ، الإسكندرية ٢٢)

---

٩ فى المستوى الإحداثى المتعامد إذا كانت : أ (١ ، ٥) ، ب (س − ١ ، ٣) ، حـ (٤ ، ٧) ، ء (٢ ، ١) أربع نقاط تحقق أن $\overleftrightarrow{\text{أء}}$ // $\overleftrightarrow{\text{بحـ}}$ فأوجد قيمة : س «٦»

---

١٠ إذا كان المثلث الذى رءوسه النقط ص (٤ ، ٢) ، س (٣ ، ٥) ، ع (−٥ ، أ) قائم الزاوية فى ص أوجد قيمة : أ (الغربية ٢٥ ، الفيوم ٢٢ ، أسيوط ٢٠ ، المنوفية ١٧ ، دمياط ١٧) «−١»

---

١١ إذا كان المستقيم $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ // محور الصادات حيث : أ (س ، ٧) ، ب (٣ ، ٥) فأوجد قيمة : س (أسيوط ٢٥ ، الأقصر ١٩) «٣»

---

١٢ إذا كان المستقيم $\overleftrightarrow{\text{حـء}}$ // محور السينات حيث : حـ (٤ ، ٢) ، ء (−٥ ، ص) فأوجد قيمة : ص (الإسكندرية ٢٤ ، دمياط ٢٢) «٢»

---

١٣ إذا كان المستقيم $ل_1$ يمر بالنقطتين (٣ ، ١) ، (٢ ، ك) والمستقيم $ل_2$ يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها ٤٥° فأوجد قيمة ك إذا كان المستقيمان $ل_1$ ، $ل_2$:

١ متوازيين. ٢ متعامدين. (الجيزة ٢٢ ، أسوان ٢٠ ، الإسكندرية ١٨) «صفر ، ٢»

---

١٤ أوجد قياس الزاوية الموجبة التى يصنعها المستقيم ل مع الاتجاه الموجب لمحور السينات إذا كان المستقيم ل يمر بالنقطتين : (٤ ، ٣) ، (٢ ، −٥) «٧٥° ٥٧َ ٥٠ً»

١٥ أوجد قياس الزاوية الموجبة التى يصنعها المستقيم ل مع الاتجاه الموجب لمحور السينات إذا كان المستقيم ل يمر بالنقطتين : (٠ ، ٠) ، (٢ ، −٢) «١٣٥°»

١٦ أوجد قياس الزاوية الموجبة التى يصنعها المستقيم ل مع الاتجاه الموجب لمحور السينات إذا كان المستقيم ل عموديًا على المستقيم المار بالنقطتين : (−٢ ، ٥) ، (٤ ، −١) (القليوبية ٢٥) «٤٥°»

١٧ أثبت أن النقط : أ (١ ، ١) ، ب (٤ ، ٢) ، حـ (٧ ، ٣) تقع على استقامة واحدة. (القاهرة ٢٥)

١٨ إذا كانت النقط : (٠ ، ١) ، (أ ، ٣) ، (٢ ، ٥) تقع على استقامة واحدة فأوجد قيمة : أ (المنوفية ٢٤ ، أسيوط ٢٣ ، الدقهلية ٢٢ ، القاهرة ٢٠ ، دمياط ١٩ ، سوهاج ١٨ ، قنا ١٦) «١»

١٩ إذا كان : أ (١ ، ٧) ، ب (−١ ، ٥) ، حـ (٤ ، ٢) أثبت أن : حـ ∉ $\overleftrightarrow{\text{أب}}$

٢٠ إذا كانت : أ (−١ ، −١) ، ب (٢ ، ٣) ، حـ (٦ ، ٠)
أثبت أن : المثلث أ ب حـ قائم الزاوية فى ب (الإسماعيلية ٢٤ ، مطروح ٢٢ ، أسوان ١٩ ، كفر الشيخ ١٧)

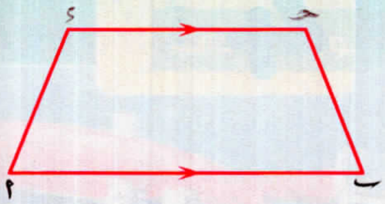
٢١ أثبت أن النقط : أ (−١ ، ١) ، ب (٠ ، ٥) ، حـ (٤ ، ٢) ، ء (٥ ، ٦) هى رءوس لمتوازى أضلاع. (الجيزة ٢٣)

٢٢ أثبت باستخدام الميل أن النقط : أ (−١ ، ٣) ، ب (٥ ، ١) ، حـ (٦ ، ٤) ، ء (٠ ، ٦) هى رءوس المستطيل أ ب حـ ء (الإسكندرية ٢٣ ، الإسماعيلية ٢٢ ، ش سيناء ١٨)

٢٣ أثبت أن النقط : أ (١ ، ٣) ، ب (٦ ، ٤) ، حـ (٧ ، ٩) ، ء (٢ ، ٨) هى رءوس المعين أ ب حـ ء

٢٤ أثبت أن النقط : أ (−١ ، −١) ، ب (٢ ، ٣) ، حـ (٦ ، ٠) ، ء (٣ ، −٤) هى رءوس مربع.

٢٥ في الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شبه منحرف فيه : $\overline{أب}$ // $\overline{حـ ء}$

، أ (٩ ، –٢) ، ب (٣ ، ٢) ، حـ (س ، – س)

، ء (٤ ، –٣) أوجد إحداثيي نقطة حـ (السويس ١٩ ، الإسكندرية ١٤) «(١ ، –١)»

---

٢٦ أثبت أن النقط : أ (٤ ، ٣) ، ب (٧ ، ٠) ، حـ (١ ، –٢) هي رؤوس مثلث وإذا كانت نقطة ء (١ ، ٢) فأثبت أن : الشكل أ ب حـ ء شبه منحرف

وأوجد النسبة بين : أ ء ، ب حـ «١ : ٢»

للمتفوقين

٢٧ أوجد ميل المستقيم الذي يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية حادة موجبة جيبها $\frac{٣}{٥}$ «$\frac{٣}{٤}$»

---

٢٨ إذا كانت النقط : أ (١ ، ١) ، ب (٣ ، ٣) ، حـ (٠ ، –٣ – س) ، ء (س ، ص)

هي رؤوس المستطيل أ ب حـ ء فأوجد قيمة كل من : س ، ص (الشرقية ٢٤ ، الأقصر ٢٤) «–٢ ، ٤»

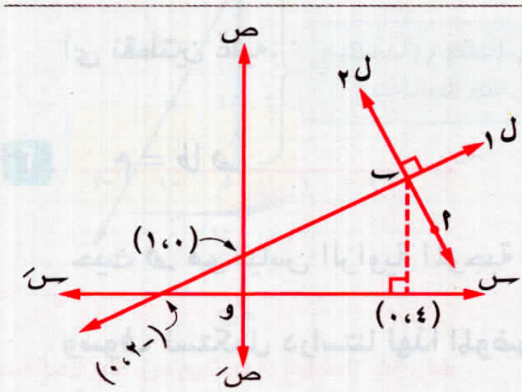
---

٢٩ أ ب حـ ء معين فيه : أ (٣ ، ٢) ، ب (٤ ، ك) ، حـ (–١ ، –٢) أوجد :

[١] قيمة ك [٢] طول $\overline{ب ء}$ (الإسماعيلية ١٣) «–٣ ، ٦ $\sqrt{٢}$ وحدة طول»

---

٣٠ في الشكل المقابل :



إذا كان : المستقيم $ل_١$ ⊥ المستقيم $ل_٢$

، أ ∈ المستقيم $ل_٢$ بحيث : أ (٥ م ، م)

أوجد قيمة : م

«١»

الدرس 4

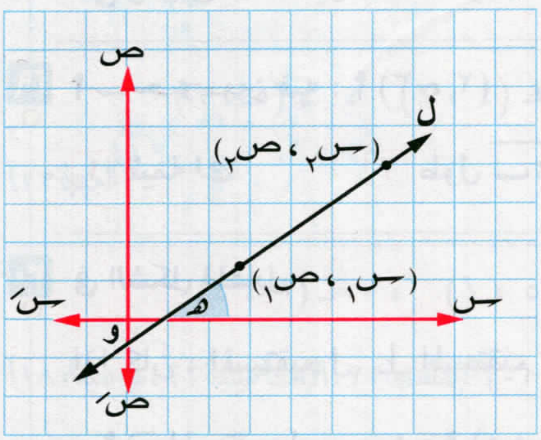
معادلة الخط المستقيم بمعلومية ميله وطول الجزء المقطوع من محور الصادات



سبق أن درسنا أن :

العلاقة أ س + ب ص + حـ = ٠ حيث أ ، ب (كلاهما معًا) ≠ ٠

هى علاقة خطية يمثلها بيانيًا خط مستقيم يمكن إيجاد ميله (م) بإحدى الطريقتين الآتيتين :



١ $م = \frac{التغير الرأسى}{التغير الأفقى} = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$

حيث $(س_1 ، ص_1)$ ، $(س_2 ، ص_2)$

أى نقطتين عليه.

٢ م = طا هـ

حيث هـ هو قياس الزاوية الموجبة التى يصنعها المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

وسوف نستكمل دراستنا لهذا الموضوع بدراسة كيفية :

* إيجاد ميل الخط المستقيم وطول الجزء المقطوع بالمستقيم من محور الصادات إذا علمت معادلة الخط المستقيم.

* إيجاد معادلة الخط المستقيم إذا علم ميله وطول الجزء المقطوع بالمستقيم من محور الصادات.

أولًا إيجاد ميل الخط المستقيم وطول الجزء المقطوع من محور الصادات

مثال تمهيدى

مثل بيانيًا العلاقة : ٢ س − ص + ٣ = ٠ ثم أوجد من الرسم ميل المستقيم الممثل لهذه العلاقة وطول الجزء المقطوع بالمستقيم من محور الصادات.

الحل

لرسم المستقيم يجب إيجاد على الأقل نقطتين من نقط المستقيم ، ولتسهيل ذلك يفضل وضع أحد المتغيرين س أو ص فى طرف مستقل :

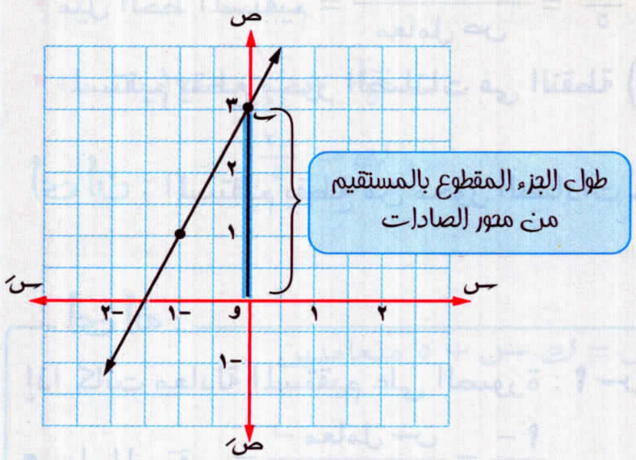
∵ ٢ س − ص + ٣ = ٠ ∴ − ص = −٢ س − ٣ ∴ ص = ٢ س + ٣

بوضع س = ٠ ∴ ص = ٠ + ٣ = ٣ ∴ (٠ ، ٣) إحدى نقط المستقيم

بوضع س = −١ ∴ ص = −٢ + ٣ = ١ ∴ (−١ ، ١) إحدى نقط المستقيم

أى أن : المستقيم يمر بالنقطتين (٠ ، ٣) ، (−١ ، ١)

∴ ميل المستقيم = $\frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$ = $\frac{١ - ٣}{-١ - ٠}$ = $\frac{-٢}{-١}$ = ٢



ومن الرسم نجد أن : و ب = ٣ وحدات طولية

أى أن : المستقيم يقطع من الجزء الموجب لمحور الصادات ٣ وحدات طولية

وبملاحظة معادلة المستقيم : ص = ٢ س + ٣

نجد أن :

* ميل المستقيم = معامل س = ٢

* طول الجزء المقطوع بالمستقيم من محور الصادات

= | الحد المطلق | = | ٣ | = ٣ وحدات طولية

طول الجزء المقطوع بالمستقيم من محور الصادات

ص = ٢ س + ٣

ميل المستقيم

أى أنه :

إذا كانت معادلة الخط المستقيم على الصورة : ص = م س + حـ فإن :

- ميل الخط المستقيم = م
- طول الجزء المقطوع من محور الصادات بالمستقيم = | حـ | والمستقيم يمر بالنقطة (٠ ، حـ)

مثال ١

أوجد ميل الخط المستقيم : ٢ س + ٥ ص − ١٥ = ٠ وأوجد طول الجزء المقطوع من محور الصادات.

الحل

نضع معادلة الخط المستقيم على الصورة : ص = م س + حـ

∴ ٥ ص = −٢ س + ١٥ ∴ ص = $\frac{-٢}{٥}$ س + ٣

∴ ميل المستقيم = $\frac{-٢}{٥}$ وطول الجزء المقطوع من محور الصادات = ٣ وحدات طولية.

ملاحظة

فى المثال السابق وبملاحظة المعادلة على الصورة : ٢ س + ٥ ص − ١٥ = ٠ **نجد أن :**

- ميل الخط المستقيم = $\frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$ = $\frac{-٢}{٥}$
- المستقيم يقطع محور الصادات فى النقطة $\left(٠ \text{ ، } \frac{-\text{الحد المطلق}}{\text{معامل ص}}\right)$ أى (٠ ، ٣)

أى أن : المستقيم يقطع من محور الصادات جزءًا طوله = $\left|\frac{-\text{الحد المطلق}}{\text{معامل ص}}\right|$ = | ٣ | = ٣ وحدات طولية.

أى أنه :

إذا كانت معادلة المستقيم على الصورة : أ س + ب ص + حـ = ٠ فإن :

- ميل المستقيم = $\frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$ = $\frac{-\text{أ}}{\text{ب}}$
- المستقيم يقطع محور الصادات فى النقطة $\left(٠ \text{ ، } \frac{-\text{حـ}}{\text{ب}}\right)$

أى أن : طول الجزء المقطوع من محور الصادات = $\left|\frac{-\text{حـ}}{\text{ب}}\right|$

فمثلًا : • المستقيم الذى معادلته : $س - ٢ ص + ٣ = ٠$

ميله = $\frac{-١}{-٢} = \frac{١}{٢}$ ، ويقطع محور الصادات فى النقطة $(٠ ، \frac{٣}{٢})$

أى أنه يقطع جزءًا طوله = $\frac{٣}{٢}$ وحدة طولية من الجزء الموجب لمحور الصادات.

• المستقيم الذى معادلته : $٣ س + ص + ٤ = ٠$

ميله = -٣ ، ويقطع محور الصادات فى النقطة $(٠ ، -٤)$

أى أنه يقطع جزءًا طوله = ٤ وحدات طولية من الجزء السالب لمحور الصادات.

مثال ٢

إذا كان المستقيم المار بالنقطتين $(-١ ، ٧)$ ، $(٩ ، ٣)$ عموديًا على المستقيم الذى معادلته :
$س + ك ص - ١٣ = ٠$ فأوجد قيمة : ك

الحل

بفرض أن : ميل المستقيم المار بالنقطتين $(-١ ، ٧)$ ، $(٩ ، ٣)$ هو $م_١$

$$\therefore م_١ = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٣ - ٧}{٩ - (-١)} = \frac{-٤}{١٠} = \frac{-٢}{٥}$$

وبفرض أن : ميل المستقيم الذى معادلته : $س + ك ص - ١٣ = ٠$ هو $م_٢$

$$\therefore م_٢ = \frac{-أ}{ب} = \frac{-١}{ك}$$

، $\because$ المستقيمان متعامدان $\therefore م_١ \times م_٢ = -١$ $\therefore \frac{-٢}{٥} \times \frac{-١}{ك} = -١$

$\therefore \frac{٢}{٥ ك} = -١$ $\therefore -٥ ك = ٢$ $\therefore ك = \frac{-٢}{٥}$

حاول بنفسك ١

١ إذا كان المستقيمان : $٣ ص + س - ٧ = ٠$ ، $ص = ك س + ٥$ متعامدين
فأوجد : قيمة ك

٢ مستقيم معادلته : $٣ س - ٣ ص + ٥ = ٠$ أوجد قياس الزاوية الموجبة التى يصنعها هذا المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

٣ أوجد طول الجزء المقطوع من محور الصادات بالمستقيم الذى معادلته : $٢ ص = ٣ س + ١٢$

ثانيًا إيجاد معادلة الخط المستقيم إذا علم ميله وطول الجزء المقطوع من محور الصادات بهذا المستقيم

المستقيم الذى ميله = م ويقطع محور الصادات فى النقطة (٠ ، حـ)
تكون معادلته على الصورة : ص = م س + حـ

مثال ٣

أوجد معادلة المستقيم :

١ الذى ميله = $-\frac{٣}{٤}$ ويقطع من الجزء الموجب لمحور الصادات ٣ وحدات طولية.

٢ الذى ميله = ٢ ويقطع من الجزء السالب لمحور الصادات ٧ وحدات طولية.

الحل

ص = م س + حـ

١ ∵ م = $-\frac{٣}{٤}$ ، حـ = ٣ ∴ معادلة المستقيم هى : ص = $-\frac{٣}{٤}$ س + ٣

٢ ∵ م = ٢ ، حـ = −٧ ∴ معادلة المستقيم هى : ص = ٢ س − ٧

مثال ٤

أوجد معادلة المستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها ١٣٥° ويقطع من الجزء الموجب لمحور الصادات جزءًا مقداره ٧ وحدات طول.

الحل

∵ الميل = ظا هـ = ظا ١٣٥° = −١ ∴ معادلة المستقيم المطلوبة هى : ص = − س + ٧

ملاحظات

١ معادلة المستقيم الذى يمر بنقطة الأصل و (٠ ، ٠) هى ص = م س حيث م ميل المستقيم.

٢ معادلة محور السينات هى ص = ٠

٣ معادلة محور الصادات هى س = ٠

٤ معادلة المستقيم الذى يوازى محور السينات ويمر بالنقطة (٠ ، ل) هى ص = ل

٥ معادلة المستقيم الذى يوازى محور الصادات ويمر بالنقطة (ك ، ٠) هى س = ك

مثال ٥

أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين : (١ ، –١) ، (٢ ، ٢)

الحل

نفرض أن معادلة المستقيم على الصورة : ص = م س + حـ

، ∵ الميل (م) = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{٢ - (-١)}{٢ - ١} = ٣$

∴ معادلة المستقيم تصبح على الصورة : ص = ٣ س + حـ

، ∵ (١ ، –١) تنتمى للمستقيم

∴ –١ = ٣ × ١ + حـ ∴ حـ = –١ – ٣ = –٤

∴ معادلة المستقيم هى : ص = ٣ س – ٤

مثال ٦

أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٢) موازيًا المستقيم : ٢ س + ٣ ص – ٦ = ٠

الحل

∵ ميل المستقيم المعطى = $\frac{- \text{معامل س}}{\text{معامل ص}} = \frac{-٢}{٣}$

∴ ميل المستقيم المطلوب معادلته = $\frac{-٢}{٣}$

∴ معادلة المستقيم المطلوبة هى : ص = $\frac{-٢}{٣}$ س + حـ

، ∵ المستقيم يمر بالنقطة (١ ، ٢) ∴ فهى تحقق معادلته

∴ ٢ = $\frac{-٢}{٣}$ × ١ + حـ ∴ حـ = $\frac{٨}{٣}$

∴ معادلة المستقيم المطلوبة هى : ص = $\frac{-٢}{٣}$ س + $\frac{٨}{٣}$

مثال ٧

أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢ ، ٣) عموديًا على الخط المستقيم المار بالنقطتين :

أ (٣ ، –٤) ، ب (٥ ، –٣)

الحل

∴ ميل المستقيم المار بالنقطتين أ ، ب يساوى $\frac{-٣ - (-٤)}{٥ - ٣} = \frac{١}{٢}$

∴ ميل المستقيم العمودى = $\frac{-٢}{١} = -٢$

∴ معادلة المستقيم المطلوبة هى : ص = –٢ س + ح

، ∵ المستقيم يمر بالنقطة (٢ ، ٣) ∴ فهى تحقق معادلته

∴ ٣ = –٢ × ٢ + ح ∴ ح = ٧

∴ معادلة المستقيم المطلوبة هى : ص = –٢ س + ٧

حاول بنفسك ٢

١ أوجد معادلة المستقيم الذى يقطع من محور الصادات جزءًا موجبًا طوله ٥ وحدات طولية ويوازى المستقيم المار بالنقطتين (–٢ ، ٣) ، (–١ ، –٦)

٢ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣ ، ٤) عموديًا على $\overleftrightarrow{أب}$ حيث :

أ (٢ ، –٣) ، ب (٥ ، ٤)

مثال ٨

أ ب ح مثلث رءوسه النقط أ (١ ، ٢) ، ب (–٢ ، ٣) ، ح (–٤ ، –٣) ، $\overline{أء}$ متوسط فيه

أوجد : معادلة المستقيم المار بالمتوسط $\overline{أء}$

الحل

∵ $\overline{أء}$ متوسط فى Δ أ ب ح ∴ ء منتصف $\overline{بح}$

∴ ء = $\left(\frac{-٢ + (-٤)}{٢} ، \frac{٣ + (-٣)}{٢} \right)$ = (–٣ ، ٠)

∴ ميل المستقيم المار بالنقطتين أ ، ء يساوى $\frac{٢ - ٠}{١ - (-٣)} = \frac{١}{٢}$

∴ معادلة المستقيم المطلوبة هى : ص = $\frac{١}{٢}$ س + حـ

، ∵ المستقيم يمر بالنقطة أ = (١ ، ٢) ∴ فهى تحقق معادلته

∴ ٢ = $\frac{١}{٢}$ × ١ + حـ ∴ حـ = $\frac{٣}{٢}$

∴ معادلة المستقيم المطلوبة هى : ص = $\frac{١}{٢}$ س + $\frac{٣}{٢}$

حاول بنفسك ٣

أ ب حـ مثلث رءوسه النقط : أ (-١ ، ٥) ، ب (٤ ، -٢) ، حـ (-٣ ، ٠)

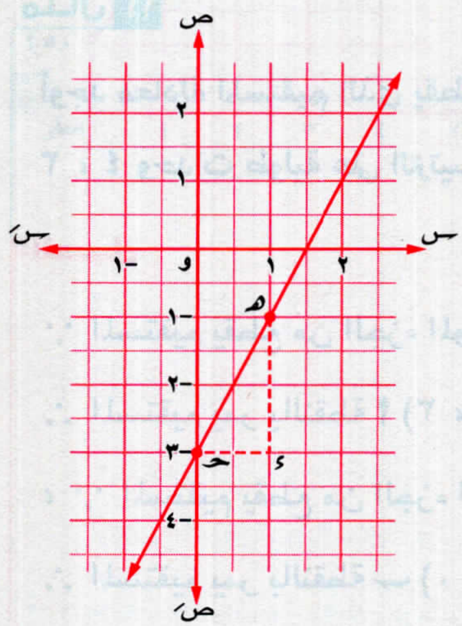
أوجد معادلة المستقيم المار بالرأس أ عموديًا على $\overline{ب حـ}$

مثال ٩

باستخدام الميل والجزء المقطوع من محور الصادات مثل بيانيًا المستقيم الذى معادلته :

ص = ٢ س - ٣

الحل



ميل المستقيم = ٢ = $\frac{٢}{١}$ = $\frac{\text{التغير الرأسى}}{\text{التغير الأفقى}}$

، المستقيم يمر بالنقطة حـ (٠ ، -٣)

من النقطة حـ نتحرك أفقيًا نحو اليمين وحدة واحدة

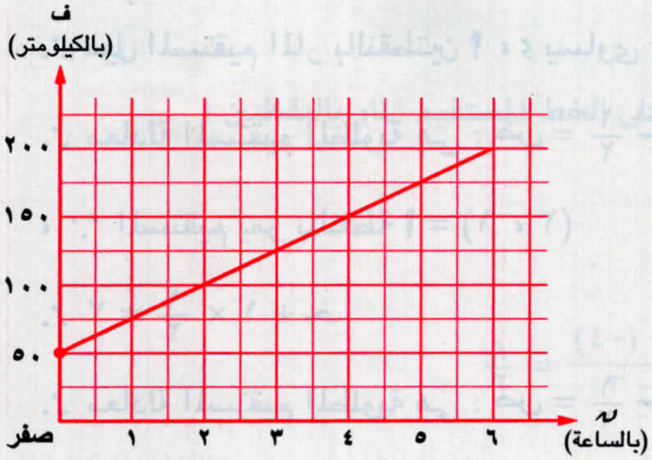
(التغير الأفقى (+ ١)) فنصل إلى النقطة ء

ثم نتحرك رأسيًا لأعلى وحدتين (التغير الرأسى (+ ٢))

فنصل إلى هـ فيكون $\overleftrightarrow{حـ هـ}$ هو التمثيل البيانى

لمعادلة المستقيم : ص = ٢ س - ٣

مثال ١٠



الشكل المقابل يمثل حركة سيارة تسير بسرعة منتظمة حيث المسافة (ف) مقيسة بالكيلو متر ، والزمن (ن) بالساعة أوجد :

١ المسافة عند بدء الحركة.

٢ سرعة السيارة.

٣ معادلة الخط المستقيم الممثل لحركة السيارة.

الحل

١ المسافة عند بدء الحركة = ٥٠ كيلو متر

٢ سرعة السيارة = ميل الخط البيانى المار بالنقطتين (٠ ، ٥٠) ، (٦ ، ٢٠٠)

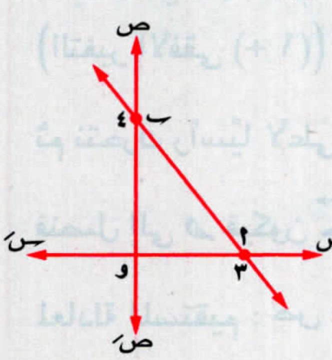
$= \frac{٢٠٠ - ٥٠}{٦ - ٠} = \frac{١٥٠}{٦} = ٢٥$ كم/ ساعة

٣ معادلة الخط المستقيم هى : ف = م ن + ح أى أن : ف = ٢٥ ن + ٥٠

مثال ١١

أوجد معادلة المستقيم الذى يقطع من محورى الإحداثيات السينى والصادى جزءين موجبين طولاهما ٣ ، ٤ وحدات طولية على الترتيب ثم أوجد مساحة المثلث المحصور بين المستقيم ومحورى الإحداثيات.

الحل



∵ المستقيم يقطع من الجزء الموجب لمحور السينات ٣ وحدات طولية

∴ المستقيم يمر بالنقطة أ (٣ ، ٠)

، ∵ المستقيم يقطع من الجزء الموجب لمحور الصادات ٤ وحدات طولية

∴ المستقيم يمر بالنقطة ب (٠ ، ٤)

∴ المستقيم يمر بالنقطتين ا (٣ ، ٠) ، ب (٠ ، ٤)

وبفرض معادلة المستقيم : ص = م س + حـ

حيث الميل : م = $\frac{٤ - ٠}{٠ - ٣}$ = $\frac{-٤}{٣}$ ∴ ص = $\frac{-٤}{٣}$ س + حـ

، ∵ حـ = ٤ ∴ المعادلة هى : ص = $\frac{-٤}{٣}$ س + ٤

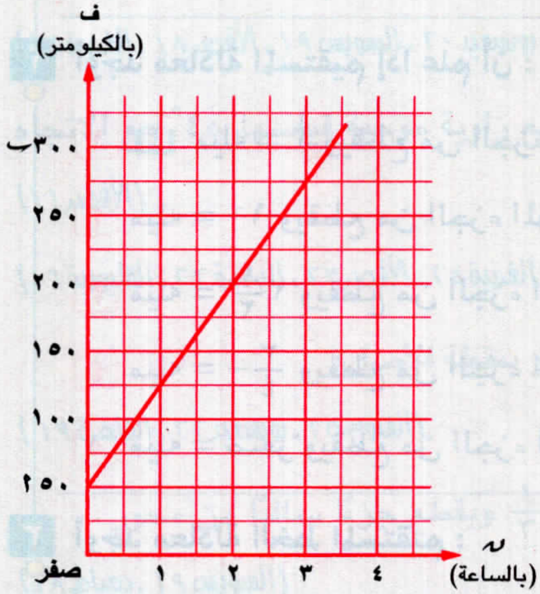
، مساحة Δ ا ب و = $\frac{١}{٢}$ × ا و × ب و = $\frac{١}{٢}$ × ٣ × ٤ = ٦ وحدات مربعة.

حاول بنفسك ٤

تحرك شخص بسيارته بسرعة منتظمة بين المدينتين ا ، ب

والشكل البيانى المقابل يوضح العلاقة بين

المسافة (ف) بالكيلو متر والزمن (ن) بالساعة.



أجب عما يأتى :

١ ما مقدار السرعة المنتظمة للسيارة ؟

٢ أوجد معادلة الخط المستقيم الممثل لحركة السيارة.

٣ أوجد المسافة التى تبعدها السيارة عن نقطة و (٠ ، ٠) بعد مرور ٣ ساعات من بداية الحركة.

تمارين 6

على معادلة الخط المستقيم بمعلومية ميله وطول الجزء المقطوع من محور الصادات

اختبار تفاعلى

● تذكر ● فهم ● تطبيق ● حل مشكلات | أسئلة كتاب الوزارة

١ أوجد الميل والجزء المقطوع من محور الصادات بكل من المستقيمات الآتية :

١ ص = ٥ س − ٣

٢ ٢ ص = ٤ − س

٣ ٢ س − ٣ ص − ٦ = ٠ (الإسكندرية ٢٣)

٤ $\frac{ص - ٢}{س} = \frac{١}{٢}$ (بنى سويف ٢٤)

٥ $\frac{س}{٢}$ + ٣ ص = ٦ (الدقهلية ١٥)

٦ $\frac{س}{٢} + \frac{ص}{٣} = ١$ (الإسكندرية ٢٤ ، القليوبية ٢٠ ، مطروح ١٩ ، سوهاج ١٨ ، الجيزة ١٦)

٢ أوجد معادلة المستقيم إذا علم أن :

١ ميله = ٢ ويقطع من الجزء الموجب لمحور الصادات ٧ وحدات. (السويس ٢٠ ، دمياط ١٩)

٢ ميله = −١ ويقطع من الجزء الموجب لمحور الصادات ٣ وحدات.

٣ ميله = ٢$\frac{١}{٢}$ ويقطع من الجزء السالب لمحور الصادات وحدة واحدة.

٤ ميله = −$\frac{٣}{٤}$ ويقطع من الجزء السالب لمحور الصادات ٢$\frac{١}{٢}$ وحدة.

٥ ميله = صفر ويقطع من الجزء السالب لمحور الصادات وحدتين.

٣ أوجد معادلة الخط المستقيم :

١ المار بالنقطة (٣ ، ٢) ويصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها ٤٥°

(المنيا ٢٥ ، دمياط ٢٢ ، الشرقية ١٧)

٢ الذى يقطع من الجزء السالب لمحور الصادات جزءًا طوله ٣ وحدات ويوازى المستقيم الذى معادلته :

٢ س − ٣ ص = ٦ (سوهاج ٢٤ ، البحيرة ١١)

٣ العمودى على المستقيم : ٣ س − ٤ ص + ٧ = ٠ ويقطع من الجزء الموجب لمحور الصادات جزءًا مقداره ٦ وحدات.

٤ الذى يقطع جزءًا موجبًا من محور الصادات مقداره ٥ وحدات وعمودى على المستقيم المار بالنقطتين (−٢ ، ١) ، (٢ ، ٧)

٥ الذى يقطع من محورى الإحداثيات السينى والصادى جزءين موجبين طولاهما ٤ ، ٩ على الترتيب. (القليوبية ١٩ ، كفر الشيخ ١٨ ، الأقصر ١٧)

٦ المار بالنقطة (٢ ، −١) وميله يساوى ٢ (القليوبية ١١)

٧ المار بالنقطة (−٢ ، ٣) عموديًا على المستقيم الذى معادلته : ص = $\frac{١}{٢}$ س − ٥

(الإسماعيلية ٢٥ ، الدقهلية ١٣)

٨ المار بالنقطة (٣ ، −٥) ويوازى المستقيم : س + ٢ ص − ٧ = ٠ (المنيا ٢٥ ، البحيرة ٢٤ ، الجيزة ٢٣)

٩ الذى يمر بالنقطة (٣ ، −١) ويوازى المستقيم المار بالنقطتين (−٢ ، ١) ، (١ ، ٥) (الشرقية ٢٣)

١٠ المار بالنقطة (١ ، ٢) عموديًا على المستقيم المار بالنقطتين

أ (٢ ، −٣) ، ب (٥ ، −٤) (أسوان ٢٤ ، بورسعيد ٢٠ ، السويس ١٩ ، الأقصر ١٨ ، الغربية ١٤)

١١ المار بالنقطة (٢ ، −٢) عموديًا على المستقيم الذى يصنع زاوية موجبة قياسها ٤٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات. (الأقصر ١١)

١٢ المار بالنقطتين : (٢ ، −١) ، (١ ، ١) (البحر الأحمر ٢٥ ، الغربية ٢٤ ، الأقصر ٢٣ ، البحيرة ٢٢ ، القليوبية ١٦)

١٣ المار بالنقطتين : (٤ ، ٢) ، (−٢ ، −١) ثم أثبت أنه يمر بنقطة الأصل.

(الفيوم ٢٥ ، بورسعيد ٢٢ ، القاهرة ١٩)

١٤ الذى ميله يساوى ميل الخط المستقيم : $\frac{\text{ص} - ١}{\text{س}} = \frac{١}{٣}$ ويقطع جزءًا سالبًا من محور الصادات مقداره ٣ وحدات. (السويس ١٩ ، دمياط ١٨)

١٥ العمودى على $\overline{\text{أب}}$ من نقطة أ حيث : أ (−٣ ، ٦) ، ب (٢ ، ١)

١٦ العمودى على $\overline{\text{أب}}$ من نقطة منتصفها حيث : أ (١ ، ٣) ، ب (٣ ، ٥) (سوهاج ٢٥ ، قنا ١٨)

١٧ المار بمنتصف القطعة المستقيمة $\overline{\text{أب}}$ حيث : أ = (٤ ، ٨) ، ب = (−٢ ، ٤) ويوازى المستقيم الذى معادلته : ٢ ص = ٤ س − ٥

١٨ الذى يمر بمنتصف القطعة $\overline{\text{أب}}$ حيث : أ (٣ ، ٦) ، ب (−١ ، ٤) عموديًا على المستقيم الذى معادلته : ٢ ص − ٤ س + ١١ = ٠ . (القاهرة ٠٩)

١٩ المار بالنقطة (٢ ، ٣) ويقطع من الجزء الموجب لمحور السينات ٤ وحدات. (الشرقية ١٨)

٤ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ المستقيم الذى معادلته : ٣ ص = ٢ س − ٦ ، ميله يساوى .... (الشرقية ١٩)

(أ) ٢ (ب) $\frac{٣}{٢}$ (جـ) ٦ (د) $\frac{٢}{٣}$

٢ ميل المستقيم العمودى على المستقيم الذى معادلته : ٣ س − ٤ ص − ١٥ = ٠ هو ....

(أ) $\frac{٣}{٤}$ (ب) $-\frac{٣}{٤}$ (جـ) $\frac{٤}{٣}$ (د) $-\frac{٤}{٣}$

٣ ميل المستقيم : س − ٥ = صفر هو .... (الفيوم ٢٢ ، دمياط ١٩)

(أ) ٥ (ب) $\frac{١}{٥}$ (جـ) غير معرف. (د) صفر

٤ المستقيم الذى معادلته : ص = ٣ ، ميله = ... (قنا ٢٥)

(أ) ٣ (ب) ٢ (جـ) صفر (د) غير معرف

٥ المستقيم الذى معادلته : ٣ س − ٣ ص + ٥ = ٠ يصنع زاوية موجبة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها .... (المنوفية ١١)

(أ) °٣٠ (ب) °٤٥ (جـ) °٦٠ (د) °٩٠

٦ المستقيم الذى معادلته : ٢ س − ٣ ص − ٦ = ٠ يقطع من الجزء السالب لمحور الصادات جزءًا طوله .... وحدة طول. (القليوبية ١٨ ، قنا ١٧ ، القاهرة ١٤ ، الفيوم ١٣)

(أ) −٦ (ب) −٢ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) ٢

٧ المستقيم الذى معادلته : ٢ س + ٥ ص − ١٠ = ٠ يقطع من الجزء الموجب لمحور السينات جزءًا طوله يساوى .... وحدة طول. (الدقهلية ١١)

(أ) $\frac{٢}{٥}$ (ب) ٢ (جـ) $\frac{٥}{٢}$ (د) ٥

٨ معادلة الخط المستقيم المار بنقطة الأصل وميله = ١ هى .... (مطروح ٢٤ ، القليوبية ١٩)

(أ) ص = س (ب) ص = − س (جـ) ص = ٢ س (د) ص = ٠

٩ معادلة الخط المستقيم المار بنقطة الأصل ويميل على الاتجاه الموجب لمحور السينات بزاوية قياسها °٦٠ هى .... (الشرقية ١٩)

(أ) س = $\sqrt{٣}$ ص (ب) ص = $\sqrt{٣}$ س + ٢ (جـ) ص = ٣ س (د) ص = $\sqrt{٣}$ س

١٠ المستقيم الذى ميله $\frac{1}{2}$ ويقطع محور الصادات عند النقطة (صفر ، ٣) تكون معادلته هى .... (المنوفية ١٩)

(أ) ٢ ص = $\frac{1}{2}$ س + ٦ (ب) ص = $\frac{1}{2}$ س

(جـ) ص = $\frac{1}{2}$ س + ٣ (د) ٢ ص = $\frac{1}{2}$ س + ٣

١١ معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (٢ ، -٣) ويوازى محور السينات هى ....

(المنيا ٢٢ ، كفر الشيخ ١٩)

(أ) س = ٢ (ب) ص = ٣ (جـ) س = -٢ (د) ص = -٣

١٢ معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (-٥ ، ٣) ويوازى محور الصادات هى .... (بنى سويف ١٩)

(أ) س = -٥ (ب) ص = -٥ (جـ) ص = ٣ (د) س = ٣

١٣ معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (٥ ، -٤) وعمودى على محور الصادات هى ....

(سوهاج ٢٥)

(أ) ص = -٤ (ب) س = ٥ (جـ) ص = ٤ (د) س = -٥

١٤ معادلة المستقيم الذى يقطع جزءًا طوله ٤ وحدات من الاتجاه الموجب لمحور الصادات ويوازى المستقيم : ص = ٣ س + ٥ هى ....

(أ) ص = ٣ س + ٤ (ب) ص = ٤ س + ٣

(جـ) ص = ٣ س - ٤ (د) ص = -٣ س + ٤

١٥ المستقيمان : ص = ٣ س - ٥ ، ٢ ص = ٦ س + ٥ هما مستقيمان .... (الجيزة ٠٩)

(أ) متوازيان. (ب) منطبقان.

(جـ) متقاطعان وغير متعامدين. (د) متعامدان.

١٦ إذا كان المستقيمان : ٣ س - ٤ ص - ٣ = ٠ ، ك ص + ٤ س - ٨ = ٠ متعامدين

فإن : ك = ... (الإسكندرية ٢٣ ، البحر الأحمر ١٩ ، الجيزة ١٦)

(أ) -٤ (ب) -٣ (جـ) ٣ (د) ٤

١٧ إذا كان المستقيمان : س + ص = ٥ ، ك س + ٢ ص = ٠ متوازيين

فإن : ك = ... (الجيزة ٢٣ ، المنيا ١٩ ، قنا ١٧ ، سوهاج ١٦ ، الدقهلية ١٥)

(أ) -٢ (ب) -١ (جـ) ١ (د) ٢

١٨ إذا كان المستقيم الذى معادلته : ص = ك س + ٥ يوازى محور السينات

فإن : ك = ... (الغربية ١٨)

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

١٩ إذا كان المستقيمان : ص = أ س + ب ، ص = جـ س + ء متعامدين

فإن : .... = −١ (المنيا ٢٥ ، سوهاج ١٦)

(أ) أ × ء (ب) ب × جـ (جـ) أ × جـ (د) ب × ء

٢٠ المستقيم المار بالنقطتين (٥ ، ٤) ، (١ ، ٥) عمودى على المستقيم ....

(أ) ٤ س = ٣ − ٤ ص (ب) ٥ ص + س = ٤

(جـ) ص = ٤ س (د) س + ٢ ص = ٤

٢١ ميل المستقيم الذى معادلته : ٣ ص = أ س − ٥ ويمر بالنقطة (٢٠ ، ٥) هو ....

(أ) −١ (ب) ١ (جـ) −٢ (د) $\frac{1}{3}$

٢٢ إذا كان المستقيم الذى معادلته : أ س + (٢ − أ) ص = ٥ يوازى المستقيم المار بالنقطتين

(١ ، ٤) ، (٣ ، ٥) فإن : أ = ... (كفر الشيخ ٢٠ ، الدقهلية ١٩)

(أ) ٣ (ب) −٢ (جـ) ٦ (د) ٤

٢٣ مساحة المثلث بالوحدات المربعة المحدد بالمستقيمات : ٣ س − ٤ ص = ١٢

، س = ٠ ، ص = ٠ تساوى .... (بنى سويف ٢٣ ، الفيوم ٢٠ ، القليوبية ١٥)

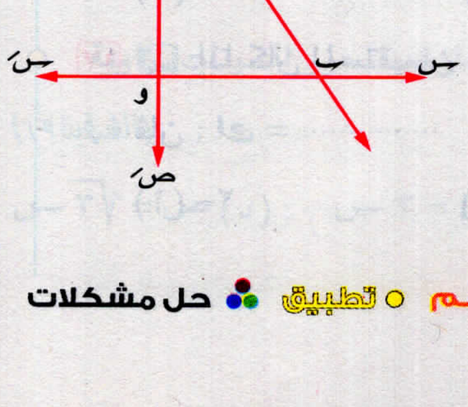
(أ) ٦ (ب) ٧ (جـ) ١٢ (د) −٦

٢٤ فى الشكل المقابل :

إذا كانت مساحة المثلث أ و ب تساوى

٩ وحدات مربعة فإن معادلة $\overleftrightarrow{أب}$

هى .... (المنوفية ١٧)



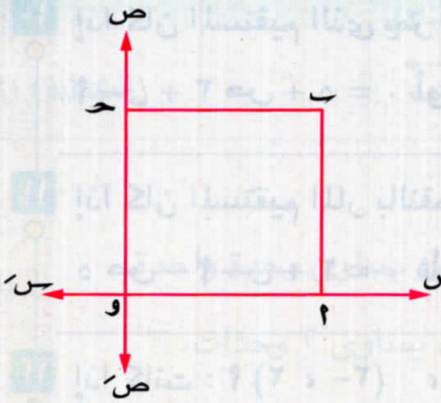
(أ) ص = ٢ س + ٦

(ب) ص = ٦ − ٢ س

(جـ) ص = ٢ س − ٦

(د) ص = $\frac{1}{2}$ س − ٦

٢٥ فى الشكل المقابل :



و أ ب حـ مربع طول ضلعه ٤ سم

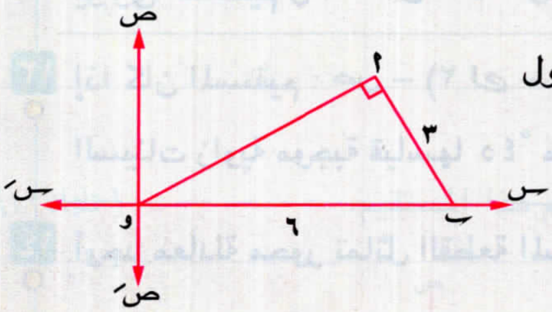
فإن معادلة المستقيم $\overleftrightarrow{\text{أحـ}}$ هى ....

(الشرقية ٢٣)

(أ) ص = س + ٤ (ب) ص = س − ٤

(جـ) ص = − س + ٤ (د) س = ٤ ص + ٤

٢٦ فى الشكل المقابل :



إذا كان أ ب = ٣ وحدات طول ، ب و = ٦ وحدات طول

فإن معادلة $\overleftrightarrow{\text{أو}}$ هى ص = ... (الشرقية ٢٤)

(أ) $\sqrt{3}$ س (ب) $\frac{1}{2}$ س

(جـ) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ س (د) $\frac{1}{3}$ س

---

٥ **أثبت أن :** المستقيم المار بالنقطتين : أ (٣ ، ١) ، ب (١ ، ٢)

يكون موازيًا المستقيم : ٢ س + ٤ ص − ٣ = ٠ (الشرقية ١٧)

---

٦ **أثبت أن المستقيم الذى معادلته :** $\sqrt{3}$ س + ص = ٥ **يكون عموديًا على المستقيم الذى يصنع زاوية موجبة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها ٣٠°** (بنى سويف ٢٣)

---

٧ أوجد معادلتى المستقيمين اللذين يمران بالنقطة (−٣ ، ٢) ويوازيان المحورين.

---

٨ أوجد قياس الزاوية الموجبة التى يصنعها الخط المستقيم : ٣ س − ٢ ص + ٦ = ٠ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات ثم أوجد إحداثيى نقطة تقاطعه مع محور الصادات.

---

٩ إذا كان المستقيم ل : ٢ س − ٣ ص − ٦ = صفر يقطع محور السينات عند النقطة أ ومحور الصادات عند النقطة ب **أوجد :**

١ إحداثيى كل من النقطتين أ ، ب

٢ معادلة الخط المستقيم المار بنقطة منتصف $\overline{\text{أب}}$ ويوازى محور الصادات. (الشرقية ١٣)

١٠ إذا كان المستقيم الذى يمر بالنقطتين (٢ ، –١) ، (٥ ، ١) يوازى المستقيم الذى معادلته :

أ س + ٣ ص + ٥ = ٠ أوجد قيمة : أ (الغربية ١٨) «–٢»

---

١١ إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (٥ ، ٢) ، (٦ ، –٣) عموديًا على المستقيم الذى معادلته :

٥ ص – أ س + ٣ = ٠ فأوجد قيمة : أ «١»

---

١٢ إذا كانت : أ (٢ ، –٣) ، ب (٥ ، ص) فأوجد قيمة ص إذا كان المستقيم $\overleftrightarrow{\text{أب}}$

يوازى المستقيم ل : ٣ ص – ٤ س + ١ = ٠ «١»

---

١٣ إذا كان المستقيم : ص – (٢ ك – ١) س = ٧ ، المستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور

السينات زاوية موجبة قياسها ٤٥° متوازيين فأوجد قيمة ك (الشرقية ١٦) «١»

---

١٤ أوجد معادلة محور تماثل القطعة المستقيمة $\overline{\text{س ص}}$ حيث س (٣ ، –٢) ، ص (–٥ ، ٦)

(البحيرة ٢٤ ، بورسعيد ١٤ ، الدقهلية ١٢)

---

١٥ أ (٥ ، –٦) ، ب (٣ ، ٧) ، ج (١ ، –٣) ، فأوجد معادلة الخط المستقيم الذى يمر

بالنقطة أ وبنقطة منتصف $\overline{\text{ب ج}}$ (الفيوم ٢٠ ، بورسعيد ١٩)

---

١٦ أ ب ج مثلث رءوسه النقط أ = (٠ ، ٦) ، ب = (٥ ، –١) ، ج = (–٢ ، ١)

أوجد معادلة المستقيم المار بالرأس أ عموديًا على $\overline{\text{ب ج}}$

---

١٧ أ ب ج مثلث فيه : أ (١ ، ٢) ، ب (٥ ، –٢) ، ج (٣ ، ٤)

، ء منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ ، رسم $\overleftrightarrow{\text{ء هـ}}$ // $\overleftrightarrow{\text{ب ج}}$ ويقطع $\overline{\text{أ ج}}$ فى هـ ، أوجد :

١ طول $\overline{\text{ء هـ}}$ **٢** معادلة $\overleftrightarrow{\text{ء هـ}}$ (المنوفية ٢٢ ، مطروح ١٨ ، الإسكندرية ١٥)

---

١٨ أ ب ج ء مربع فيه : أ = (٥ ، ٤) ، ج = (–١ ، ٦)

فأوجد معادلة : $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$ (الغربية ٢٢ ، المنوفية ١٥)

---

١٩ أ ب ج ء معين ، م نقطة تقاطع قطريه حيث : أ (١ ، ٣) ، ج (٦ ، ٠)

أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين ب ، ء (أسوان ٠٩)

٢٠ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين : أ (٢ ، ٣) ، ب (-١ ، -٣)

، ثم بيِّن أنه لأى نقطة حـ (٢ ك + ١ ، ٤ ك + ١) فإن : حـ ∈ $\overleftrightarrow{أب}$ (الدقهلية ١٤)

---

٢١ ارسم الخط المستقيم فى كل من الحالات الآتية :

١ ميله يساوى $\frac{-١}{٢}$ ويقطع جزءًا من الاتجاه الموجب لمحور الصادات يساوى وحدة واحدة.

٢ ميله يساوى ٢ ويقطع جزءًا من الاتجاه السالب لمحور الصادات يساوى ٣ وحدات.

٣ يقطع من الجزءين الموجبين للمحورين السينى والصادى جزءين طولاهما ٢ ، ٣ من الوحدات على الترتيب.

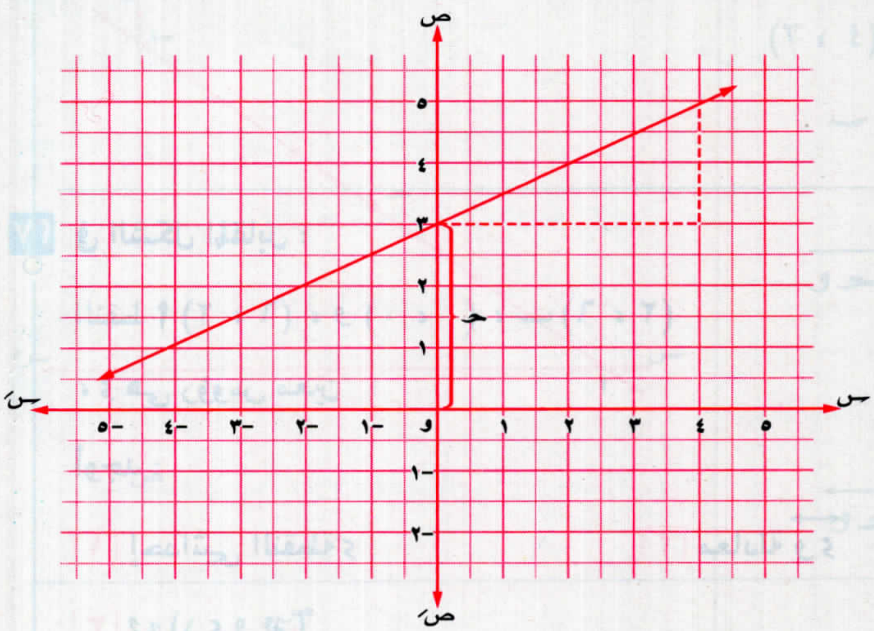
---

٢٢ مستقيم معادلته : ص - ٢ س - ٣ = ٠

أوجد ميله وطول الجزء المقطوع من محور الصادات وارسم هذا المستقيم. (حلوان ١١)

---

٢٣ من الشكل المقابل أوجد :



١ ميل الخط المستقيم (م)

٢ طول الجزء المقطوع من محور الصادات حـ

٣ معادلة الخط المستقيم بمعلومية م ، حـ

٤ طول الجزء المقطوع من محور السينات.

٥ مساحة المثلث المحدد بالخط المستقيم والجزءين المقطوعين من محورى الإحداثيات.

---

٢٤ الجدول المقابل يمثل علاقة خطية :

س	١	٢	٣
ص = د (س)	١	٣	أ

١ أوجد معادلة الخط المستقيم.

٢ أوجد طول الجزء المقطوع من محور الصادات.

٣ أوجد قيمة أ (الإسكندرية ١٥ ، القليوبية ١٣)

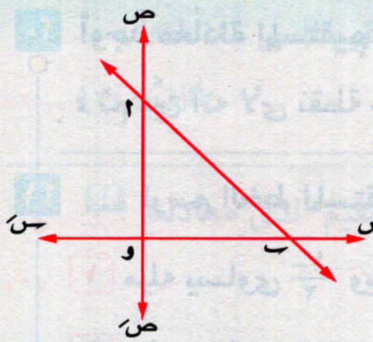
٢٥ الشكل المقابل يمثل $\overleftrightarrow{\text{أب}}$

الذى معادلته ص = م س + حـ

ويقطع من محورى الإحداثيات جزءين متساويين

فى الطول ويمر بالنقطة (٢ ، ٣) أوجد :

[١] قيمة كل من م ، حـ   [٢] مساحة المثلث أ ب و



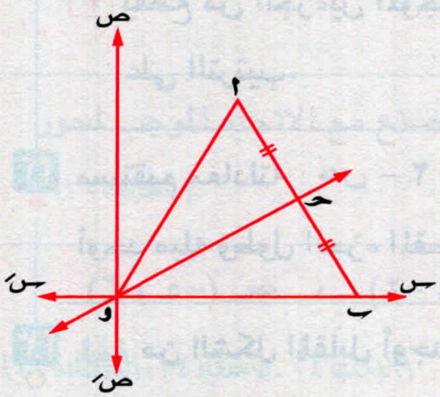
(الدقهلية ١٩)

---

٢٦ فى الشكل المقابل :

أ ب و مثلث متساوى الأضلاع ، حـ منتصف $\overline{\text{أب}}$

أوجد معادلة $\overleftrightarrow{\text{و حـ}}$



(الجيزة ٢٠)

---

٢٧ فى الشكل المقابل :

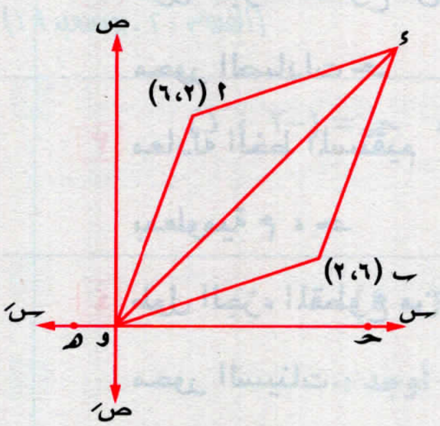
النقط أ (٢ ، ٦) ، و (٠ ، ٠) ، ب (٦ ، ٢)

، ء هى رؤوس معين

أوجد :

[١] إحداثيى النقطة ء   [٢] معادلة $\overleftrightarrow{\text{و ء}}$

[٣] ق (∠ ء و هـ)



(الشرقية ١٤)

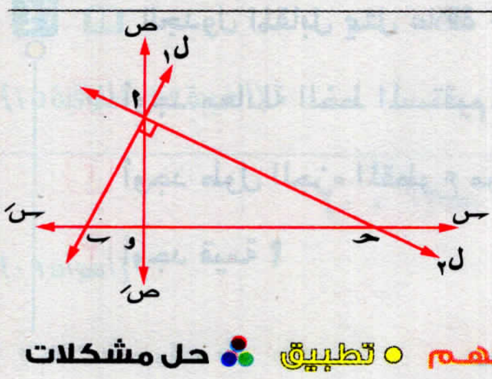
---

٢٨ فى الشكل المقابل :

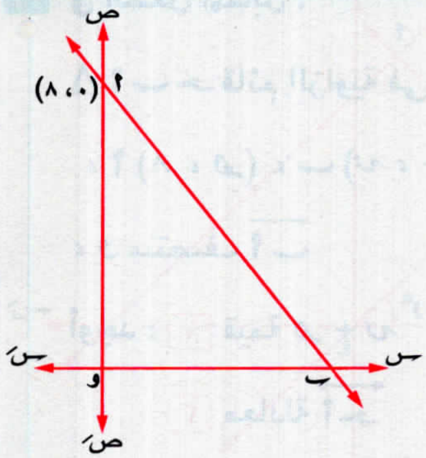
إذا كان : $ل_1 \perp ل_2$

، ومعادلة $ل_1$: ٢ س − ص + ٢ = ٠

أوجد معادلة المستقيم $ل_2$



٢٩ **فى الشكل المقابل :**



$\overleftrightarrow{أب}$ يقطع محور الصادات فى النقطة ٢ (٠ ، ٨)

ويقطع محور السينات فى النقطة ب

فإذا كان : ظا (∠ ٢ ب و) = $\frac{٤}{٣}$ أوجد :

١ أولًا : ق (∠ ب ٢ و)

ثانيًا : إحداثيى النقطة ب

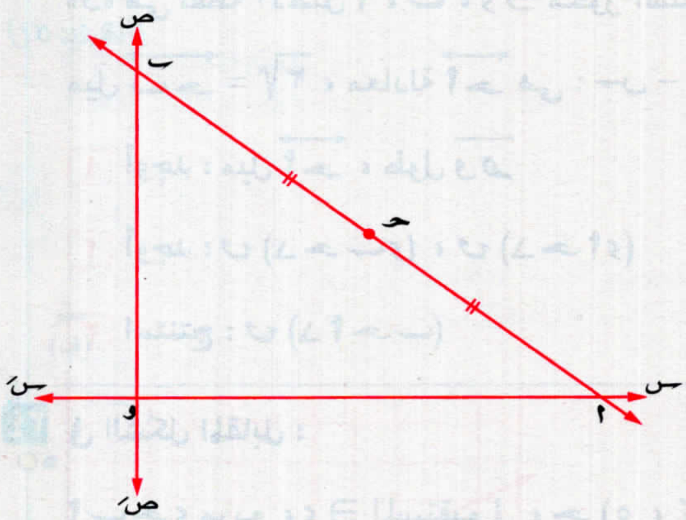
٢ أولًا : ميل $\overleftrightarrow{أب}$

ثانيًا : معادلة المستقيم المار بالنقطة و ، وعموديًا على $\overleftrightarrow{أب}$

(الشرقية ١٣)

---

٣٠ **فى الشكل المقابل :**



النقطة حـ منتصف $\overline{أب}$ حيث : حـ (٤ ، ٣)

١ أوجد إحداثيى كل من : و ، ٢ ، ب

٢ أوجد طول كل من :

$\overline{و٢}$ ، $\overline{وب}$ ، $\overline{حـ٢}$ ، $\overline{حـب}$ ، $\overline{حـو}$

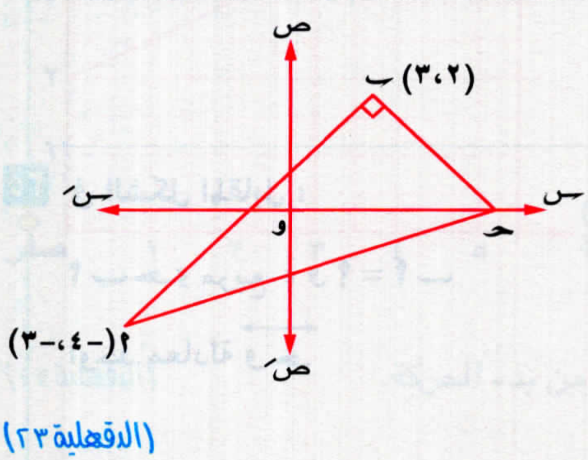
٣ أوجد ميل كل من :

$\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{وحـ}$ ، $\overleftrightarrow{و٢}$ ، $\overleftrightarrow{وب}$

٤ أوجد معادلة كل من : $\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{حـو}$

---

٣١ **فى الشكل المقابل :**



و نقطة الأصل لنظام إحداثى متعامد

، ٢ (-٤ ، -٣) ، ب (٢ ، ٣)

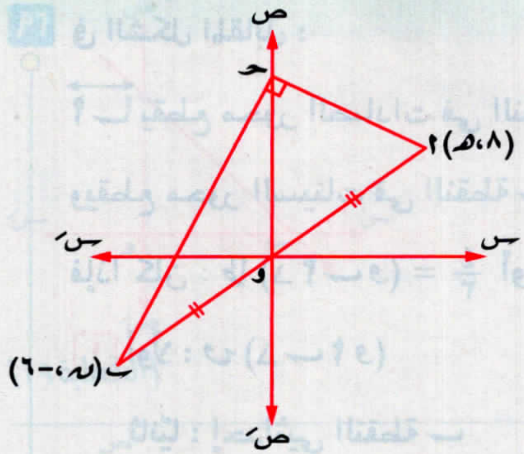
فإذا كان : $\overline{أب}$ ⊥ $\overline{بحـ}$

أوجد : ١ إحداثيى النقطة حـ

٢ معادلة $\overleftrightarrow{٢حـ}$

(الدقهلية ٢٣)

٣٢ **فى الشكل المقابل :**



Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى حـ

، أ (٨ ، هـ) ، ب (ك ، -٦)

، و منتصف $\overline{أ ب}$

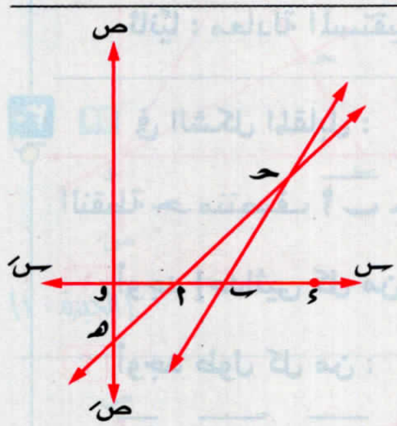
أوجد : [١] قيمة هـ + ك

[٢] معادلة $\overleftrightarrow{أ حـ}$

(الشرقية ٢٣)

---

٣٣ **فى الشكل المقابل :**



«و» هى نقطة الأصل أ ، ب ، ء ∈ محور السينات ،

ميل $\overleftrightarrow{ب حـ}$ = $\sqrt{٣}$ ، معادلة $\overleftrightarrow{أ حـ}$ هى : س - ص = ٣

[١] أوجد : ميل $\overleftrightarrow{أ حـ}$ ، طول $\overline{و هـ}$

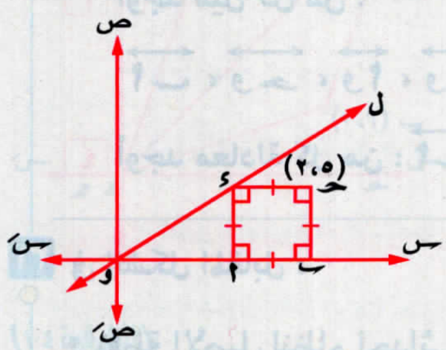
[٢] أوجد : ق (∠ حـ ب ء) ، ق (∠ حـ أ ء)

[٣] استنتج : ق (∠ أ حـ ب)

(الشرقية ١٦)

---

٣٤ **فى الشكل المقابل :**

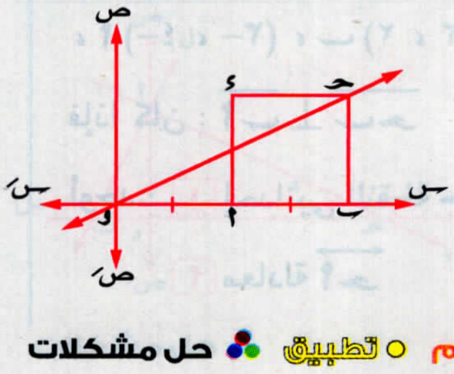


أ ب حـ ء مربع ، ء ∈ المستقيم ل ، حـ (٥ ، ٢)

أوجد معادلة المستقيم ل

---

٣٥ **فى الشكل المقابل :**

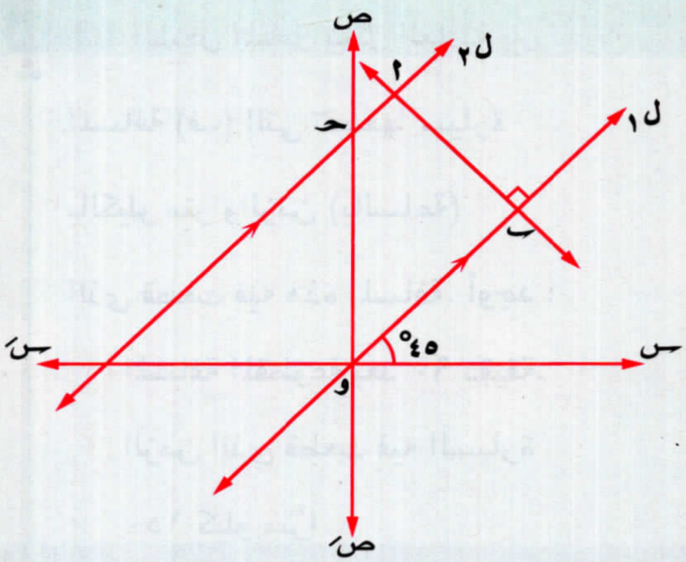


أ ب حـ ء مربع ، و أ = أ ب

أوجد معادلة $\overleftrightarrow{و حـ}$

٣٦ في الشكل المقابل :

ل١ ، ل٢ مستقيمان متوازيان ، ل١ يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥° ويمر بنقطة الأصل و ، ا ∈ ل٢ حيث ا (١ ، ٥) ، $\overleftrightarrow{اب}$ ⊥ ل١ ، ل٢ يقطع محور الصادات فى النقطة حـ



أوجد :

١ معادلة المستقيم ل١

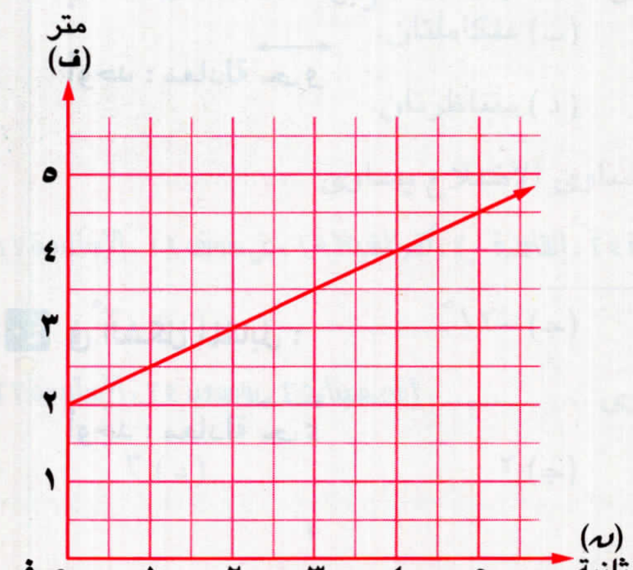
٢ معادلة المستقيم ل٢

٣ طول $\overline{اب}$

(الشرقية ١٥)

تطبيقات حياتية

٣٧ الشكل المقابل يمثل حركة جسيم يتحرك بسرعة منتظمة (ع) حيث المسافة (ف) مقيسة بالمتر والزمن (ن) بالثانية.



أوجد :

١ المسافة عند بدء الحركة.

٢ سرعة الجسيم.

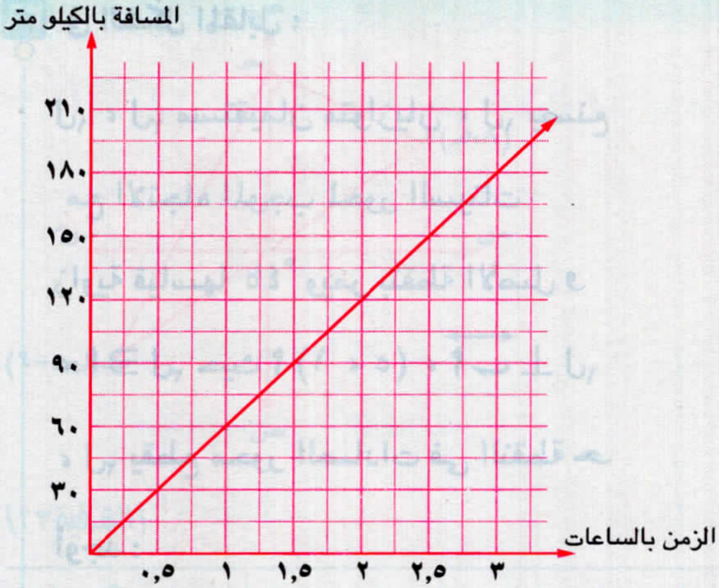
٣ معادلة الخط المستقيم الممثل لحركة الجسيم.

٤ المسافة المقطوعة بعد ٤ ثوان من بدء الحركة.

٥ الزمن الذى يقطع فيه الجسيم مسافة ٣,٥ من المتر من بدء الحركة.

(الدقهلية ٢٤)

٣٨ الشكل المقابل يمثل العلاقة بين المسافة (ف) التى تقطعها سيارة بالكيلو متر والزمن (بالساعة) الذى قطعت فيه هذه المسافة. أوجد :



١ المسافة المقطوعة بعد ٩٠ دقيقة.

٢ الزمن الذى قطعت فيه السيارة ١٥٠ كيلو مترًا.

٣ سرعة السيارة.

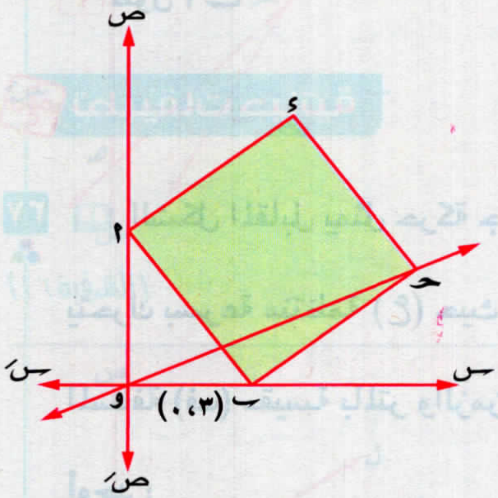
٤ معادلة الخط المستقيم الذى يمثل العلاقة بين المسافة والزمن.

للمتفوقين

٣٩ فى الشكل المقابل :

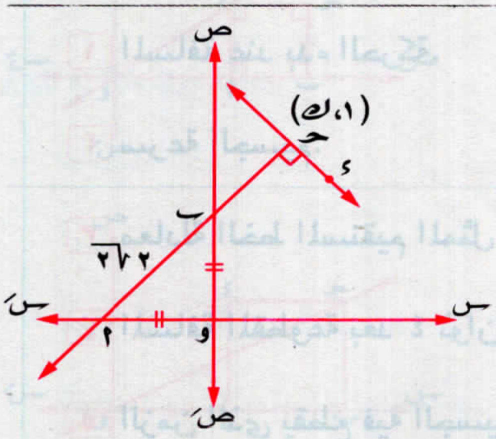
إذا كانت مساحة المربع أ ب حـ ء = ٢٥ وحدة مربعة

أوجد : معادلة $\overleftrightarrow{\text{حـ و}}$



٤٠ فى الشكل المقابل :

أوجد : معادلة $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$





اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ عدد أقطار الشكل السداسى يساوى .... (المنيا ٢٥ ، قنا ٢٠ ، الأقصر ١٦)

(أ) ٦ (ب) ٣ (جـ) ١٢ (د) ٩

٢ زاويتا القاعدة فى المثلث المتساوى الساقين .... (ج. سيناء ١٧ ، ش. سيناء ١٧ ، الإسكندرية ١٦)

(أ) متطابقتان. (ب) متكاملتان.

(جـ) متقابلتان بالرأس. (د) متناظرتان.

٣ قياس الزاوية الخارجة عند رأس من رؤوس مثلث متساوى الأضلاع يساوى ....

(سوهاج ٢٥ ، البحيرة ٢٤ ، القاهرة ٢٠ ، كفر الشيخ ١٩ ، بنى سويف ١٨ ، الإسكندرية ١٧)

(أ) ٦٠° (ب) ١٥٠° (جـ) ١٢٠° (د) ٣٠°

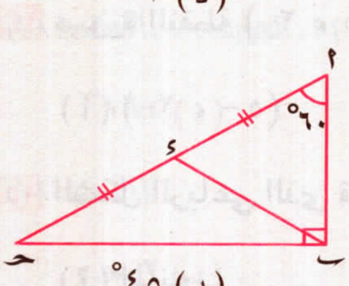
٤ عدد محاور التماثل فى المثلث المتساوى الساقين يساوى .... (ش. سيناء ٢٥ ، بورسعيد ٢٤ ، الإسكندرية ٢٣)

(أ) ٠ (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٥ فى الشكل المقابل :

إذا كان : ق(∠ب) = ٩٠° ، ق(∠أ) = ٦٠° ، $\overline{\text{ب ء}}$ متوسط

فإن : ق(∠ء ب حـ) = ... (دمياط ٢٥)



(أ) ٢٠° (ب) ٣٠° (جـ) ٦٠° (د) ٤٥°

٦ المثلث الذى أطوال أضلاعه ٥ سم ، ٥ سم ، .... سم مثلث متساوى الساقين. (المنوفية ٢٤ ، المنيا ١٧)

(أ) ٩ (ب) ١٠ (جـ) ١١ (د) ١٢

٧ مثلث أطوال أضلاعه ٥ سم ، ١٢ سم ، ١٣ سم تكون مساحته = ... سم^2 (مطروح ١٨)

(أ) ٣٠ (ب) ٣٢,٥ (جـ) ٧٨ (د) ١٤٤

٨ مجموع طولى أى ضلعين فى المثلث .... طول الضلع الثالث. (الإسماعيلية ٢٥ ، المنيا ١٩ ، الفيوم ١٨)

(أ) أكبر من (ب) أصغر من (جـ) يساوى (د) ضعف

٩ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم المتوسط بنسبة .... من جهة القاعدة. (الفيوم ١٨)

(أ) ١ : ٣ (ب) ٢ : ١ (جـ) ٣ : ١ (د) ١ : ٢

١٠ مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة يساوى .... (بورسعيد ٢٥ ، دمياط ٢٤ ، الإسماعيلية ٢٢)

(أ) ٩٠° (ب) ١٨٠° (جـ) ٢٧٠° (د) ٣٦٠°

١١ إذا كان أ ب حـ ء مربعًا فإن : ق (∠ حـ أ ب) = ... (المنيا ٢٥ ، كفر الشيخ ٢٣ ، البحيرة ١٨)

(أ) ٩٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٦٠° (د) ٣٠°

١٢ معين طولا قطريه ٦ سم ، ١٠ سم تكون مساحته .... سم^2 (كفر الشيخ ١٧)

(أ) ٣٠ (ب) ٦٠ (جـ) ١٥ (د) ١٠

١٣ صورة النقطة (-٤ ، ٥) بالانتقال (٢ ، -٣) هى .... (كفر الشيخ ١٧)

(أ) (-٢ ، -٢) (ب) (٢ ، -٢) (جـ) (٢ ، ٢) (د) (-٢ ، ٢)

١٤ صورة النقطة (-٢ ، ٥) بالانعكاس فى محور السينات هى .... (الإسماعيلية ١٦)

(أ) (-٢ ، -٥) (ب) (٢ ، ٥) (جـ) (٢ ، -٥) (د) (٥ ، -٢)

١٥ الشكل الرباعى الذى قطراه متساويان فى الطول ومتعامدان هو .... (الإسكندرية ٢٤ ، بنى سويف ٢٠)

(أ) المربع. (ب) المعين. (جـ) المستطيل. (د) متوازى الأضلاع.

١٦ حجم متوازى المستطيلات الذى أبعاده $\sqrt{٢}$ ، $\sqrt{٣}$ ، $\sqrt{٦}$ من السنتيمترات يساوى .... سم^٣

(الإسكندرية ٢٤ ، ج. سيناء ١٦)

(أ) ٢ $\sqrt{٦}$ (ب) ٣ $\sqrt{٦}$ (جـ) ٣ $\sqrt{٢}$ (د) ٦

١٧ إذا كان ٣ ، ٧ ، ل أطوال أضلاع مثلث فإن ل يمكن أن تساوى .... (سوهاج ٢٣)

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٧ (د) ١٠

١٨ $\triangle$ أ ب حـ فيه : ق (∠ ب) = ٣ ق (∠ أ) = ٩٠° فإن : ق (∠ حـ) = ... (أسوان ١٦)

(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٦٠° (د) ٩٠°

١٩ فى $\triangle$ أ ب حـ إذا كان : ق (∠ ب) > ق (∠ حـ) فإن .... (دمياط ٢٤ ، السويس ١٦)

(أ) أ حـ − أ ب < ٠ (ب) أ حـ − أ ب ≥ ٠

(جـ) ب حـ ≥ أ ب (د) أ حـ − أ ب > ٠

٢٠ محيط الدائرة التى طول قطرها ١٤ سم يساوى .... سم. $(\pi = \frac{٢٢}{٧})$ (الفيوم ١٧)

(أ) ٧ (ب) ٢٢ (جـ) ٤٤ (د) ١٤

٢١ إذا كان : ق (∠ س) = ق (∠ ص) ، ∠ س ، ∠ ص متتامتين فإن : ق (∠ س) = ...

(ش. سيناء ١٧)

(أ) ٩٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٤٥° (د) ٣٠°

٢٢ إذا كان : $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ محور تماثل $\overline{\text{أ ب}}$ فإن : س أ .... س ب (السويس ٢٠)

(أ) < (ب) > (جـ) = (د) ⊥

٢٣ أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه : ق (∠ أ) + ق (∠ حـ) = ٢٠٠° فإن : ق (∠ ب) = ...

(كفر الشيخ ٢٥ ، الغربية ٢٤ ، البحيرة ٢٣ ، دمياط ٢٢ ، السويس ١٩ ، الإسكندرية ١٨)

(أ) ٥٠° (ب) ٨٠° (جـ) ١٠٠° (د) ١٦٠°

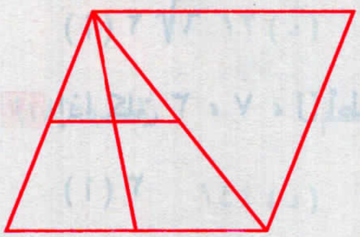
٢٤ إذا كان : أ ب حـ ء متوازى أضلاع فإن : أ ب + حـ ء = ... (السويس ١٨)

(أ) ٢ أ حـ (ب) ٢ ب حـ (جـ) ٢ ب ء (د) ٢ حـ ء

٢٥ إذا كان : $ل_1 // ل_2$ ، $ل_3 \perp ل_1$ ، $ل_4 \perp ل_2$ فإن : .... (البحيرة ١٧)

(أ) $ل_2 // ل_3$ (ب) $ل_1 // ل_4$ (جـ) $ل_3 // ل_4$ (د) $ل_3 \perp ل_4$

٢٦ عدد المثلثات الموجودة فى الشكل المقابل

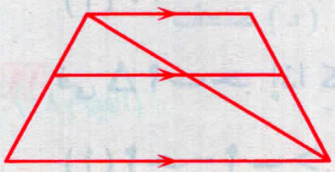


يساوى .... مثلثات. (الوادى الجديد ١٦)

(أ) ٥ (ب) ٦

(جـ) ٧ (د) ٨

٢٧ فى الشكل المقابل :

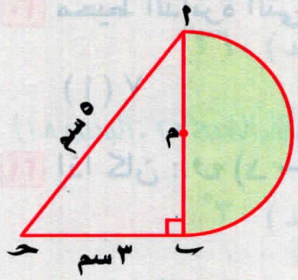


عدد أشباه المنحرف يساوى .... (الأقصر ١٧)

(أ) ٢ (ب) ٣

(جـ) ٤ (د) ٥

٢٨ فى الشكل المقابل :



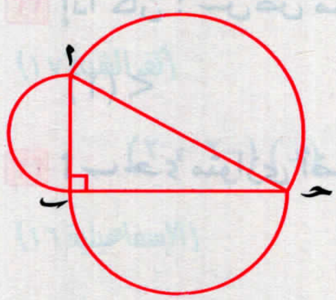
$\overline{أب}$ قطر فى دائرة

فإن مساحة الشكل المظلل تساوى .... سم^2 (السويس ١٦)

(أ) ٤ π (ب) ١٦ π

(جـ) ٢ π (د) ٩ π

٢٩ فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب

ما هى مساحة نصف الدائرة التى تقع على الوتر $\overline{أحـ}$

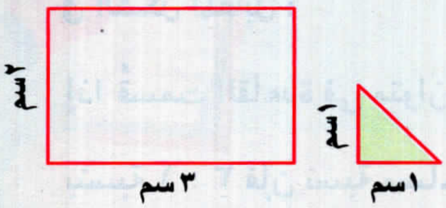
إذا كانت مساحتا نصفى الدائرتين الذين يقعان على

الضلعين $\overline{أب}$ ، $\overline{بحـ}$ هما ٣٦ ، ٦٤ وحدة مربعة ؟

(أ) ٨٠ وحدة مربعة. (ب) ٩٦ وحدة مربعة.

(جـ) ١٠٠ وحدة مربعة. (د) ١٢٠ وحدة مربعة.

٣٠ في الشكل المقابل :

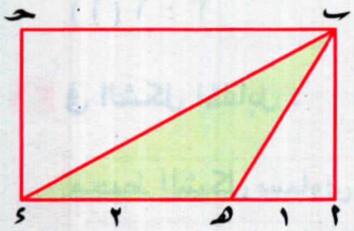


عدد المثلثات القائمة المظللة التى تلزم لتغطية سطح المستطيل تمامًا يساوى ....

(أ) ٤ (ب) ٦

(جـ) ٨ (د) ١٢

٣١ في الشكل المقابل :



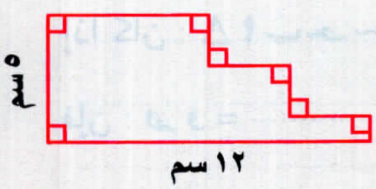
إذا كانت أ هـ : هـ ء = ١ : ٢

فإن النسبة بين مساحة المثلث ب هـ ء

إلى مساحة المستطيل أ ب حـ ء هى ....

(أ) ١ : ٢ (ب) ١ : ٣ (جـ) ٢ : ٣ (د) ٢ : ٥

٣٢ في الشكل المقابل : (أسوان ١٨)

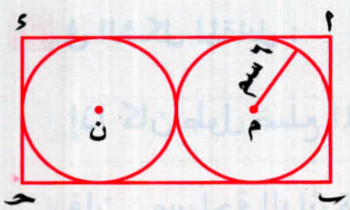


محيط الشكل يساوى .... سم

(أ) ١٧ (ب) ٢٢

(جـ) ٢٩ (د) ٣٤

٣٣ في الشكل المقابل :



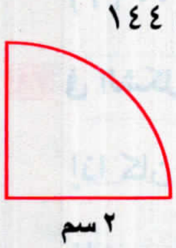
مستطيل به دائرتان م ، ن

طول نصف قطر كل منهما ٦ سم

فإن مساحة المستطيل تساوى .... سم^2

(أ) ٢٨٨ (ب) ٢٥٢ (جـ) ٢١٦ (د) ١٤٤

٣٤ الشكل المقابل يمثل ربع دائرة طول نصف قطرها ٢ سم

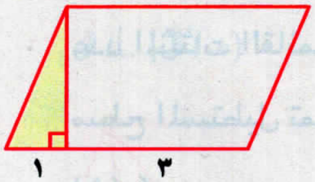


فإن محيط الشكل يساوى .... سم. (الجيزة ١٩)

(أ) ٢ π (ب) ٥ π

(جـ) π + ٤ (د) ٤ π + ٤

٣٥ في الشكل المقابل :



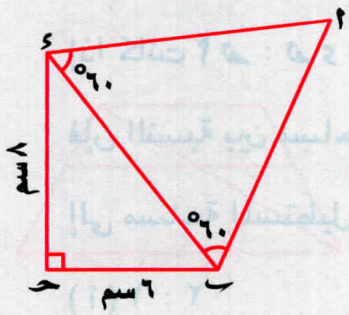
إذا قُسمت القاعدة في متوازى الأضلاع

بنسبة ١ : ٣ فإن نسبة مساحة المثلث المظلل

إلى مساحة متوازى الأضلاع هى ....

(أ) ١ : ٣ (ب) ١ : ٦ (جـ) ١ : ٨ (د) ١ : ٩

٣٦ في الشكل المقابل :

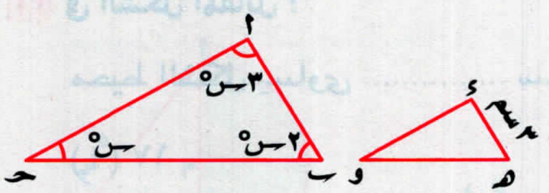


محيط الشكل يساوى .... سم.

(أ) ٤٤ (ب) ٣٤

(جـ) ٢٤ (د) ١٤

٣٧ في الشكل المقابل :



إذا كان : Δ أبحـ ~ Δ ءهـو ، ءهـ = ٣ سم

فإن : هـو = ... سم. (الأقصر ١٦)

(أ) ٣ (ب) ٩ (جـ) ٤ (د) ٦

٣٨ في الشكل المقابل :

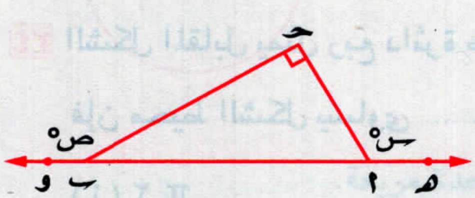


إذا كان طول ضلع المربع = ١٠ سم

فإن : مساحة الدائرة = ... سم²

(أ) ١٠٠ π (ب) ٢٥ π (جـ) ٥٠ π (د) ٤٠ π

٣٩ في الشكل المقابل :



إذا كان : أ ∈ $\overleftrightarrow{هـو}$ ، ب ∈ $\overleftrightarrow{هـو}$ ، ق(∠ حـ) = ٩٠°

فإن : س + ص = ...

(أ) ٩٠° (ب) ١٨٠° (جـ) ٢٧٠° (د) ٣٦٠°

مذكــــرات



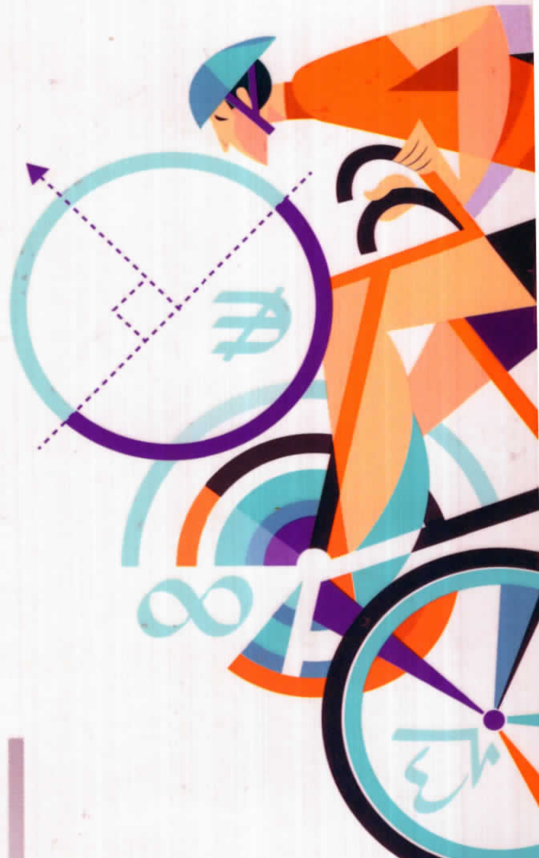
كتب المعاصر

فى الرياضيات و اللغة الإنجليزية

للصف 3 الإعدادى

الفصل الدراسي الثانى

ترخيص وزارة التربية والتعليم ١٠٣ - ١١ - ١ - ١٧٥



الصف الثالث الإعدادي

الفصل الدراسي الأول

الرياضيات

6 223007 310512

GPS

مكتبة الطلبة
للطبع والنشر والتوزيع
٣ شارع كامل صدقي - الفجالة
تليفون: ٢٥٩٠٢٩٩٧ - ٢٥٩٣٧٧٩١ - ٢٥٩٣٤٠١٢ / ٠٢
www.gpseducation.com
الخط الساخن
١٥٠١٤

2026

المعاصر

إعداد نخبة من خبراء التعليم



الجزء الخاص بالتقويم المستمر

- اختبارات تراكمية
- الأسئلة الهامة
- مراجعة نهائية
- امتحانات نهائية

الصف الثالث الإعدادي

الفصل الدراسي الأول

الرياضيات

المعاصر

إعداد نخبة من خبراء التعليم



الجزء الخاص بالتقويم المستمر

- اختبارات تراكمية
- الأسئلة الهامة
- المراجعة النهائية
- امتحانات نهائية

الصف الثالث الإعدادى

الفصل الدراسى الأول

٢٠٢٦

الرياضيات

GPS

مكتبة الطلبة
للطبع والنشر والتوزيع
٣ شارع كامل صدقى - الفجالة
تليفون: ٢٥٩٠٢٩٩٧ - ٢٥٩٣٧٧٩١ - ٠٢/٢٥٩٣٤٠١٢
www.gpseducation.com
الخط الساخن
١٥٠١٤

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

تقديـــم

فـى إطـار خطتنـا الطموحـة لتطويـر مؤلفاتنـا فـى مـادة الرياضيـات للمرحلـة الإعدادية - فى ضوء ما يرد إلينا من آراء ومقترحات - تحقيقًا للمستوى الأمثل الذى نرجوه جميعًا ، وانطلاقًا من إيماننا الكامل بأهمية التقويم المستمر فى نجاح العملية التعليمية للوقوف على مستوى التلاميذ أولاً بأول وصولاً للهدف المنشود ؛ نضع بين أيديكم :

«الجزء الخاص بالتقويم المستمر»

والذى يحتوى على :

- اختبارات تراكمية على كل درس من امتحانات المحافظات.
- الأسئلة الهامة الواردة بامتحانات المحافظات فى سنوات مختلفة.
- المراجعة النهائية.
- امتحانات نهائية تشمل نماذج امتحانات الكتاب المدرسى ومجموعة مختارة من امتحانات المحافظات.

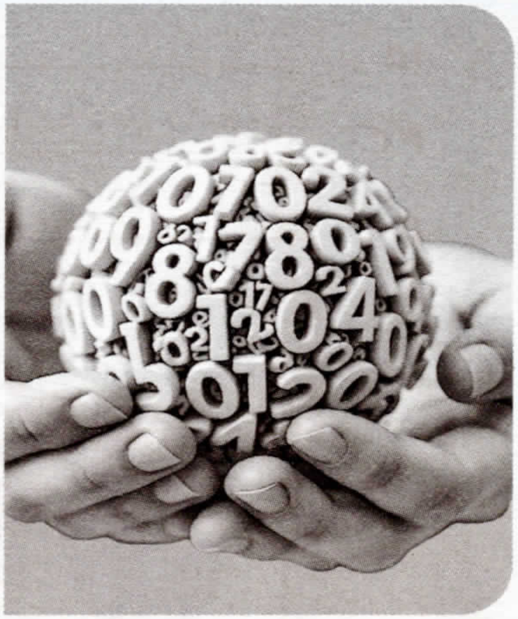
وكلنا أمل فى أن تحظى مؤلفاتنا بثقتكم الغالية التى نعتز بها دائمًا.

والله لا يضيع أجر من أحسن عملًا، وهو ولى التوفيق،

« المؤلفون »

محتويات الكتاب

أولًا — الجبر والإحصاء



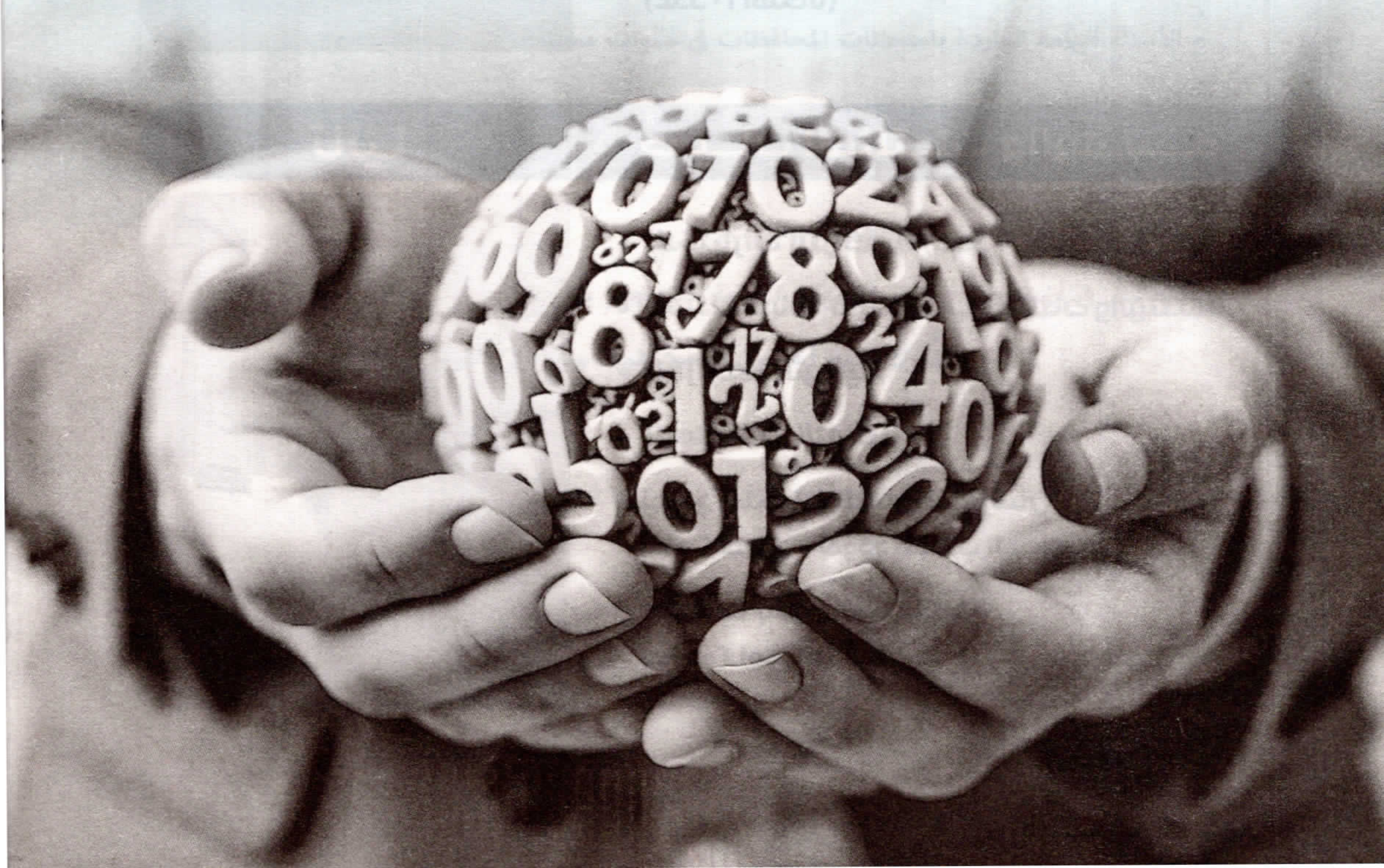
- الاختبارات التراكمية (عدد ٩ اختبارات).
- الأسئلة الهامة فى الجبر والإحصاء.
- المراجعة النهائية.
- الامتحانات النهائية :
  - نماذج امتحانات الكتاب المدرسى
    (عدد ٢ نموذج + نموذج للطلاب المدمجين)
  - امتحانات بعض المحافظات
    (عدد ٢٠ امتحانًا)

ثانيًا — حساب المثلثات والهندسة



- الاختبارات التراكمية (عدد ٦ اختبارات).
- الأسئلة الهامة فى حساب المثلثات والهندسة.
- المراجعة النهائية.
- الامتحانات النهائية :
  - نماذج امتحانات الكتاب المدرسى
    (عدد ٢ نموذج + نموذج للطلاب المدمجين)
  - امتحانات بعض المحافظات
    (عدد ٢٠ امتحانًا)

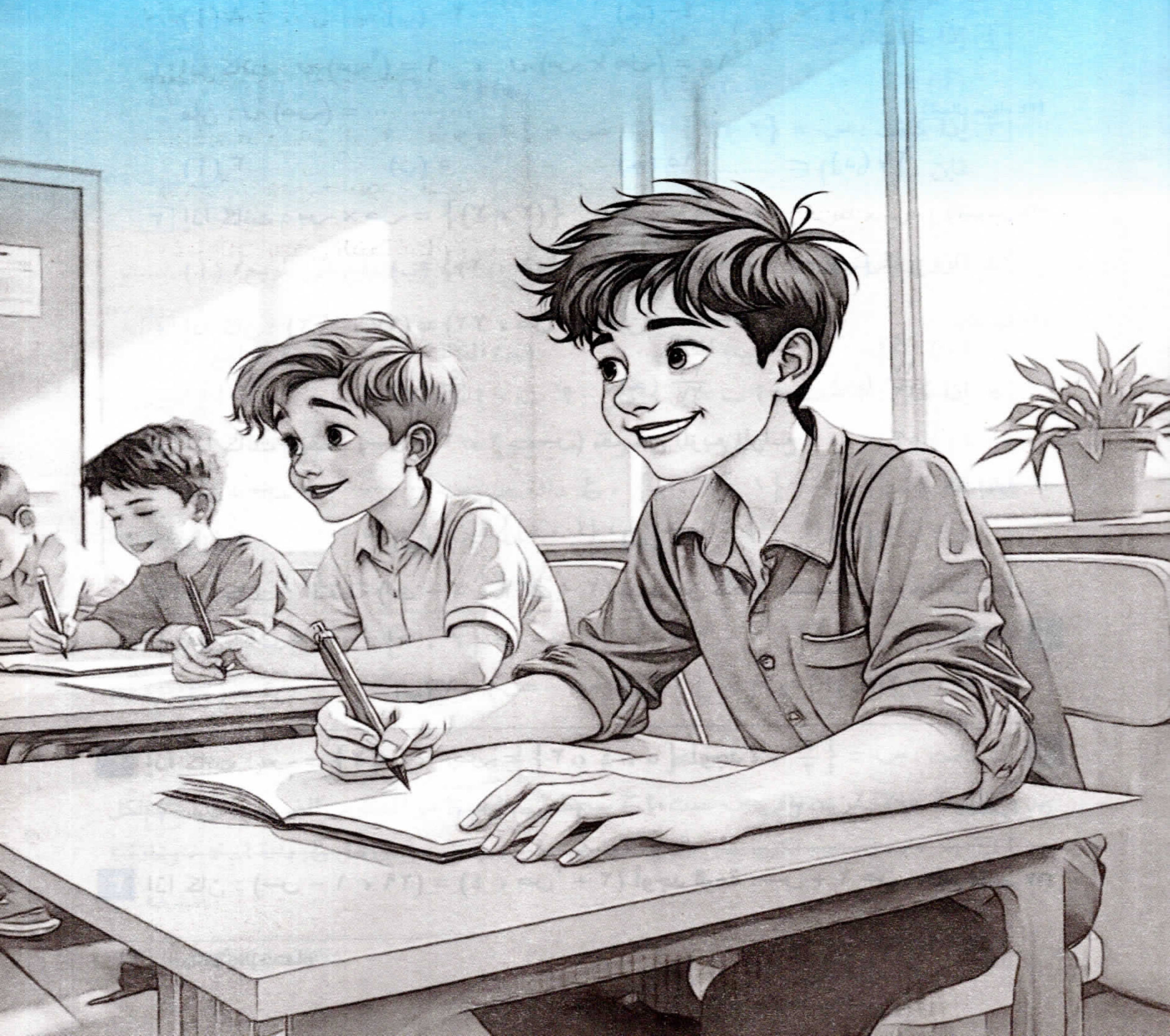
أولًا | الجبـر والإحصاء



الاختبارات التراكمية

فى الجبر والإحصاء

من امتحانات المحافظات



اختبارات تراكمية فى الجبر والإحصاء

اختبار تراكمى ١ على الدرس الأول الوحدة الأولى

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : (س + ٥ ، ٨) = (١ ، ٦ ص + س)

فإن : س + ص = ... (الإسكندرية ٢٤)

(أ) ٨ (ب) −٢ (جـ) −٤ (د) ٦

٢ إذا كانت : د(س٢) = ٩ ، د(س × ص) = ١٥

فإن : د(ص) = ... (شمال سيناء ٢٤)

(أ) ٣ (ب) ٥ (جـ) ١٥ (د) ٢٤

٣ إذا كانت : س × ص = {(٣ ، ٢)} فإن : ص٢ = ... (السويس ٢٤)

(أ) ١ (ب) {(٢ ، ٢)} (جـ) (٢ ، ٢) (د) ٤

٤ إذا كان : (٢^س ، ٢٧) = (٣٢ ، ص٣) فإن : $\frac{س}{ص}$ = ... (الغربية ١٧)

(أ) $\frac{٣}{٥}$ (ب) $\frac{٥}{٣}$ (جـ) $\frac{٣٢}{٢٧}$ (د) $\frac{٢٧}{٣٢}$

٥ إذا كانت النقطة (س − ٣ ، ٢ − س) تقع فى الربع الرابع

فإن : س = ... (الدقهلية ٢٠)

(أ) ٤ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) ١

٦ إذا كانت : النقطة (ك − ٢ ، ٣ ك − ٢) تبعد عن محور السينات ٤ وحدات طول

فإن : ك = ... (الشرقية ٢٤)

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

---

٢ إذا كانت : س = {٢} ، ص = {٣ ، ٤ ، ٥} أوجد :

١ س × ص ٢ د(ص٢) ٣ س٢ (القاهرة ٢٠)

---

٣ إذا كان : (س − ١ ، ٢٩) = (٤ ، ص٣ + ٢) أوجد قيمة : س + ٢ ص (البحر الأحمر ١٧)

اختبـــار تراكمـى ٢ حتى الدرس الثانى الوحدة الأولى

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : س = {٣ ، ٥ ، ٧} وكانت ع علاقة على س فإن العلاقة التى تمثل دالة من بين العلاقات الآتية هى .... (بورسعيد ٢٤)

(أ) ع = {(٣ ، ٥) ، (٥ ، ٣) ، (٣ ، ٧)}

(ب) ع = {(٣ ، ٥) ، (٥ ، ٥) ، (٧ ، ٥)}

(جـ) ع = {(٣ ، ٥) ، (٥ ، ٧)}

(د) ع = {(٣ ، ٣) ، (٣ ، ٥) ، (٣ ، ٧)}

٢ إذا كانت : س = {٢} فإن : $س^٢$ = ... (القليوبية ٢٠)

(أ) ٤ (ب) {٤} (جـ) (٢ ، ٢) (د) {(٢ ، ٢)}

٣ إذا كانت : س = {٢ ، ١} ، ص = {٣ ، ٥}

فإن : (٣ ، ٥) ∈ .... (بنى سويف ٢٤)

(أ) س × ص (ب) ص × س (جـ) $س^٢$ (د) $ص^٢$

٤ الزوج المرتب ($س^٢$ ، $ص^٢$) حيث : س ≠ ٠ ، ص ≠ ٠ يقع فى الربع .... (قنا ٢٠)

(أ) الأول. (ب) الثانى. (جـ) الثالث. (د) الرابع.

٥ إذا كان : ٢ + ب = ٢ب = ٥ فإن : $٢^٢$ب + ٢$ب^٢$ = ... (كفر الشيخ ١٨)

(أ) ٢٥ (ب) ٢٠ (جـ) ١٥ (د) ١٠

٦ إذا كانت : س = {١ ، ٣ ، ٥} ، ع دالة على س

، بيان ع = {(٢ ، ٣) ، (ب ، ١) ، (١ ، ٥)} فإن : ٢ + ب = ... (الدقهلية ١٨)

(أ) ٤ (ب) ٦ (جـ) ٨ (د) ٢

---

٢ إذا كانت : س = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} ، ص = {٢ ، ٣} ، ع = {٧ ، ٢}

فأوجد : ١ (س ∩ ص) × ع ٢ (س − ص) × ع (الشرقية ١٨)

---

٣ إذا كانت : س = {$\frac{١}{٢}$ ، ١ ، صفر ، −$\frac{١}{٢}$ ، −١} ، ص = {١ ، ٢ ، صفر ، −١ ، −٢}

وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث «٢ ع ب» تعنى «العدد ٢ هو المعكوس الضربى للعدد ب» لكل ٢ ∈ س ، ب ∈ ص اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى ، وبين هل ع دالة أم لا ، ولماذا ؟

(الشرقية ١٩)

اختبـار تراكمـى ٣ حتى الدرس الثالث الوحدة الأولى

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ الدالة د : د (س) = $س^٢$ − $(س − ٣)^٢$ من الدرجة .... (الدقهلية ٢٠)

(أ) صفر (ب) الأولى. (جـ) الثانية. (د) الثالثة.

٢ الدوال الآتية دوال كثيرات حدود من الدرجة الأولى ماعدا د : د (س) = ... (الإسماعيلية ١٨)

(أ) $\frac{٣}{٥}$ س + ٢ (ب) $\sqrt{٢}$ س + ١

(جـ) س + (س + ٥) (د) س $(\frac{١}{س} + ١)$

٣ إذا كانت : $(س − ٣)^{صفر}$ = ١ فإن : س ∈ .... (المنوفية ١٨)

(أ) ح (ب) ح − {٣} (جـ) ح − {٤} (د) ح − {١}

٤ إذا كانت : (٥ ، ب − ٧) تقع على محور السينات

فإن : ب = ... (الإسكندرية ١٨)

(أ) ٢ (ب) ٥ (جـ) ٧ (د) ١٢

٥ الدالة د : ح ⟵ ح حيث : د (س) = س ($٢ س^٣$ + ٥ س) كثيرة حدود

من الدرجة .... (البحر الأحمر ١٦)

(أ) الأولى. (ب) الثانية. (جـ) الثالثة. (د) الرابعة.

٦ إذا كانت : د (س) = $س^٣$ فإن : د (٢) + د (−٢) = ... (بورسعيد ٢٤)

(أ) ٨ (ب) ٤ (جـ) −٨ (د) صفر

---

٢ إذا كانت : س = {٣ ، ٥ ، ٧} ، ص = {س : س ∈ ط ، ٨ < س < ٣٠}

وكانت الدالة د من س ⟵ ص بيانها كالتالى د = {(٣ ، ٩) ، (٥ ، ١٥) ، (٧ ، ٢١)}

١ اذكر مجال الدالة د ٢ اكتب قاعدة الدالة. (الدقهلية ١٩)

---

٣ إذا كانت : د (س) = ٣ س + ب ، د (٤) = ١٣ **فأوجد قيمة : ب** (الإسكندرية ١٧)

اختبــار تراكمـى ٤ حتى الدرس الرابع الوحدة الأولى

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : د (س) = ٤ فإن : $\frac{د\,(٤)}{د\,(٨)}$ = ... (دمياط ٢٣)

(أ) ٤ (ب) ١ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ٨

٢ إذا كانت : س − ص = ٥ ، س + ص = ١
فإن : $س^٢ - ص^٢$ = ... (البحر الأحمر ١٩)

(أ) $\frac{١}{٢٥}$ (ب) ١ (جـ) ٥ (د) ٢٥

٣ إذا كان المستقيم الممثل للدالة د : ح ⟵ ح حيث د (س) = ٢ س + ٣ + حـ يمر بنقطة الأصل فإن : حـ = ... (الشرقية ٢٤)

(أ) −٢ (ب) −٣ (جـ) صفر (د) ٣

٤ الدالة الخطية المعرفة بالقاعدة : ص = ٢ س − ١ يمثلها خط مستقيم يقطع محور الصادات فى النقطة .... (مطروح ٢٠)

(أ) (٠ ، ١) (ب) (٠ ، −١) (جـ) (١ ، ٠) (د) (−١ ، ٠)

٥ الدالة د : ح ⟵ ح حيث د (س) = أ س + ب تمثل دالة خطية بشرط
أ ∈ .... (الغربية ٢٠)

(أ) ح (ب) $ح_+$ (جـ) ح − {٠} (د) $ح_-$

٦ إذا كانت النقطة (أ ، ٣) تقع على الخط المستقيم الممثل للدالة د : ح ⟵ ح
حيث د (س) = ٤ س − ٥ فإن : أ = ... (الوادى الجديد ٢٠)

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٥

---

٢ مثل بيانيًا منحنى الدالة د : د (س) = $(س - ٣)^٢$ متخذًا س ∈ [١ ، ٥]
ومن الرسم أوجد :

١ معادلة محور التماثل. ٢ القيمة الصغرى للدالة. (القاهرة ٢٤)

---

٣ إذا كانت : س = {٣} ، ص = {٤ ، ٥} ، ع = {٦ ، ٥} فأوجد :

١ (س ∩ ص) × ع ٢ س × (ص − ع)

٣ ن $(س^٢)$ (سوهاج ٢٤)

اختبـــار تراكمـى ٥ حتى الدرس الأول الوحدة الثانية

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : ٢ ، س ، ب ، ٢ س كميات متناسبة فإن ٢ : ب = ... (المنوفية ٢٤)

(أ) ٢ : ١ (ب) ١ : ٢ (جـ) ١ : ٣ (د) ١ : ٤

٢ إذا كان : $\frac{٩}{٢^٢} = \frac{٤}{ب^٢}$ (حيث : ٢ ، ب ≠ صفر) فإن : $\frac{٢}{ب}$ = ... (بورسعيد ١٧)

(أ) $\frac{٢}{٣}$ (ب) $\pm \frac{٣}{٢}$ (جـ) $\pm \frac{٢}{٣}$ (د) $\pm \frac{٤}{٩}$

٣ إذا كانت : د (٣ س) = ٦ فإن : د (-٢) = ... (الفيوم ١٩)

(أ) -١٢ (ب) -٣ (جـ) ٦ (د) -١٨

٤ إذا كانت : ن(س) = ٣ ، ص = {١ ، ٢}

فإن : ن(س × ص) = ... (أسيوط ٢٤)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٦

٥ إذا كان : $\frac{٢}{ب} = \frac{٣}{٥}$ ، ٥ ٢ - ٢ ب = ٢٠ فإن : ب = ... (الدقهلية ٢٤)

(أ) ٣ (ب) ٥ (جـ) ١٥ (د) ٢٠

٦ إذا كان : $س^٢ + ص^٢ = ٦$ ، س ص = ٥

فإن : $(س + ص)^٢$ = ... (الغربية ٢٠)

(أ) ١٦ (ب) ± ١٦ (جـ) ١١ (د) ± ١١

---

٢ إذا كانت : د (س) = $س^٢ - \sqrt{٢}$ س ، ر (س) = س + ١

١ **أوجد :** د (٣) + ٣ ر ($\sqrt{٢}$)

٢ **أثبت أن :** د ($\sqrt{٢}$) = ر (-١) (بنى سويف ٢٠)

---

٣ أوجد العدد الذى إذا أُضيف إلى كل من حدى النسبة ٣ : ٧ فإنها تصبح ١ : ٢ (الغربية ٢٤)

اختبــار تراكمـى ٦ حتى الدرس الثانى الوحدة الثانية

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{حـ}{ء} = \frac{هـ}{و} =$ م (حيث م $\in$ ح*) فإن : $\frac{أ حـ هـ}{ب ء و} =$ .... (القليوبية ١٨)

(أ) م (ب) ٣ م (جـ) $م^3$ (د) ٣ $م^3$

٢ إذا كان : $\frac{أ}{٥} = \frac{ب}{٣} = \frac{حـ}{٤} = \frac{أ + ب - حـ}{س}$ فإن : قيمة س = ... (السويس ١٧)

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٦

٣ إذا كانت : $\frac{أ}{٢} = \frac{ب}{٣} = \frac{حـ}{٥}$ فإن كل نسبة تساوى .... (الفيوم ١٩)

(أ) $\frac{أ + ب + حـ}{٣}$ (ب) $\frac{أ + ٢ ب - حـ}{٣}$ (جـ) $\frac{أ - ب + حـ}{١٠}$ (د) $\frac{أ - ب}{٥}$

٤ نسبة مساحة منطقة مربعة طول ضلعها ل إلى منطقة مربعة أخرى طول ضلعها ٣ ل كنسبة .... (قنا ٢٠)

(أ) ١ : ٣ (ب) ٣ : ١ (جـ) ١ : ٩ (د) ٩ : ١

٥ إذا كان : ٢ أ + ٢ ب + حـ = ٣٦ وكان : أ + ب = ١٥

فإن : قيمة حـ = ... (الإسماعيلية ١٦)

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ١٠ (د) ٢١

٦ إذا كانت : س × ص = {(١ ، ٢) ، (١ ، ٣) ، (١ ، ٤)}

فإن : ن(س) + ن(ص^٢) = ... (الدقهلية ١٧)

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ١٠

---

٢ إذا كان : $\frac{أ}{٢ س + ص} = \frac{ب}{٣ ص - س} = \frac{حـ}{٤ س + ٥ ص}$

فأثبت أن : $\frac{أ + ٢ ب}{٧} = \frac{٤ ب + حـ}{١٧}$ (القليوبية ١٩)

---

٣ إذا كان : $\frac{أ}{٤} = \frac{ب}{٣}$ **أوجد قيمة :** $\frac{أ ب + أ^٢}{أ ب - ب^٢}$ (الشرقية ٢٠)

اختبـــار تراكمـي ٧ حتى الدرس الثالث الوحدة الثانية

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : ؟ ، ٢ ، ٤ ، ب في تناسب متسلسل فإن : ؟ + ب = ... (الدقهلية ٢٠)

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٩

٢ الوسط المتناسب بين ٣ ، ٢٧ هو .... (الإسماعيلية ٢٠)

(أ) ٩ (ب) −٩ (جـ) ± ٩ (د) ١

٣ إذا كانت : ٧ ، س ، $\frac{١}{ص}$ في تناسب متسلسل فإن : س^{٢} ص = ... (بورسعيد ١٨)

(أ) ٥ (ب) ٩ (جـ) ٧ (د) ١٢

٤ إذا كانت النقطة (٢ ، ؟ − ١) تقع على المستقيم الممثل للدالة د : د (س) = ٤ س − ٥ فإن : ؟ = ... (الغربية ١٧)

(أ) ٤ (ب) ١ (جـ) ٣ (د) ٢

٥ إذا كانت : ٢ ، ٦ ، س + ١٥ كميات متناسبة فإن : س = ... (الأقصر ١٦)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

٦ [٢ ، ٧] −]٢ ، ٧[= .... (بنى سويف ١٨)

(أ) ∅ (ب) {٢} (جـ) {٧} (د) {٢ ، ٧}

---

٢ إذا كانت : ؟ ، ب ، حـ ، ء في تناسب متسلسل

أثبت أن : $\frac{؟ب - حـء}{ب^{٢} - حـ^{٢}} = \frac{؟ + حـ}{ب}$ (المنوفية ٢٠)

---

٣ إذا كان ؟ : ب : حـ = ٤ : ٥ : ٣

أثبت أن : $\frac{؟ - ب + حـ}{؟ + ب - حـ} = \frac{١}{٣}$ (كفر الشيخ ١٦)

1 اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

1 إذا كان : $\frac{س}{٣} = \frac{ص}{٥}$ فإن : س ∝ .... (الشرقية ٢٣)

(أ) $ص^٢$ (ب) ص (جـ) $\frac{١}{ص}$ (د) ٥ ص

2 إذا كانت : ص تتغير عكسيًا مع س وكانت س = $\sqrt{٣}$ عندما ص = $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$

فإن ثابت التناسب يساوى .... (الوادى الجديد ٢٠)

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (جـ) ٢ (د) ٦

3 إذا كان : $س^٢ - ٤ س ص^٢ + ٤ ص^٤$ = صفر فإن : س ∝ .... (الشرقية ١٧)

(أ) ص (ب) $ص^٢$ (جـ) $\frac{١}{ص}$ (د) $\frac{١}{ص^٢}$

4 إذا كانت : ١ < س < ٣ ، س ∈ ح فإن : ٣ س - ١ ∈ .... (المنوفية ٢٠)

(أ)]٢ ، ٨[(ب) [٢ ، ٨] (جـ) [٢ ، ٨[(د) {٢ ، ٨}

5 إذا كانت : د (س) = ٣ فإن : د (٥) + د (-٥) = ... (سوهاج ٢٤)

(أ) ٦ (ب) ١ (جـ) صفر (د) -١

6 الثالث المتناسب للعددين ٣ ، ٦ هو .... (المنيا ٢٣)

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) ٩ (جـ) ٢ (د) ١٢

---

2 إذا كانت : ص ∝ س وكانت : ص = ٨ عندما س = ٤ **فأوجد :**

1 العلاقة بين ص ، س

2 قيمة س عندما ص = $\frac{١}{٢}$ (الشرقية ٢٣)

---

3 إذا كان : $\frac{٣ أ - ٢ جـ}{٣ ب - ٢ ء} = \frac{أ}{ب}$ **أثبت أن : أ ، ب ، جـ ، ء** كميات متناسبة. (الشرقية ١٨)

اختبـــار تراكمــى ٩ حتى الدرس الثانى الوحدة الثالثة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ العلاقة التى تمثل تغيرًا طرديًا بين المتغيرين ص ، س هى .... (الإسماعيلية ٢٣)

(أ) س ص = ٧ (ب) $\frac{س}{٥} = \frac{ص}{٢}$ (جـ) ص = س + ٣ (د) $\frac{س}{٢} = \frac{٤}{ص}$

٢ إذا كان : مجـ $(س - \overline{س})^٢$ = ٣٦ لمجموعة من القيم عددها يساوى ٩

فإن : σ = ... (المنوفية ٢٣)

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ١٨ (د) ٢٧

٣ إذا كانت : ١٨ هى أكبر مفردات مجموعة ما وكان المدى = ٦

فإن أصغر مفردات هذه المجموعة = ... (القليوبية ٢٣)

(أ) ٨ (ب) ١٢ (جـ) ١٤ (د) ٣٦

٤ أكثر مقاييس التشتت انتشارًا وأدقها هو .... (دمياط ١٩)

(أ) الوسيط. (ب) الوسط الحسابى.

(جـ) المدى. (د) الانحراف المعيارى.

٥ إذا كان : ١٧ س + ٨ = ١١ فإن : ١٧ س + ١١ = ... (الإسماعيلية ١٩)

(أ) ٨ (ب) ١١ (جـ) ١٤ (د) ١٧

٦ إذا كانت جميع المفردات متساوية فى القيمة فإن .... (الشرقية ١٦)

(أ) $\overline{س}$ = ٠ (ب) σ = ٠ (جـ) $س - \overline{س}$ < ٠ (د) $س - \overline{س}$ > ٠

---

٢ الجدول الآتى يبين الأعمار بالسنوات لعشرين شخصًا :

العمر	١٥	٢٠	٢٢	٢٣	٢٥	٣٠	المجموع
عدد الأشخاص	٢	٣	٥	٥	١	٤	٢٠

احسب الوسط الحسابى والانحراف المعيارى. (دمياط ١٧)

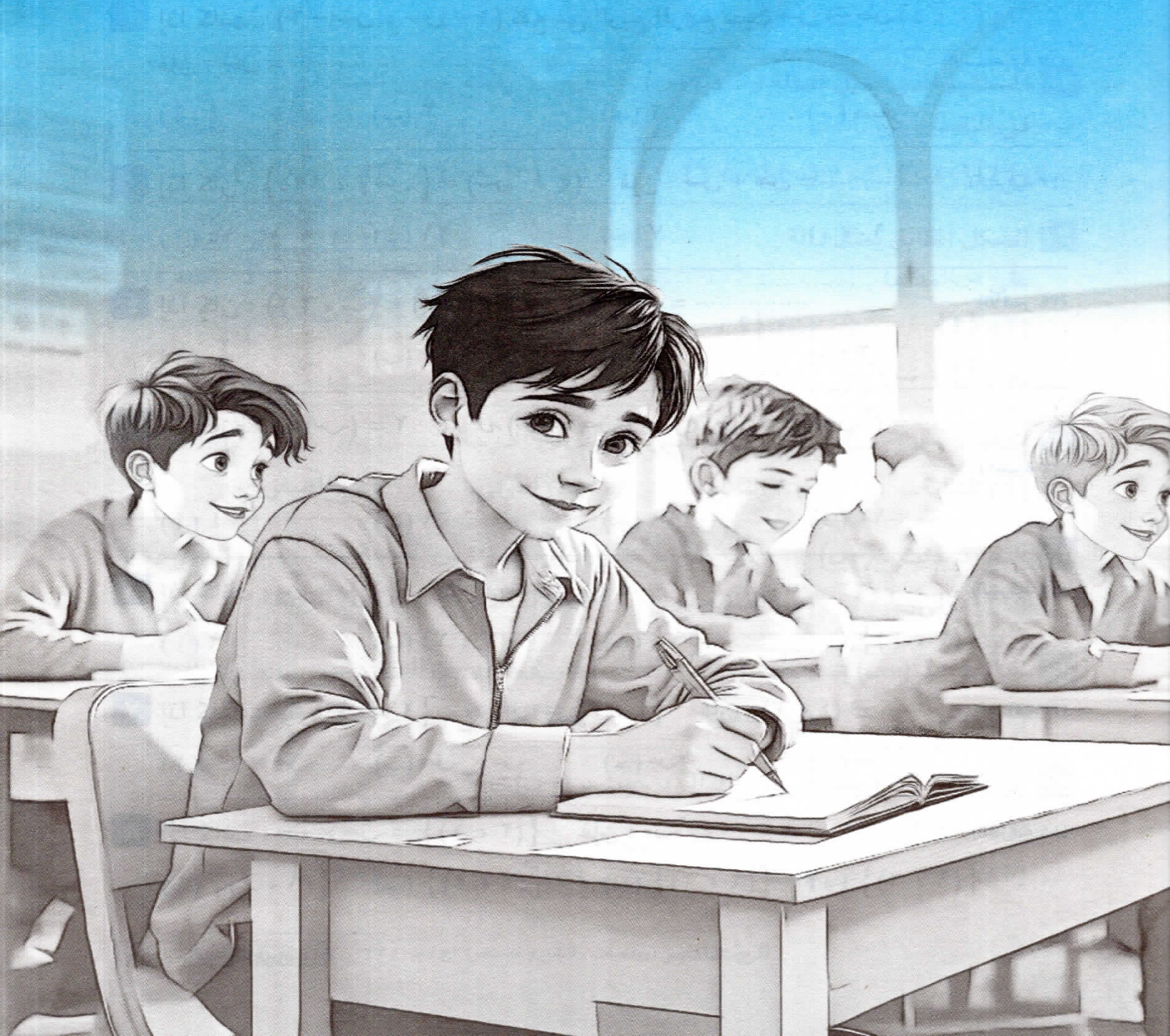
---

٣ إذا كانت : أ ، ب ، جـ ، د كميات متناسبة **أثبت أن :** $\frac{أ - ب}{جـ - د} = \frac{أ}{جـ}$ (كفر الشيخ ٢٤)

الأسئلة الهامة

فى الجبر والإحصاء

من امتحانات المحافظات



الأسئلة الهامة على الوحدة الأولى
العلاقات والدوال

أولًا أسئلة الاختيار من متعدد

١ إذا كانت النقطة (٣ ، ب – ١) تقع على محور السينات
فإن : ب = ... (أسوان ٢٤)

(أ) ٣ (ب) –٣ (جـ) –١ (د) ١

---

٢ إذا كانت : (٣ – س ، س – ١) تقع فى الربع الرابع حيث س ∈ ص
فإن : س = ... (الإسماعيلية ١٧)

(أ) ٤ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) صفر

---

٣ إذا كان : (١٢٥ ، √ص) = (س^٣ ، ٤) فإن : س + ص = ... (الشرقية ٢٣)

(أ) ١٥ (ب) ٢١ (جـ) ٧ (د) ١٠

---

٤ إذا كان : (٢ أ ، ب) = (٣ ب ، ٢) فإن : أ/ب = ... (الأقصر ٢٤)

(أ) ٣/٢ (ب) ٢/٣ (جـ) ١/٢ (د) ٢

---

٥ إذا كانت : ن(س) = ٢ ، ن(س × ص) = ٦ فإن : ن(ص^٢) = ...

(الجيزة ٢٣)

(أ) ٤ (ب) ٩ (جـ) ١٦ (د) ١٢

---

٦ إذا كانت : س = {٣} فإن : س^٢ = ... (الشرقية ١٧)

(أ) ٩ (ب) (٣ ، ٣) (جـ) {٩} (د) {(٣ ، ٣)}

---

٧ إذا كانت : س = {١ ، ٢} ، ص = {٣ ، ٤} فإن : (٣ ، ٤) ∈ .... (قنا ٢٣)

(أ) س × ص (ب) ص × س (جـ) س^٢ (د) ص^٢

---

٨ إذا كانت : س × ص = {(٢ ، ٣)} فإن : س^٢ = ... (الشرقية ١٨)

(أ) {(٤ ، ٩)} (ب) {(٤ ، ٣)} (جـ) {(٢ ، ٢)} (د) {(٢ ، ٩)}

٩ إذا كانت : د (س) = ٤ س + ب ، د (٣) = ١٥ فإن : ب = ... (القليوبية ١٨)

(أ) ١٥٦ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) −٣

---

١٠ إذا كانت د : د (س) = ن س^{٢} + ٢ س^{ن} − ٣ فإن مجموعة قيم ن الممكنة والتى تجعل د دالة من الدرجة الثانية هى .... (الدقهلية ١٦)

(أ) {٢ ، ٣} (ب) {١ ، −١} (جـ) {٢ ، ١ ، ٠} (د) {٢ ، ١}

---

١١ إذا كانت د : د (س) = ٥ تمثل بمستقيم يوازى محور السينات فإنه يمر بالنقطة .... (الإسماعيلية ١٦)

(أ) (٠ ، ٥) (ب) (٥ ، ٠) (جـ) (٥ ، −٥) (د) (٠ ، ٠)

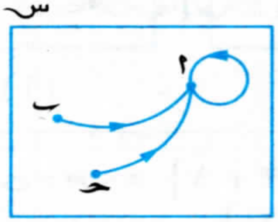
---

١٢ المستقيم الذى يمثل الدالة د : د (س) = س + ١ يقطع محور الصادات فى النقطة .... (بورسعيد ٢٤)

(أ) (١ ، ٠) (ب) (٠ ، ١) (جـ) (−١ ، ٠) (د) (٠ ، −١)

---

١٣ الشكل المقابل يمثل دالة على س مداها .... (القاهرة ١١)



(أ) {أ} (ب) {أ ، ب ، حـ}

(جـ) {أ ، ب} (د) {ب ، حـ}

---

١٤ الدالة د : د (س) = ٣ هى دالة كثيرة حدود من الدرجة .... (بورسعيد ٢٤)

(أ) الثالثة. (ب) الثانية. (جـ) الأولى. (د) الصفرية.

---

١٥ الدالة د حيث د (س) = س^{٤} − ٢ س^{٣} + ٧ كثيرة حدود من الدرجة .... (السويس ١٥)

(أ) الأولى. (ب) الثانية. (جـ) الثالثة. (د) الرابعة.

---

١٦ الدالة د : د (س) = س^{٢} − (س^{٢} − ٣ س) كثيرة حدود من الدرجة .... (أسوان ١٣)

(أ) الأولى. (ب) الثانية. (جـ) الثالثة. (د) الرابعة.

---

١٧ إذا كان : (٢ ، ب) ∈ بيان الدالة د حيث د (س) = ٣ س − ٦ فإن : ب = ... (مطروح ١٧)

(أ) صفر (ب) ٧ (جـ) ٩ (د) ٢

١٨ أى من الدوال المعرفة بالقواعد الآتية تمثل كثيرة حدود ؟ (مطروح ١٧)

(أ) د (س) = $س^{٣} + س^{٢} + ٢$ (ب) د (س) = $س^{٣} + \frac{١}{س} + ٧$

(جـ) د (س) = $س^{٢} + \sqrt{س} + ٨$ (د) د (س) = $س (س + \frac{١}{س} - ٢)$

---

١٩ إذا كانت : د (س) = ١ فإن : د (١) + د (٢) = ... (الغربية ٢٤)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

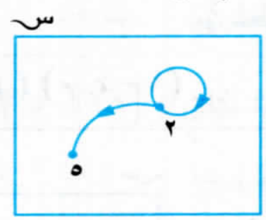
---

٢٠ إذا كانت : د (س) = ٥ فإن المقدار : $\frac{د (٥) + د (-٥)}{د (٢) + د (-٢)}$ = ... (الإسكندرية ٢٥)

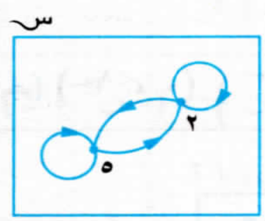
(أ) ١ (ب) ٥ (جـ) ١٠ (د) غير معرف

---

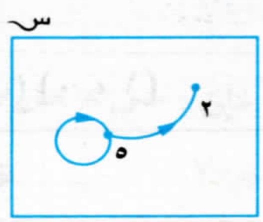
٢١ إذا كانت : س = {٢ ، ٥} فأى من المخططات السهمية الآتية يعبر عن دالة على المجموعة س ؟ (بورسعيد ١٦)



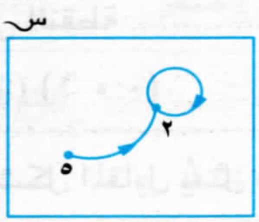
(أ)



(ب)



(جـ)



(د)

---

٢٢ إذا كانت : س = {١ ، ٣ ، ٥} وكانت د : س ⟵ ع حيث د (س) = ٢ س + ١

فإن مجموعة صور عناصر المجال بواسطة الدالة د هى .... (كفر الشيخ ١٧)

(أ) {٣ ، ٥ ، ١١} (ب) {٣ ، ٧ ، ٩}

(جـ) {١ ، ٣ ، ١١} (د) {٣ ، ١١ ، ٧}

---

٢٣ الدالة د : د (س) = ٣ س يمثلها بيانيًا خط مستقيم يمر بالنقطة .... (بنى سويف ١٧)

(أ) (٠ ، -٣) (ب) (٠ ، ٠) (جـ) (٣ ، ٠) (د) (٣ ، ٣)

---

٢٤ إذا كانت د : ع ⟵ ع حيث د (س) = $س^{ك - ٢}$ + ٣ وكانت : د (٢) = ١١

فإن : ك = ... (الشرقية ٢٠)

(أ) ٥ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) -٣

---

٢٥ إذا كانت : د (س + ٢) = س - ٢ فإن : د (٥) = ... (المنوفية ٢٣)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٧

٢٦ إذا كانت : د (٢ ـس) = ٤ فإن : د (– ـس) = ... (الدقهلية ٠٩)

(أ) –٢ (ب) –٤ (جـ) ٤ (د) ٢

---

٢٧ إذا كان المستقيم الذى يمثل الدالة د : ح ← ح حيث د (ـس) = ٣ ـس – أ يمر بنقطة الأصل

فإن : أ = ... (دمياط ٢٤)

(أ) –٣ (ب) صفر (جـ) ٢ (د) ٣

---

٢٨ إذا كانت النقطة (ك^{2} – ٤ ، ك) تقع على الجزء السالب من محور الصادات

فإن : ك = ... (الشرقية ١٨)

(أ) ± ٢ (ب) ٤ (جـ) –٢ (د) ٢

---

٢٩ إذا كانت النقطة (ـس ، ص) تقع فى الربع الثانى ، فإن النقطة (– ـس ، ص^{2}) تقع فى

الربع .... (الشرقية ٢٣)

(أ) الأول. (ب) الثانى. (جـ) الثالث. (د) الرابع.

---

٣٠ إذا كانت : س ، ص مجموعتين غير خاليتين ، ن (س) = ن (س × ص)

فإن : ن (ص) = ... (دمياط ١٨)

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

---

٣١ إذا كان : {٢} × {ـس ، ص} = {(٢ ، ٤) ، (٢ ، ٣)}

فإن : ـس – ص = ... (الشرقية ١٥)

(أ) ١ (ب) –١ (جـ) ± ١ (د) صفر

ثانيًا الأسئلة المقالية

١ إذا كانت : س = {٣ ، ٤} ، ص = {٤ ، ٥} ، ع = {٥ ، ٦}

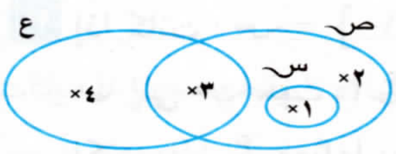
فأوجد : [١] س × (ص ∩ ع) [٢] ص^{2}

[٣] ن (س^{2}) (المنوفية ٢٤)

---

٢ باستخدام شكل ڤن للمجموعات س ، ص ، ع

الموضح بالشكل المقابل



أوجد : [١] (س ∩ ص) × ع

[٢] (س ∪ ص) × (ع – ص) (الدقهلية ٢٤)

٣ إذا كانت : س × ص = {(١ ، ١) ، (١ ، ٥) ، (١ ، ٣) ، (٤ ، ١) ، (٤ ، ٥) ، (٤ ، ٣)}

أوجد : ١ ص × س ٢ س ، س^{٢} (الشرقية ١٦)

---

٤ إذا كانت : س = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٥} ، ص = {٣ ، ٥ ، ٦}

أوجد : ١ (ص ∩ س) × ص ٢ ن(ص^{٢}) (كفر الشيخ ١٧)

---

٥ إذا كانت : س = {-٤ ، -٢ ، ٠ ، ٢ ، ٤} وكانت ع علاقة على س حيث «أ ع ب» تعنى أن «العدد أ معكوس جمعى للعدد ب» لكل أ ∈ س ، ب ∈ س اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى ، وهل ع دالة أم لا ؟ (القليوبية ٢٤)

---

٦ إذا كانت : س = {٢ ، ٣ ، ٥} ، ص = {٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠} وكانت ع علاقة معرفة من س إلى ص حيث «أ ع ب» تعنى أن «أ = $\frac{١}{٢}$ ب» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص اكتب بيان ع ومثلها بالمخطط السهمى ، ثم بين أن ع دالة وأوجد مداها ؟ (المنوفية ٢٤)

---

٧ إذا كانت : س = {١ ، ٣ ، ٤} ، ص = {١ ، ٢ ، ٣} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث «أ ع ب» تعنى أن «أ + ب = عدد فردى» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

١ اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى.

٢ إذا كانت ٢ أ ع ٣ **فأوجد :** قيمة أ (الإسماعيلية ١٧)

---

٨ إذا كانت : س = {٢ ، ٣ ، ٤} ، ص = {٦ ، ٩ ، ١٢ ، ١٥} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث «أ ع ب» تعنى أن «٣ أ = ب» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص اكتب بيان ع ، ومثلها بمخطط سهمى وهل ع دالة من س إلى ص ؟ (البحيرة ٢٤)

---

٩ إذا كانت : س = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣} ، ص = {-١ ، ٠ ، ١ ، ٤ ، ٩} وكانت ع : س ← ص حيث «أ ع ب» تعنى أن «أ = $\sqrt{\text{ب}}$» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى ، هل ع دالة أم لا ؟ مع ذكر السبب. (الفيوم ١٦)

---

١٠ إذا كانت : س = {-١ ، ١ ، ٢} ، ص = {٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث «أ ع ب» تعنى أن «ب = ٢ أ + ٤» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى وهل ع دالة ؟ ولماذا ؟ (الإسكندرية ١٩)

١١ إذا كانت : $س = \{ س : س \in ط ،$ صفر $\le س \le ٢ \}$ وكانت ع علاقة على س
حيث «أ ع ب» تعنى «أ + ب يقبل القسمة على ٣» لكل $أ \in س ، ب \in س$
اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى واذكر هل ع تمثل دالة أم لا. (الغربية ٢٣)

---

١٢ إذا كان : $س = \{ ١ ، ٣ ، ٥ \}$ وكانت ع دالة على س
وكان بيان ع = $\{ (٣ ، أ) ، (٣ ، ٥) ، (ب ، ٥) \}$
فأوجد : ١ مدى الدالة. ٢ قيمة المقدار : أ − ب (قنا ٢٥)

---

١٣ إذا كانت د : د $(س) = ٢ س^٢ − ٥ س + ٢$ **أثبت أن :** د (٢) = د $\left(\frac{١}{٢}\right)$ (الأقصر ١٤)

---

١٤ إذا كانت : د $(س) = س^٢ − ٣ س$ ، ر $(س) = س − ٣$
١ **أوجد :** د $\left(\sqrt{٢}\right) + ٣$ ر $\left(\sqrt{٢}\right)$ ٢ **أثبت أن :** د (٣) = ر (٣) = صفر (الأقصر ٢٣)

---

١٥ إذا كانت : د $(س) = أ$ ، ر $(س) = س + ١$ وكانت : د $\left(\sqrt{٢}\right)$ + ر $(٢) = ٥$
أوجد قيمة أ حيث د ، ر دالتان كثيرتا الحدود ، $أ \in ح$ (بنى سويف ٢٤)

---

١٦ إذا كانت : $س = \{ ٠ ، ١ ، ٣ \}$ ، $ص = \{ ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٧ \}$
وكانت د : س ⟵ ص حيث د $(س) = ٥ − س$
١ **أوجد :** مدى الدالة د ٢ ارسم مخططًا بيانيًا للدالة د (الوادى الجديد ١٧)

---

١٧ إذا كان بيان د = $\{ (١ ، ٣) ، (٢ ، ٥) ، (٣ ، ٧) ، (٤ ، ٩) ، (٥ ، ١١) \}$
١ اكتب مجال الدالة د ٢ اكتب مدى الدالة د
٣ اكتب قاعدة للدالة د (دمياط ١٦)

---

١٨ إذا كان المستقيم الممثل للدالة د : ح ⟵ ح حيث د $(س) = ٤ س − أ$ يقطع محور
السينات فى النقطة (٢ ، ب) **أوجد :** قيمتى أ ، ب (المنيا ٢٠)

---

١٩ إذا كان المستقيم الممثل للدالة د : ح ⟵ ح ، د $(س) = أ س − ٣$ يقطع محور السينات
فى النقطة (٣ ، ٠) أوجد قيمة أ ، ثم أوجد قيمة د (٥) (شمال سيناء ٢٤)

٢٠ مثل بيانيًا الشكل البيانى للدالة د : د (س) = $س^٢$ − ٤ س + ٣ حيث س ∈ [٠ ، ٤]

ومن الرسم أوجد ما يلى :

١ القيمة الصغرى للدالة. **٢** معادلة محور تماثل هذه الدالة. (الجيزة ٢٤)

---

٢١ ارسم منحنى الدالة د حيث د (س) = ٤ − $س^٢$ فى الفترة [−٣ ، ٣] ومن الرسم استنتج إحداثيي رأس المنحنى والقيمة العظمى للدالة د ومعادلة محور التماثل. (الجيزة ٢٣ ، الإسكندرية ٢٣)

---

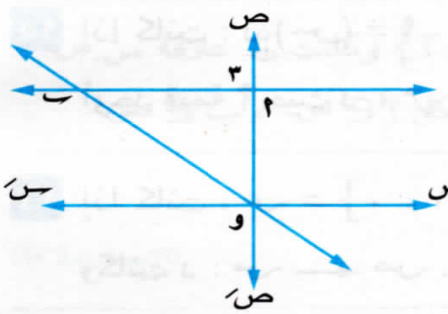
٢٢ إذا كانت : د (س) = أ + $س^٢$ ، ل (س) = حـ كثيرتى حدود حيث أ ، حـ ثابتان وكانت :

٣ د (٢) + ٣ ل (س) = ٦

أوجد القيمة العددية للمقدار : ٢ د (٠) + ٢ ل (٧) (الدقهلية ١٩)

---

٢٣ الشكل المقابل يوضح المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$



الذى يمثل الدالة د حيث د (س) = ٣

فإذا كان $\overleftrightarrow{بو}$ يمثل الدالة ر

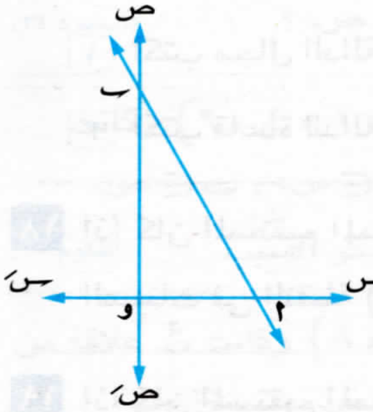
حيث ر (س) = م س + ك

وكانت مساحة المثلث أ و ب = ٦ وحدات مربعة

أوجد : قيمة كل من ك ، م حيث و نقطة الأصل. (المنوفية ١٨)

---

٢٤ الشكل المقابل يمثل الدالة د حيث د (س) = ٤ − ٢ س



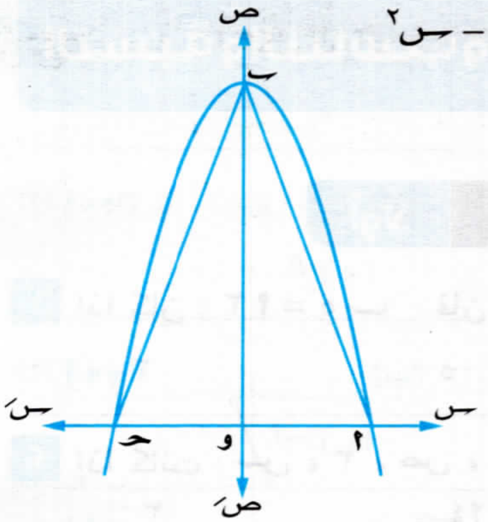
أوجد :

١ إحداثيي كل من النقطتين أ ، ب

٢ مساحة سطح △ أ و ب

(الأقصر ١٩)

٢٥ الشكل المقابل يمثل منحنى الدالة د حيث د (س) = ٩ – $س^٢$



أوجد : **١** إحداثيي كل من أ ، ح

٢ مساحة المثلث أ ب ح

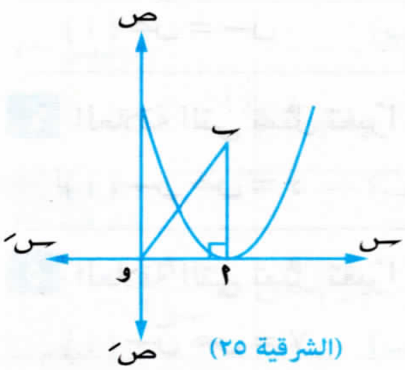
(كفر الشيخ ١٨)

---

٢٦ الشكل المقابل يمثل دالة تربيعية

، د : د (س) = $س^٢$ – ٨ س + ك

، فإذا كان مساحة Δ أ ب و = ٨ $\sqrt{٣}$ وحدة مربعة



١ أوجد : نقطة رأس المنحنى

٢ أوجد : قاعدة الدالة التى تمثل $\overleftrightarrow{ب و}$

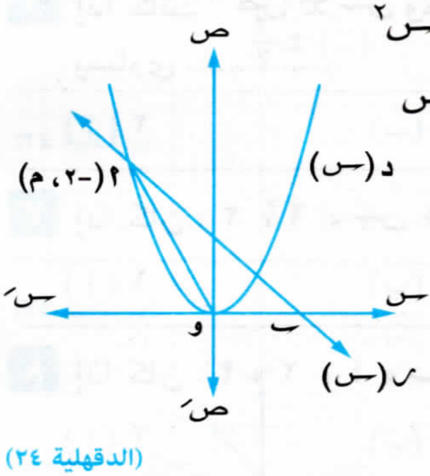
(الشرقية ٢٥)

---

٢٧ الشكل المقابل يمثل منحنى الدالة التربيعية د : د (س) = $س^٢$

، $\overleftrightarrow{أ ب}$ تمثيل بيانى للدالة الخطية ر : ر (س) = ك – س

فإذا كانت أ (–٢ ، م)



١ أوجد قيمة كل من م ، ك

٢ أوجد مساحة سطح Δ أ و ب

(الدقهلية ٢٤)

الأسئلة الهامة على الوحدة الثانية
النسبة والتناسب والتغير الطردى والتغير العكسى

أولًا أسئلة الاختيار من متعدد

١ إذا كان : ٣ أ = ٥ ب فإن : $\frac{\text{٣ أ}}{\text{ب}}$ = ... (الفيوم ١٧)

(أ) ٣ (ب) ٥ (ج) $\frac{٣}{٥}$ (د) $\frac{٥}{٨}$

---

٢ إذا كانت : س ، ٣ ، ص ، ٤ كميات متناسبة فإن : $\frac{\text{س}}{\text{ص}}$ = ... (أسيوط ٢٤)

(أ) $\frac{٣}{٤}$ (ب) $\frac{٤}{٣}$ (ج) ٣ (د) ٤

---

٣ إذا كانت : ص تتغير عكسيًا مع س فإن : .... (الجيزة ١٨)

(أ) ص = س (ب) ص = م س (ج) س = م ص (د) ص = $\frac{\text{م}}{\text{س}}$

---

٤ العلاقة التى تمثل تغيرًا عكسيًا بين المتغيرين ص ، س هى .... (القاهرة ١٩)

(أ) س ص = ٥ (ب) ص = س + ٣ (ج) $\frac{\text{س}}{٥} = \frac{\text{ص}}{٢}$ (د) ص = ٢ س

---

٥ العلاقة التى تمثل تغيرًا طرديًا بين المتغيرين ص ، س هى .... (القليوبية ٢٣)

(أ) س ص = ٧ (ب) ص = ٤ − س (ج) $\frac{\text{س}}{٢} = \frac{\text{ص}}{٣}$ (د) $\frac{\text{س}}{٤} = \frac{٥}{\text{ص}}$

---

٦ إذا كانت : ص ∝ س وكانت : س = ٣ عندما ص = ٢ فإن ثابت التناسب يساوى .... (قنا ٢٤)

(أ) ٢ (ب) ٣ (ج) $\frac{٢}{٣}$ (د) ٦

---

٧ إذا كان : ٢ ، ٦ ، س ، س + ١٥ فى تناسب فإن : س = ... (الجيزة ١٦)

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

---

٨ إذا كان : أ ، ٢ ، ٤ ، ب فى تناسب متسلسل فإن : أ + ب = ... (المنوفية ١٦)

(أ) ٢ (ب) ٤ (ج) ٦ (د) ٩

---

٩ العدد الذى إذا أضيف لكل من الأعداد ١ ، ٣ ، ٦ تصبح فى تناسب متسلسل هو .... (دمياط ١٣)

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٣ (د) ٤

١٠ إذا كانت : ٣ ، س ، ١٢ ثلاث كميات متناسبة فإن : س = ... (الغربية ١٦)

(أ) ١٥ (ب) −٦ (جـ) ٦ (د) ± ٦

---

١١ إذا كان : $\frac{أ}{٢} = \frac{ب}{٥} = \frac{٢أ + ب}{ك}$ فإن : قيمة ك = ... (الجيزة ٢٤)

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٧ (د) ٩

---

١٢ إذا كانت : $\frac{أ}{ب} = \frac{٤}{٣}$ فإن : ٣ أ − ٤ ب + ٥ = ... (البحيرة ٢٣)

(أ) صفر (ب) ٦ (جـ) ٥ (د) −١

---

١٣ إذا كانت : أ ، ٣ ، ٤ ، ب كميات متناسبة فإن : $\frac{أب}{٦}$ = ... (سوهاج ٢٥)

(أ) ٣ (ب) ٢ (جـ) ٢٥ (د) ١٠

---

١٤ إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{ء}$ = م (حيث م ∈ ح*) فإن : $\frac{أجـ}{بء}$ = ... (السويس ٢٠)

(أ) م (ب) $م^{٢}$ (جـ) ٢ م (د) ٢ $م^{٢}$

---

١٥ إذا كانت : $ص^{٢} + ٤ س^{٢} = ٤ س ص$ فإن : .... (الشرقية ٢٠)

(أ) ص ∝ س (ب) ص ∝ $س^{٢}$ (جـ) ص ∝ $\frac{١}{س}$ (د) ص ∝ $\frac{١}{س^{٢}}$

---

١٦ إذا كان : $٤ س^{٢} = ٩ ص^{٢}$ فإن : $\frac{س}{ص}$ = ... (بنى سويف ١٦)

(أ) $\frac{٩}{٤}$ (ب) $\frac{٣}{٢}$ (جـ) ± $\frac{٢}{٣}$ (د) ± $\frac{٣}{٢}$

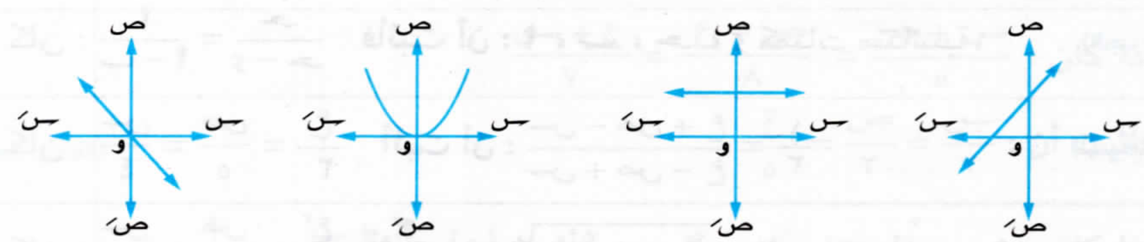
---

١٧ إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{جـ} = \frac{جـ}{٣} = ٢$ فإن : أ = ... (بورسعيد ٢٤)

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ١٢ (د) ٢٤

---

١٨ الشكل البيانى الذى يمثل التغير الطردى بين س ، ص هو .... (بورسعيد ٢٤)



(أ) (ب) (جـ) (د)

١٩ إذا كانت : $س^{٢} ص^{٢} + \frac{١}{٤} = س ص$ فإن : .... (المنوفية ١٦)

(أ) س ∝ ص (ب) ص ∝ س (جـ) ٢ س ∝ ٥ ص (د) ص ∝ $\frac{١}{س}$

---

٢٠ إذا كان : س ص = ٣ فإن : ص ∝ .... (الغربية ٢٤)

(أ) $س^{-١}$ (ب) س (جـ) ٣ س (د) $س^{٢}$

---

٢١ الوسط المتناسب بين ٣ ، ٢٧ هو .... (بورسعيد ٢٤)

(أ) ٩ (ب) −٩ (جـ) ± ٩ (د) ٨١

---

٢٢ إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{٢}{٣}$ ، $\frac{أ}{جـ} = \frac{٤}{٥}$ فإن ب : جـ = ... (الغربية ١٧)

(أ) ٣ : ٤ (ب) ٥ : ٦ (جـ) ٦ : ٥ (د) ٤ : ٣

ثانيًا الأسئلة المقالية

١ إذا كان : $\frac{س - ٢ ص}{س + ٣ ص} = \frac{٣}{٥}$ **فأوجد قيمة :** س : ص (الجيزة ٢٤)

---

٢ إذا كان : $\frac{س}{ص} = \frac{٢}{٣}$ **أوجد قيمة النسبة :** $\frac{٣ س + ٢ ص}{٦ ص - س}$ (مطروح ٢٣)

---

٣ إذا كانت : أ ، ب ، جـ ، ء كميات متناسبة **فأثبت أن :** $\frac{أ + ٢ جـ}{ب + ٢ ء} = \frac{جـ - أ}{ء - ب}$ (بورسعيد ٢٤)

---

٤ إذا كانت : أ ، ب ، جـ ، ء فى تناسب متسلسل **أثبت أن :** $\frac{أ}{ب + ء} = \frac{جـ^{٣}}{جـ^{٢} ء + ء^{٣}}$ (كفر الشيخ ٢٠)

---

٥ أوجد العدد الذى إذا أُضيف إلى كل من الأعداد ٣ ، ٥ ، ٨ ، ١٢ فإنها تكون متناسبة.

(الغربية ٢٢)

---

٦ إذا كان : $\frac{أ}{ب - أ} = \frac{جـ}{ء - جـ}$ **فأثبت أن :** أ ، ب ، جـ ، ء كميات متناسبة. (الجيزة ١٣)

---

٧ إذا كان : $\frac{س}{٤} = \frac{ص}{٥} = \frac{ع}{٣}$ **أثبت أن :** $\frac{س - ص + ع}{س + ص - ع} = \frac{١}{٣}$ (المنوفية ٢٤)

---

٨ إذا كان : $\frac{س}{٣} = \frac{ص}{٤} = \frac{ع}{٥}$ **أثبت أن :** $\sqrt{س^{٢} + ص^{٢}} = ٢ س + ص - ع$ (الإسماعيلية ٢٣)

٩ إذا كان أ : ب : حـ = ١ : ٢ : ٣ وكان : ب + حـ = ٢٥ فأوجد قيمة كل من : أ ، ب ، حـ

(القليوبية ١٦)

---

١٠ إذا كان : $\frac{أ}{٢} = \frac{ب}{٣} = \frac{حـ}{٤} = \frac{٢أ - ٢ب + ٥حـ}{٣س}$ فأوجد : قيمة س (المنوفية ٢٣)

---

١١ أوجد العدد الذى إذا أُضيف إلى حدى النسبة ٥ : ١١ فإنها تصبح ٤ : ٧ (القاهرة ٢٤)

---

١٢ أوجد العدد الموجب الذى إذا أُضيف مربعه إلى حدى النسبة ٧ : ١١ فإنها تصبح ٤ : ٥

(المنوفية ٢٤)

---

١٣ عددان صحيحان النسبة بينهما ٢ : ٣ ، وإذا أُضيف للأول ٧ وطُرح من الثانى ١٢ صارت النسبة بينهما ٥ : ٣ أوجد العددين. (بنى سويف ١٧)

---

١٤ إذا كان : $\frac{أ}{٢س - ص} = \frac{ب}{٢ص - س}$ فأثبت أن : $\frac{٢أ + ب}{س} = \frac{أ + ٢ب}{ص}$ (دمياط ٢٣)

---

١٥ إذا كانت : $\frac{س + ص}{٧} = \frac{ص + ع}{٥} = \frac{ع + س}{٨}$ فأثبت أن : $\frac{س + ص + ع}{س - ع} = ٥$

(أسيوط ٢٤)

---

١٦ إذا كان : $\frac{س}{٢أ + ب} = \frac{ص}{٢ب - حـ} = \frac{ع}{٢حـ - أ}$

فأثبت أن : $\frac{٢س + ص}{٤أ + ٤ب - حـ} = \frac{٢س + ٢ص + ع}{٣أ + ٦ب}$ (البحيرة ٢٣)

---

١٧ إذا كان : $\frac{س + ص}{٣} = \frac{ص + ع}{٨} = \frac{ع + س}{٦}$

فأثبت أن : $\frac{س + ص + ع}{٢س + ٣ص + ٣ع} = \frac{١٧}{٥٠}$ (كفر الشيخ ٢٠)

---

١٨ إذا كان : $\frac{س + ص}{٥} = \frac{ص + ع}{٨} = \frac{ع + س}{٧}$

فأثبت أن : $\frac{س}{٢} = \frac{ص}{٣} = \frac{ع}{٥}$ (الوادى الجديد ١٧)

---

١٩ إذا كانت ب وسطًا متناسبًا بين أ ، حـ فأثبت أن : $\frac{أ^٢ + ب^٢}{ب^٢ + حـ^٢} = \frac{أ}{حـ}$ (السويس ٢٤)

٢٠ إذا كانت : ص $\propto$ س وكانت ص = ٢٠ عندما س = ٤

فأوجد : [١] العلاقة بين ص ، س [٢] قيمة س عندما ص = ٤٠ (سوهاج ٢٤)

---

٢١ إذا كانت : ص $\propto \frac{١}{س}$ وكانت ص = ٣ عندما س = ٢

فأوجد : [١] العلاقة بين س ، ص [٢] قيمة ص عندما س = ١,٥ (قنا ٢٤)

---

٢٢ إذا كانت : $\frac{٢١ س - ص}{٧ س - ع} = \frac{ص}{ع}$ **أثبت أن : ص $\propto$ ع** (أسيوط ٢٤)

---

٢٣ إذا كانت : س = ع + ٨ وكانت ع تتناسب عكسيًا مع ص وكانت ع = ٢ عندما ص = ٣

أوجد العلاقة بين : ص ، س ثم أوجد : قيمة ص عندما س = ٣ (الدقهلية ٢٠)

---

٢٤ إذا كانت : ص = ١ + ب حيث ب تتغير عكسيًا مع مربع س وكانت : ص = ٥ عندما س = ٢

أوجد العلاقة بين : ص ، س ثم أوجد : قيمة ص عندما س = ٤ (كفر الشيخ ١٦)

---

٢٥ إذا كانت : $س^٤ ص^٢ - ١٤ س^٢ ص + ٤٩ = ٠$ **فأثبت أن : ص $\propto \frac{١}{س^٢}$** (الإسكندرية ١٩)

---

٢٦ **من بيانات الجدول المقابل**

س	٢	٤	٦
ص	٦	٣	٢

أجب عن الأسئلة الآتية :

[١] بيِّن نوع التغير بين ص ، س

[٢] أوجد ثابت التناسب.

[٣] أوجد قيمة ص عندما س = ٣

[٤] أوجد قيمة س عندما ص = $٢\frac{٢}{٥}$ (دمياط ١٦)

الأسئلة الهامة على الوحدة الثالثة
الإحصاء

أولًا أسئلة الاختيار من متعدد

١ أسهل وأبسط مقاييس التشتت هو .... (الإسماعيلية ٢٤)

(أ) الوسط الحسابى. (ب) الوسيط.

(جـ) المدى. (د) المنوال.

---

٢ المدى لمجموعة القيم : ٧ ، ٣ ، ٦ ، ٥ ، ٩ يساوى .... (الجيزة ٢٤)

(أ) ٣ (ب) ٩ (جـ) ٦ (د) ١٢

---

٣ إذا كان : $\sum (س - \overline{س})^٢ = ٣٦$ لمجموعة من القيم عددها ٩ ، فإن الانحراف المعيارى يساوى .... (الشرقية ٢٠)

(أ) ٢ (ب) ١٨ (جـ) ٢٧ (د) ٤

---

٤ إذا كان الانحراف المعيارى لمجموعة من القيم يساوى ٣ وعدد القيم يساوى ٢ فإن : $\sum (س - \overline{س})^٢ =$ .... (الشرقية ٢٤)

(أ) ١ (ب) ١٨ (جـ) ١٢ (د) ٢٤

---

٥ مصنع به ١٢٥ عاملاً وهم ٧٥ فنيًا ، ٥٠ مهندسًا ، وأخذت عينة طبقية حجمها ٥٠ فردًا تُمثل فيها كل طبقة بحسب حجمها فإن عدد المهندسين فى هذه العينة يساوى .... (المنوفية ١٦)

(أ) ٣٠ (ب) ٢٠ (جـ) ٢٥ (د) ١٥

---

٦ القيمة الأكثر شيوعًا لمجموعة من القيم تسمى .... (المنوفية ١٨)

(أ) المدى. (ب) الوسيط. (جـ) الوسط الحسابى. (د) المنوال.

---

٧ من المصادر الثانوية لجمع البيانات .... (الفيوم ١٢)

(أ) المقابلة الشخصية. (ب) الاستبيانات.

(جـ) قاعدة بيانات الموظفين. (د) الملاحظة والقياس.

٨ اختيار عينة من طبقات المجتمع الإحصائى تسمى بالعينة .... (الإسكندرية ١٤)

(أ) العشوائية. (ب) الطبقية. (جـ) العمدية. (د) العنقودية.

---

٩ الفرق بين أكبر المفردات وأصغرها لمجموعة من المفردات يسمى .... (دمياط ٢٤)

(أ) الوسيط. (ب) الوسط الحسابى.

(جـ) المدى. (د) الانحراف المعيارى.

---

١٠ الوسط الحسابى لمجموعة القيم : ٧ ، ٣ ، ٦ ، ٩ ، ٥ يساوى .... (ش. سيناء ١٧)

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ٤ (د) ١٢

---

١١ أكثر المجموعات الآتية تشتتًا هى المجموعة .... (القليوبية ١٥)

(أ) ٢٨ ، ١٧ ، ٣٠ ، ٣٦ ، ٢٠ (ب) ٢٠ ، ١٩ ، ٢٩ ، ٣٧ ، ٤٣

(جـ) ٣١ ، ٣٥ ، ٢٦ ، ٣٧ ، ٤١ (د) ٢٥ ، ٣٩ ، ١٩ ، ٥ ، ٢٧

---

١٢ إذا كانت جميع المفردات متساوية فى القيمة فإن .... (الغربية ٢٣)

(أ) $س - \bar{س} < ٠$ (ب) $س - \bar{س} > ٠$

(جـ) $\sigma = ٠$ (د) $\bar{س} = ٠$

---

١٣ الجذر التربيعى الموجب لمتوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابى يسمى .... (قنا ٢٠)

(أ) المدى. (ب) الوسيط.

(جـ) الانحراف المعيارى. (د) المنوال.

---

١٤ إذا كان الوسط الحسابى لمجموعة القيم : أ ، ٥ ، ٨ ، ٧ ، ٦ يساوى ٦ فإن : أ = ... (مطروح ٢٠)

(أ) ٤ (ب) ٦ (جـ) ٨ (د) ٣٠

١٥ إذا كان المدى للقيم : ٧ ، ك ، ٨ ، ٩ ، ٥ هو ٦ فإن : ك = ... (المنوفية ٢٤)

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ١٢

---

١٦ إذا كان الانحراف المعيارى للقيم : س + ١ ، ص ، ٤ يساوى الصفر

فإن : س ص = ... (قنا ٢٤)

(أ) ٤ (ب) ١٢ (جـ) ١٦ (د) ٢٠

---

١٧ إذا كان التشتت للقيم : س + ١ ، ص + ٤ مساويًا الصفر

فإن : س – ص = ... (قنا ٢٥)

(أ) –١ (ب) –٤ (جـ) ٣ (د) ٤

ثانيًا الأسئلة المقالية

١ احسب الوسط الحسابى والانحراف المعيارى للقيم الآتية :

١٢ ، ١٣ ، ١٦ ، ١٨ ، ٢١ (دمياط ١٩)

---

٢ الجدول التالى يمثل التوزيع التكرارى لأعمار ١٠ أطفال :

العمر بالسنوات	٥	٨	٩	١٠	١٢	المجموع
عدد الأطفال	١	٢	٣	٣	١	١٠

احسب الانحراف المعيارى للعمر بالسنوات. (القاهرة ١٨)

---

٣ احسب الوسط الحسابى والانحراف المعيارى للتوزيع التكرارى التالى :

المجموعات	صفر –	٤ –	٨ –	١٢ –	١٦ – ٢٠	المجموع
التكرار	٣	٤	٧	٢	٩	٢٥

(الغربية ١٧)

المراجعة النهائية

فى الجبر والإحصاء



مراجعة نهائية لأهم مفاهيم وقواعد وقوانين الجبر والإحصاء

أولًا الجبـــــر

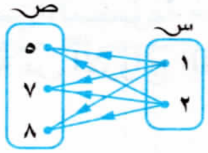
تذكر حاصل الضرب الديكارتى لمجموعتين وتمثيله

إذا كانت : س = {١ ، ٢} ، ص = {٥ ، ٧ ، ٨} فإن :

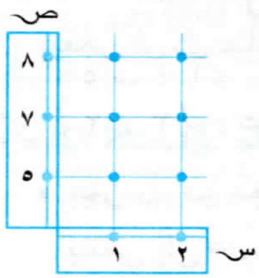
س × ص

هو مجموعة جميع الأزواج المرتبة التى مسقطها الأول عنصر ينتمى إلى س ومسقطها الثانى عنصر ينتمى إلى ص

أى أن : س × ص = {(١ ، ٥) ، (١ ، ٧) ، (١ ، ٨) ، (٢ ، ٥) ، (٢ ، ٧) ، (٢ ، ٨)}



مخطط سهمى

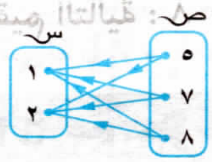


مخطط بيانى (ديكارتى)

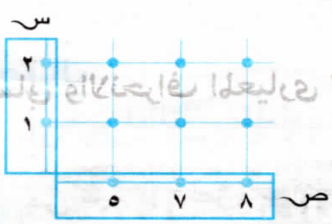
ص × س

هو مجموعة جميع الأزواج المرتبة التى مسقطها الأول عنصر ينتمى إلى ص ومسقطها الثانى عنصر ينتمى إلى س

أى أن : ص × س = {(٥ ، ١) ، (٥ ، ٢) ، (٧ ، ١) ، (٧ ، ٢) ، (٨ ، ١) ، (٨ ، ٢)}



مخطط سهمى

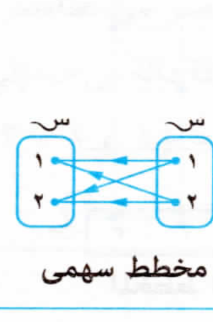


مخطط بيانى (ديكارتى)

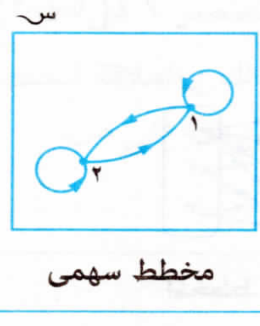
س × س

هو مجموعة جميع الأزواج المرتبة التى كل من مسقطها الأول والثانى عنصر ينتمى إلى س

أى أن : س × س = {(١ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (٢ ، ١) ، (٢ ، ٢)}



مخطط سهمى



مخطط سهمى



مخطط بيانى (ديكارتى)

ملاحظات

• س × ص ≠ ص × س إذا كانت : س ≠ ص

• ن(س × ص) = ن(ص × س) = ن(س) × ن(ص) حيث ن عدد العناصر

• ن(س × س) = ن(س^{٢}) = [ن(س)]^{٢} • س × ∅ = ∅ × س = ∅

تذكر **العلاقة وتمثيلها**

• العلاقة من المجموعة س إلى المجموعة ص هى ارتباط يربط بعض أو كل عناصر س ببعض أو كل عناصر ص ونرمز لها عادة بالرمز «ع»

• **إذا كانت ع علاقة من المجموعة س إلى المجموعة ص فإن :**

* بيان ع هو مجموعة من الأزواج المرتبة التى مسقطها الأول ينتمى إلى س ومسقطها الثانى ينتمى إلى ص

* ع ⊂ س × ص

* تمثل العلاقة بمخطط سهمى أو بمخطط ديكارتى (بيانى).

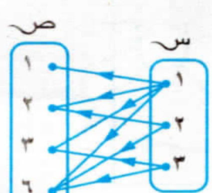
• إذا كانت ع علاقة من س إلى س فيقال إن ع علاقة على س ويكون ع ⊂ س × س

مثال

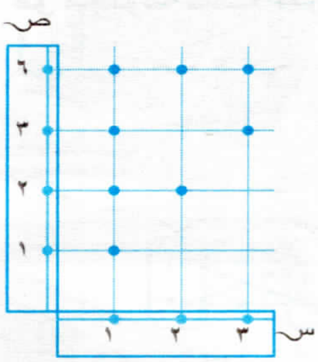
إذا كانت : س = {١ ، ٢ ، ٣} ، ص = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٦} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث «أ ع ب» تعنى «أ عامل من عوامل ب» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص فاكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى وآخر ديكارتى.

الحل

بيان ع = {(١ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (١ ، ٣)
، (١ ، ٦) ، (٢ ، ٢) ، (٢ ، ٦)
، (٣ ، ٣) ، (٣ ، ٦)}



المخطط السهمى



المخطط الديكارتى

تذكر **الدالة (التطبيق)**

• **يقال لعلاقة من س إلى ص إنها دالة إذا تحققت إحدى الحالات الآتية :**

① كل عنصر من عناصر س يظهر مرة واحدة فقط كمسقط أول فى أحد الأزواج المرتبة التى تنتمى إلى بيان العلاقة.

② كل عنصر من عناصر س يخرج منه سهم واحد فقط إلى أحد عناصر ص وذلك فى المخطط السهمى الممثل للعلاقة.

③ كل خط رأسى تقع عليه نقطة واحدة فقط من النقط التى تمثل العلاقة وذلك فى المخطط البيانى الممثل للعلاقة.

• **إذا كانت د دالة من س إلى ص فإنها تكتب د : س ⟵ ص ويكون :**

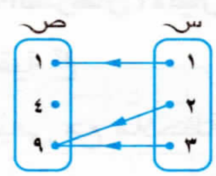
① س هى مجال الدالة.

② ص هى المجال المقابل للدالة.

③ مجموعة صور عناصر س الموجودة فى ص هى مدى الدالة ويكون :
مدى الدالة ⊂ المجال المقابل للدالة.

فمثلًا :

إذا كانت : س = {١ ، ٢ ، ٣}   ،   ص = {١ ، ٤ ، ٩} فإن المخططات التالية توضح بعض العلاقات من س إلى ص بعضها يمثل دالة من س إلى ص وبعضها لا يمثل دالة :

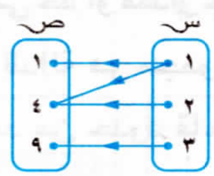


لاحظ : خروج سهم واحد فقط من كل عنصر من عناصر س

لذلك : العلاقة دالة من س إلى ص

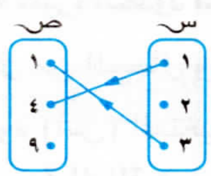
• المجال = {١ ، ٢ ، ٣}

• المدى = {١ ، ٩}



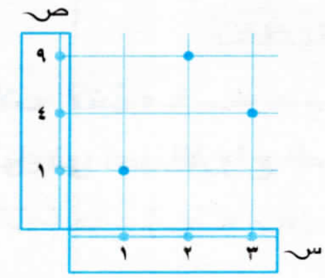
لاحظ : خروج سهمين من العنصر ١ فى س

لذلك : العلاقة ليست دالة من س إلى ص



لاحظ : عدم خروج سهم من العنصر ٢ فى س

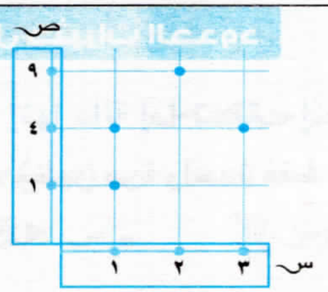
لذلك : العلاقة ليست دالة من س إلى ص



لاحظ : وقوع نقطة واحدة فقط على كل خط رأسى

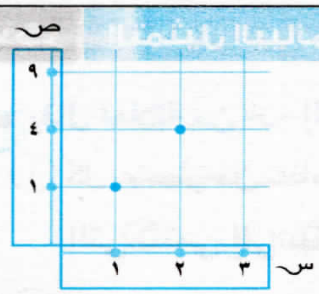
لذلك : العلاقة دالة من س إلى ص

- المجال = {١ ، ٢ ، ٣}
- المدى = {١ ، ٤ ، ٩}



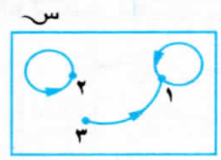
لاحظ : وقوع نقطتين على الخط الرأسى عند العنصر ١ فى س

لذلك : العلاقة ليست دالة من س إلى ص



لاحظ : عدم وجود نقطة على الخط الرأسى عند العنصر ٣ فى س

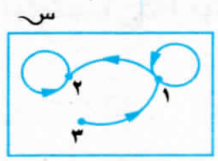
لذلك : العلاقة ليست دالة من س إلى ص



لاحظ : خروج سهم واحد فقط من كل عنصر من عناصر س

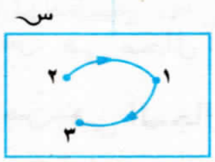
لذلك : العلاقة دالة على س

- المجال = {١ ، ٢ ، ٣}
- المدى = {١ ، ٢}



لاحظ : خروج سهمين من العنصر ١ فى س

لذلك : العلاقة ليست دالة على س



لاحظ : عدم خروج سهم من العنصر ٣ فى س

لذلك : العلاقة ليست دالة على س

تذكر | دوال كثيرات الحدود

الدالة كثيرة الحدود هى دالة قاعدتها هى حد أو مقدار جبرى ويتوافر فيها الشرطان الآتيان معًا :

① كل من المجال والمجال المقابل للدالة هو مجموعة الأعداد الحقيقية ح

② قوة (أس) المتغير س فى أى حد من حدود قاعدتها هو عدد طبيعى مع ملاحظة أن : **درجة الدالة هى أكبر أس للمتغير س**

فمثلًا :
- الدالة د : د (س) = ٣ هى دالة كثيرة حدود من الدرجة صفر.
- الدالة د : د (س) = ٢ س + ١ هى دالة كثيرة حدود من الدرجة الأولى.
- الدالة د : د (س) = $س^٣ - ٥ س^٢ + ١$ هى دالة كثيرة حدود من الدرجة الثالثة.

بينما : الدالة د : د (س) = $\frac{١}{س^٢} + س^٢$ ليست دالة كثيرة حدود

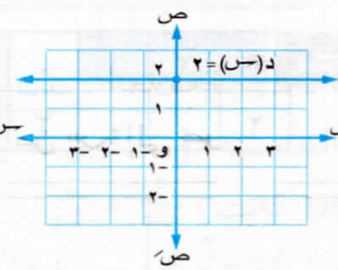
لأن : $\frac{١}{س^٢} = س^{-٢}$ أى أس الرمز س ليس عددًا طبيعيًا.

تذكر | التمثيل البيانى لدوال كثيرات الحدود

١ الدالة الثابتة

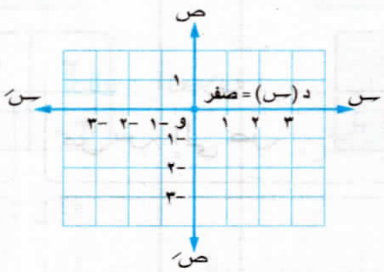
الدالة د : ح ⟵ ح حيث : د (س) = ب ، ب ∈ ح يمثلها بيانيًا خط مستقيم يوازى محور السينات ويقطع محور الصادات فى النقطة (٠ ، ب)

د : د (س) = ٢



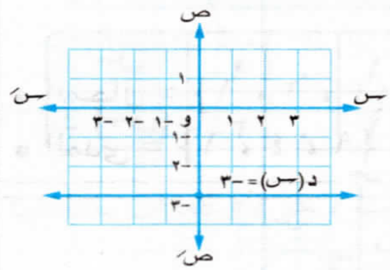
المستقيم أعلى محور السينات ويمر بالنقطة (٠ ، ٢) (من الدرجة صفر)

د : د (س) = ٠



المستقيم منطبق على محور السينات ويمر بالنقطة (٠ ، ٠) (ليس لها درجة)

د : د (س) = −٣



المستقيم أسفل محور السينات ويمر بالنقطة (٠ ، −٣) (من الدرجة صفر)

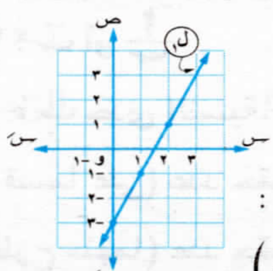
٢ الدالة الخطية

الدالة د : ح ⟵ ح حيث : د (س) = أ س + ب ، أ ∈ ح − {٠} ، ب ∈ ح

تسمى دالة خطية (دالة من الدرجة الأولى) يمثلها بيانيًا خط مستقيم يقطع محور الصادات فى (٠ ، ب) ويقطع محور السينات فى $(\frac{-ب}{أ}$ ، ٠)

د : د (س) = ٢ س − ٣

س	٠	١	٢
د (س)	−٣	−١	١

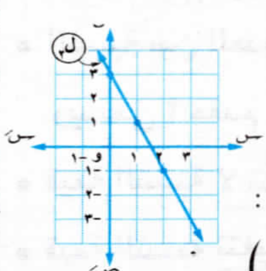


المستقيم ل١ يقطع محور :

- السينات فى $(1\frac{1}{2}$ ، ٠)
- الصادات فى (٠ ، −٣)

د : د (س) = ٣ − ٢ س

س	٠	١	٢
د (س)	٣	١	−١



المستقيم ل٢ يقطع محور :

- السينات فى $(1\frac{1}{2}$ ، ٠)
- الصادات فى (٠ ، ٣)

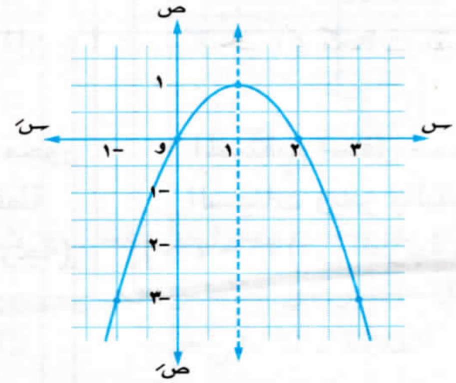
٣ الدالة التربيعية

الدالة د : ح ⟵ ح حيث : د (س) = أ $س^{٢}$ + ب س + حـ ، أ ، ب ، حـ ∈ ح ، أ ≠ ٠

تسمى دالة تربيعية وهى دالة كثيرة حدود من الدرجة الثانية ويمثلها بيانيًا منحنى نقطة رأسه هى : $\left(\frac{-ب}{٢أ} ، د\left(\frac{-ب}{٢أ}\right)\right)$

د : د (س) = ٢ س − $س^{٢}$ ، س ∈ [−١ ، ٣]

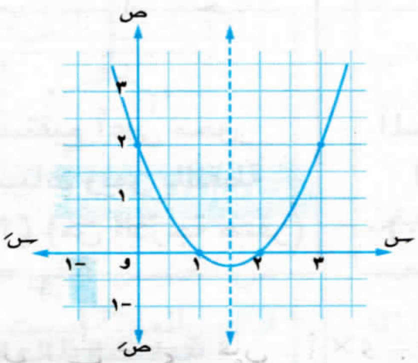
س	−١	٠	١	٢	٣
د (س)	−٣	٠	١	٠	−٣



- نقطة رأس المنحنى = (١ ، ١)
- القيمة العظمى للدالة = ١
- معادلة محور التماثل : س = ١

د : د (س) = $س^{٢}$ − ٣ س + ٢ ، س ∈ [٠ ، ٣]

س	٠	١	٢	٣
د (س)	٢	٠	٠	٢



- نقطة رأس المنحنى = $\left(\frac{٣}{٢} ، -\frac{١}{٤}\right)$
- القيمة الصغرى للدالة = $-\frac{١}{٤}$
- معادلة محور التماثل : س = $\frac{٣}{٢}$

تذكر النسبة وخواصها

- النسبة بين العددين الحقيقيين أ ، ب تكتب أ : ب أو $\frac{أ}{ب}$

  ويسمى أ مقدم النسبة ، ب تالى النسبة ، أ ، ب حدى النسبة.
- قيمة النسبة لا تتغير إذا ضرب حداها فى (أو قسما على) عدد حقيقى لا يساوى الصفر.
- قيمة النسبة تتغير إذا أضيف إلى حديها (أو طرح منهما) عدد حقيقى لا يساوى الصفر.
- إذا كانت النسبة بين عددين هى أ : ب

  فإن : العدد الأول = أ م ، العدد الثانى = ب م حيث : م ∈ $ح^{*}$

مثال

عددان مجموعهما ٢٨ والنسبة بينهما ٣ : ٤ فما العددان ؟

الحل

نفرض أن العددين هما : ٣ م ، ٤ م ∴ ٣ م + ٤ م = ٢٨

∴ ٧ م = ٢٨ ∴ م = $\frac{٢٨}{٧}$ = ٤

∴ العددان هما : ٣ × ٤ ، ٤ × ٤ أي : ١٢ ، ١٦

تذكر التناسب

- التناسب هو تساوى نسبتين أو أكثر.
- إذا كانت : $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د}}$ فإن : أ ، ب ، جـ ، د كميات متناسبة
- إذا كانت : أ ، ب ، جـ ، د كميات متناسبة فإن : $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د}}$

تذكر خواص التناسب

خاصية ١

إذا كان : $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د}}$ فإن : أ × د = ب × جـ

أي أن : حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين

مثال

أوجد الرابع المتناسب للكميات : ٣ ، ٤ ، ٢٧

الحل

نفرض أن الرابع المتناسب س ∴ الكميات : ٣ ، ٤ ، ٢٧ ، س متناسبة

∴ $\frac{٣}{٤} = \frac{٢٧}{\text{س}}$ ∴ ٣ × س = ٤ × ٢٧

∴ س = $\frac{٤ \times ٢٧}{٣}$ = ٣٦ ∴ الرابع المتناسب = ٣٦

خاصية ٢

إذا كان : أ × د = ب × جـ فإن : $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د}}$ (÷ ، ÷)

وكذلك كل من التناسبات الآتية صحيحة : $\frac{\text{أ}}{\text{جـ}} = \frac{\text{ب}}{\text{د}}$ ، $\frac{\text{د}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}}{\text{أ}}$ ، $\frac{\text{د}}{\text{جـ}} = \frac{\text{ب}}{\text{أ}}$

مثال

إذا كان : $\frac{س + ٣ ص}{٢ س - ص} = \frac{٤}{٣}$ فأوجد النسبة س : ص

الحل

$\because \frac{س + ٣ ص}{٢ س - ص} = \frac{٤}{٣}$ $\therefore$ ٣ (س + ٣ ص) = ٤ (٢ س - ص)

$\therefore$ ٣ س + ٩ ص = ٨ س - ٤ ص $\therefore$ ١٣ ص = ٥ س

$\therefore$ س : ص = ١٣ : ٥

خاصية ٣

إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{ح}{ء}$ فإن : $\frac{أ}{ح} = \frac{ب}{ء}$ أى أن : $\frac{\text{مقدم النسبة الأولى}}{\text{مقدم النسبة الثانية}} = \frac{\text{تالى النسبة الأولى}}{\text{تالى النسبة الثانية}}$

فمثلًا : إذا كان : $\frac{أ}{٤} = \frac{ب}{٣}$ فإن : $\frac{أ}{ب} = \frac{٤}{٣}$ أ، $\frac{ب}{أ} = \frac{٣}{٤}$

خاصية ٤

إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{ح}{ء}$ فإن : أ = ح م ، ب = ء م حيث م ثابت ≠ صفر

مثال

إذا كان أ : ب = ٣ : ٥ فأوجد النسبة ٢٠ أ - ٧ ب : ١٥ أ + ب

الحل

$\because \frac{أ}{ب} = \frac{٣}{٥}$ $\therefore$ أ = ٣ م ، ب = ٥ م حيث م ≠ صفر

وبالتعويض عن أ ، ب بدلالة م $\therefore \frac{٢٠ أ - ٧ ب}{١٥ أ + ب} = \frac{٦٠ م - ٣٥ م}{٤٥ م + ٥ م} = \frac{٢٥ م}{٥٠ م} = \frac{١}{٢}$

! ملاحظة هامة

- إذا كانت أ ، ب ، ح ، ء كميات متناسبة وفرضنا أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{ح}{ء} = م$

فإن : **أ = ب م** ، **ح = ء م**

فمثلًا : إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{ح}{ء} = \frac{٣}{٤}$ فإن : أ = $\frac{٣}{٤}$ ب ، ح = $\frac{٣}{٤}$ ء

- وبصفة عامة إذا كانت أ ، ب ، حـ ، ء ، هـ ، و ، ... كميات متناسبة

وفرضنا أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{حـ}{ء} = \frac{هـ}{و} = ... = م$

فإن : $أ = ب م$ ، $حـ = ء م$ ، $هـ = و م$ ، ...

مثال

إذا كانت : أ ، ب ، حـ ، ء كميات متناسبة **فأثبت أن :**

(١) $\frac{٢ أ + ٣ حـ}{٧ أ - ٥ حـ} = \frac{٢ ب + ٣ ء}{٧ ب - ٥ ء}$

(٢) $\frac{أ + حـ}{ب + ء} = \frac{أ^٢ + حـ^٢}{أ ب + حـ ء}$

الحل

نفرض أن $\frac{أ}{ب} = \frac{حـ}{ء} = م$ $\therefore$ $أ = ب م$ ، $حـ = ء م$

(١) الطرف الأيمن $= \frac{٢ ب م + ٣ ء م}{٧ ب م - ٥ ء م} = \frac{م (٢ ب + ٣ ء)}{م (٧ ب - ٥ ء)} = \frac{٢ ب + ٣ ء}{٧ ب - ٥ ء} =$ الطرف الأيسر.

(٢) $\frac{أ + حـ}{ب + ء} = \frac{ب م + ء م}{ب + ء} = \frac{م (ب + ء)}{ب + ء} = م$ (١)

، $\frac{أ^٢ + حـ^٢}{أ ب + حـ ء} = \frac{(ب م)^٢ + (ء م)^٢}{(ب م) ب + (ء م) ء} = \frac{ب^٢ م^٢ + ء^٢ م^٢}{ب^٢ م + ء^٢ م} = \frac{م^٢ (ب^٢ + ء^٢)}{م (ب^٢ + ء^٢)} = م$ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن : $\frac{أ + حـ}{ب + ء} = \frac{أ^٢ + حـ^٢}{أ ب + حـ ء}$

خاصية ٥

إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{حـ}{ء} = \frac{هـ}{و} = ...$ وكانت $م_١$ ، $م_٢$ ، $م_٣$ ، ... أعدادًا حقيقية لا تساوى الصفر

فإن : $\frac{م_١ أ + م_٢ حـ + م_٣ هـ + ...}{م_١ ب + م_٢ ء + م_٣ و + ...} =$ إحدى النسب

مثال

إذا كان : $\frac{أ + ٣ ب}{س + ٥ ص} = \frac{٣ ب + ٥ حـ}{٥ ص + ٧ ع} = \frac{٥ حـ + أ}{٧ ع + س}$

أثبت أن : $\frac{أ}{٣ ب} = \frac{س}{٥ ص}$

الحل

بضرب حدى النسبة الثانية فى (−١) وجمع المقدمات والتوالى للنسب الثلاث.

$$\therefore \frac{أ + ٣ب - ٣ب - ٥ح + ٥ح + أ}{س + ٥ص - ٥ص - ٧ع + ٧ع + س} = \frac{٢أ}{٢س} = \frac{أ}{س} = \text{إحدى النسب} \qquad (١)$$

وبضرب حدى النسبة الثالثة فى (−١) وجمع المقدمات والتوالى للنسب الثلاث.

$$\therefore \frac{أ + ٣ب + ٣ب + ٥ح - ٥ح - أ}{س + ٥ص + ٥ص + ٧ع - ٧ع - س} = \frac{٦ب}{١٠ص} = \frac{٣ب}{٥ص} = \text{إحدى النسب} \qquad (٢)$$

من (١) ، (٢) ينتج أن : $\frac{أ}{س} = \frac{٣ب}{٥ص}$ $\therefore \frac{أ}{٣ب} = \frac{س}{٥ص}$

تذكر | **التناسب المتسلسل**

- يقال إن الكميات أ ، ب ، ح فى تناسب متسلسل إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{ح}$

يسمى أ الأول المتناسب ، ح الثالث المتناسب ، أما ب فتسمى الوسط المتناسب بين أ ، ح

- $\because \frac{أ}{ب} = \frac{ب}{ح}$ $\therefore ب^{٢} = أح$ أى $ب = \pm\sqrt{أح}$

أى أن : الوسط المتناسب بين كميتين = $\pm\sqrt{\text{حاصل ضرب الكميتين}}$

(لاحظ أن الكميتين أ ، ح يجب أن تكونا موجبتين معًا أو سالبتين معًا)

- إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{ح} = \frac{ح}{ء} = م$ فإن : $ح = ءم$ ، $ب = ءم^{٢}$ ، $أ = ءم^{٣}$

مثال

إذا كان : أ ، ب ، ح ، ء فى تناسب متسلسل. **أثبت أن :** $\frac{٢أ + ٣ح}{٢ب + ٣ء} = \frac{أ - ح}{ب - ء}$

الحل

$\because$ أ ، ب ، ح ، ء فى تناسب متسلسل. $\therefore \frac{أ}{ب} = \frac{ب}{ح} = \frac{ح}{ء} = م$

$\therefore ح = ءم$ ، $ب = ءم^{٢}$ ، $أ = ءم^{٣}$

$$\therefore \frac{٢أ + ٣ح}{٢ب + ٣ء} = \frac{٢ءم^{٣} + ٣ءم}{٢ءم^{٢} + ٣ء} = \frac{ءم(٢م^{٢} + ٣)}{ء(٢م^{٢} + ٣)} = م \qquad (١)$$

$$، \frac{أ - ح}{ب - ء} = \frac{ءم^{٣} - ءم}{ءم^{٢} - ء} = \frac{ءم(م^{٢} - ١)}{ء(م^{٢} - ١)} = م \qquad (٢)$$

من (١) ، (٢) ينتج أن : $\frac{٢أ + ٣ح}{٢ب + ٣ء} = \frac{أ - ح}{ب - ء}$

تذكر التغير الطردى والتغير العكسى

التغير الطردى

- إذا كانت ص تتغير طرديًا مع س وتكتب ص $\propto$ س فإن :

① ص = م س (أى أن : $\frac{ص}{س}$ = م) حيث م ثابت ≠ ٠

② $\frac{ص_1}{ص_2} = \frac{س_1}{س_2}$

③ العلاقة بين س ، ص يمثلها بيانيًا خط مستقيم يمر بنقطة الأصل.

- لإثبات أن ص $\propto$ س نثبت أن : ص = م س حيث م ثابت ≠ ٠

فمثلًا : إذا كان : ص = ٥ س

فإن : ص $\propto$ س

التغير العكسى

- إذا كانت ص تتغير عكسيًا مع س وتكتب ص $\propto \frac{1}{س}$ فإن :

① ص = $\frac{م}{س}$ (أى أن : س ص = م) حيث م ثابت ≠ ٠

② $\frac{ص_1}{ص_2} = \frac{س_2}{س_1}$

③ العلاقة بين س ، ص ليست علاقة خطية.

- لإثبات أن ص $\propto \frac{1}{س}$ نثبت أن : س ص = م حيث م ثابت ≠ ٠

فمثلًا : إذا كان : ص = $\frac{7}{س}$

فإن : س ص = ٧ ومنها ص $\propto \frac{1}{س}$

مثال على التغير الطردى

① إذا كان : أ $\propto$ ب وكانت أ = ٥ عندما ب = ٢ **أوجد :** أ عندما ب = ٣

② إذا كان : $أ^2 + 4 ب^2 = 4 أ ب$

أثبت أن : أ $\propto$ ب

الحل

① ∵ أ $\propto$ ب ∴ $\frac{أ_1}{أ_2} = \frac{ب_1}{ب_2}$

∴ $\frac{5}{أ_2} = \frac{2}{3}$ ∴ $أ_2 = 7,5$

② ∵ $أ^2 + 4 ب^2 = 4 أ ب$

∴ $أ^2 - 4 أ ب + 4 ب^2 = 0$

∴ $(أ - 2 ب)^2 = 0$

∴ أ − ٢ ب = ٠ ∴ أ = ٢ ب

∴ أ $\propto$ ب

مثال على التغير العكسى

إذا كان : س ، ص متغيرين حقيقيين حيث : $س^2 ص^2 + 25 = 10 س ص$

أثبت أن : س تتغير عكسيًا بتغير ص

الحل

∵ $س^2 ص^2 - 10 س ص + 25 = 0$

∴ $(س ص - 5)^2 = 0$

∴ س ص − ٥ = ٠

∴ س ص = ٥

∴ س $\propto \frac{1}{ص}$

∴ س تتغير عكسيًا بتغير ص

ثانيًا الإحصـاء

تذكر مصادر جمع البيانات

مصادر أولية (ميدانية)

- هى المصادر التى يحصل منها الباحث على البيانات بنفسه (بشكل مباشر)
- **أمثلة :** * الاستبيانات واستطلاعات الرأى. * الملاحظة والقياس.

مصادر ثانوية (تاريخية)

- هى المصادر التى يتم الحصول منها على بيانات تم تجميعها وتسجيلها من قبل.
- **أمثلة :** * نشرات أجهزة التعبئة والإحصاء. * وسائل الإعلام. * مواقع الإنترنت.

تذكر أساليب جمع البيانات

	أسلوب الحصر الشامل	أسلوب العينات
التعريف	• يقوم على جمع البيانات حول الظاهرة محل الدراسة من جميع مفردات المجتمع الإحصائى.	• يقوم على جمع البيانات حول الظاهرة محل الدراسة من بعض مفردات المجتمع الإحصائى (باختيار عينة ممثلة للمجتمع كله).
الاستخدامات	• الانتخابات. • التعداد العام للسكان. • عمل قاعدة بيانات للعاملين فى إحدى المؤسسات.	• عينة من دم مريض لإجراء بعض الفحوصات الطبية. • عينة من بعض منتجات مصنع لبحث مدى مطابقتها للمواصفات.
المميزات	• الدقة. • الشمول. • عدم التحيز. • التمثيل التام لكل مفردات المجتمع الإحصائى.	• أسرع وأقل تكلفة. • الطريقة الوحيدة لجمع بيانات عن المجتمعات الكبيرة الغير محدودة. • الطريقة الوحيدة لدراسة بعض المجتمعات المحدودة التى يؤدى فيها أسلوب الحصر الشامل إلى خسائر فادحة.
العيوب	• يحتاج فى بعض الأحيان إلى وقت طويل وتكلفة كبيرة.	• عدم دقة نتائجه فى بعض الحالات خاصة فى حالة أن تكون العينة المختارة غير ممثلة للمجتمع الإحصائى تمثيلاً تامًا.

تذكر | مفهوم العينة وطرق اختيارها

العينة : هى جزء صغير من مجتمع كبير تشبه المجتمع وتمثله.

طرق اختيار العينة ونوعها

- **اختيار متحيز**
  - **نوع العينة :** عينة غير عشوائية (عمدية)
  - **استخدامها :** تستخدم فى اختيار مفردات بعينها بحيث تناسب أهداف البحث.
- **اختيار عشوائى**
  - **نوع العينة :** عشوائية بسيطة
    استخدامها : تستخدم مع المجتمعات المتجانسة الغير مقسمة بطبيعتها إلى فئات.
  - **نوع العينة :** عشوائية طبقية
    استخدامها : تستخدم فى حالة المجتمعات الإحصائية غير المتجانسة المقسمة بطبيعتها إلى مجموعات نوعية تختلف فى الصفات.

$$\text{عدد مفردات الطبقة فى العينة} = \frac{\text{عدد مفردات الطبقة الكلى}}{\text{عدد مفردات المجتمع الكلى}} \times \text{عدد مفردات العينة}$$

«مع تقريب الناتج لأقرب عدد صحيح»

مثال

فى إحدى الكليات الجامعية كان هناك ٤٠٠٠ طالب بالسنة الأولى ، ٣٠٠٠ طالب بالسنة الثانية ، ٢٠٠٠ طالب بالسنة الثالثة ، ١٠٠٠ طالب بالسنة الرابعة ، فإذا أردنا سحب عينة طبقية حجمها ٥٠٠ طالب تمثل فيها كل طبقة بحسب حجمها ، فاحسب عدد مفردات كل طبقة فى العينة.

الحـــل

عدد الطلاب الكلى = ٤٠٠٠ + ٣٠٠٠ + ٢٠٠٠ + ١٠٠٠ = ١٠٠٠٠ طالب.

- عدد طلاب السنة الأولى بالعينة = $\frac{٤٠٠٠}{١٠٠٠٠} \times ٥٠٠ = ٢٠٠$ طالب.
- عدد طلاب السنة الثانية بالعينة = $\frac{٣٠٠٠}{١٠٠٠٠} \times ٥٠٠ = ١٥٠$ طالبًا.
- عدد طلاب السنة الثالثة بالعينة = $\frac{٢٠٠٠}{١٠٠٠٠} \times ٥٠٠ = ١٠٠$ طالب.
- عدد طلاب السنة الرابعة بالعينة = $\frac{١٠٠٠}{١٠٠٠٠} \times ٥٠٠ = ٥٠$ طالبًا.

تذكر | التشتت ومقاييسه

التشتت : هو مقياس يعبر عن مدى تجانس المجموعات.

مقاييس التشتت

١ المدى (أبسط مقاييس التشتت)

المدى لمجموعة من المفردات هو الفرق بين أكبر مفردة وأصغر مفردة فى المجموعة.

أى أن : **المدى = أكبر مفردة − أصغر مفردة**

فمثلًا : قيم المجموعة س هى : ٥٥ ، ٥٣ ، ٥٧ ، ٥٦ ، ٥٤ فإن المدى = ٥٧ − ٥٣ = ٤

، قيم المجموعة ص هى : ٦٧ ، ٧٣ ، ٤١ ، ٦٠ ، ٣٤ فإن المدى = ٧٣ − ٣٤ = ٣٩

ولذلك يقال إن المجموعة ص أكثر تشتتًا من المجموعة س

٢ الانحراف المعيارى σ

هو أدق مقاييس التشتت وأوسعها انتشارًا ويمكن حسابه عن طريق أخذ الجذر التربيعى الموجب لمتوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابى.

الانحراف المعيارى لمجموعة من المفردات

$$\text{الانحراف المعيارى } \sigma = \sqrt{\frac{\sum (\text{س} - \overline{\text{س}})^2}{\text{ن}}}$$

حيث س تشير إلى المفردة ، $\overline{\text{س}}$ تشير إلى الوسط الحسابى للمفردات.

، ن تشير إلى عدد المفردات

، $\sum$ تشير إلى عملية الجمع.

الانحراف المعيارى للتوزيع التكرارى

$$\text{الانحراف المعيارى } \sigma = \sqrt{\frac{\sum (\text{س} - \overline{\text{س}})^2 \text{ك}}{\sum \text{ك}}}$$

حيث س القيمة أو مركز المجموعة ، ك تكرار القيمة أو المجموعة ، $\sum$ك مجموع التكرارات ، $\overline{\text{س}}$ الوسط الحسابى = $\frac{\sum (\text{س} \times \text{ك})}{\sum \text{ك}}$

مثال على الانحراف المعيارى لمجموعة من القيم

احسب الانحراف المعيارى للقيم : ٥٥ ، ٥٣ ، ٥٧ ، ٥٦ ، ٥٤

الحل

(١) نوجد الوسط الحسابى للقيم ($\overline{\text{س}}$) = $\frac{\text{مجـ س}}{\text{ن}} = \frac{٥٥ + ٥٣ + ٥٧ + ٥٦ + ٥٤}{٥} = ٥٥$

(٢) نكون الجدول المقابل.

(٣) نقوم بحساب الانحراف المعيارى بالتعويض فى القانون :

الانحراف المعيارى $\sigma = \sqrt{\frac{\text{مجـ} (\text{س} - \overline{\text{س}})^{٢}}{\text{ن}}}$

$= \sqrt{\frac{١٠}{٥}} = \sqrt{٢} \simeq ١,٤$

س	$\text{س} - \overline{\text{س}}$	$(\text{س} - \overline{\text{س}})^{٢}$
٥٥	٥٥ − ٥٥ = ٠	٠
٥٣	٥٣ − ٥٥ = −٢	٤
٥٧	٥٧ − ٥٥ = ٢	٤
٥٦	٥٦ − ٥٥ = ١	١
٥٤	٥٤ − ٥٥ = −١	١
	المجموع	**١٠**

مثال على الانحراف المعيارى لتوزيع تكرارى بسيط

الجدول المقابل يبين توزيع الأجر اليومى لـ ٢٠ شخصًا بالجنيه :

الأجر	٢٠	٢٥	٣٠	٣٥	٤٠	٤٥	المجموع
عدد الأشخاص	٢	٣	٥	٥	١	٤	٢٠

أوجد الانحراف المعيارى للأجور.

الحل

(١) نوجد الوسط الحسابى للأجور ($\overline{\text{س}}$) وذلك باستخدام الجدول المقابل :

∴ الوسط الحسابى ($\overline{\text{س}}$)

$= \frac{\text{مجـ} (\text{س} \times \text{ك})}{\text{مجـ ك}}$

$= \frac{٦٦٠}{٢٠} = ٣٣$ جنيهًا.

الأجر (س)	عدد الأشخاص (ك)	س × ك
٢٠	٢	٤٠
٢٥	٣	٧٥
٣٠	٥	١٥٠
٣٥	٥	١٧٥
٤٠	١	٤٠
٤٥	٤	١٨٠
المجموع	٢٠	٦٦٠

(٢) نكوّن الجدول التالى :

س	ك	$\text{س} - \overline{\text{س}}$	$(\text{س} - \overline{\text{س}})^{٢}$	$(\text{س} - \overline{\text{س}})^{٢} \times \text{ك}$
٢٠	٢	٢٠ − ٣٣ = −١٣	١٦٩	٣٣٨
٢٥	٣	٢٥ − ٣٣ = −٨	٦٤	١٩٢
٣٠	٥	٣٠ − ٣٣ = −٣	٩	٤٥
٣٥	٥	٣٥ − ٣٣ = ٢	٤	٢٠
٤٠	١	٤٠ − ٣٣ = ٧	٤٩	٤٩
٤٥	٤	٤٥ − ٣٣ = ١٢	١٤٤	٥٧٦
المجموع	**٢٠**			**١٢٢٠**

(٣) نقوم بحساب الانحراف المعيارى بالتعويض فى القانون التالى :

الانحراف المعيارى $\sigma = \sqrt{\dfrac{\text{مجـ}(\text{س} - \overline{\text{س}})^{٢} \times \text{ك}}{\text{مجـ ك}}} = \sqrt{\dfrac{١٢٢٠}{٢٠}} \simeq ٧,٨$ جنيه.

مثال على الانحراف المعيارى لتوزيع تكرارى ذى مجموعات

فيما يلى التوزيع التكرارى للحافز الأسبوعى لعدد ١٠٠ عامل فى أحد المصانع :

الحوافز بالجنيه	٣٥−	٤٥−	٥٥−	٦٥−	٧٥−	٨٥−	المجموع
عدد العمال	١٠	١٤	٢٠	٢٨	٢٠	٨	١٠٠

أوجد الانحراف المعيارى لهذا التوزيع.

تذكر أن

مركز المجموعة = $\dfrac{\text{الحد الأدنى + الحد الأعلى}}{٢}$.

الحـــل

(١) نوجد الوسط الحسابى للحوافز ($\overline{\text{س}}$) وذلك باستخدام الجدول المقابل :

∴ الوسط الحسابى

$(\overline{\text{س}}) = \dfrac{\text{مجـ}(\text{س} \times \text{ك})}{\text{مجـ ك}}$

$= \dfrac{٦٥٨٠}{١٠٠} = ٦٥,٨$ جنيه.

المجموعات	مراكز المجموعات (س)	التكرارات (ك)	س × ك
٣٥−	٤٠	١٠	٤٠٠
٤٥−	٥٠	١٤	٧٠٠
٥٥−	٦٠	٢٠	١٢٠٠
٦٥−	٧٠	٢٨	١٩٦٠
٧٥−	٨٠	٢٠	١٦٠٠
٨٥−	٩٠	٨	٧٢٠
المجموع		١٠٠	٦٥٨٠

(٢) نكوّن الجدول التالى :

$س$	$ك$	$س - \overline{س}$	$(س - \overline{س})^٢$	$(س - \overline{س})^٢ \times ك$
٤٠	١٠	٤٠ - ٦٥,٨ = -٢٥,٨	٦٦٥,٦٤	٦٦٥٦,٤
٥٠	١٤	٥٠ - ٦٥,٨ = -١٥,٨	٢٤٩,٦٤	٣٤٩٤,٩٦
٦٠	٢٠	٦٠ - ٦٥,٨ = -٥,٨	٣٣,٦٤	٦٧٢,٨
٧٠	٢٨	٧٠ - ٦٥,٨ = ٤,٢	١٧,٦٤	٤٩٣,٩٢
٨٠	٢٠	٨٠ - ٦٥,٨ = ١٤,٢	٢٠١,٦٤	٤٠٣٢,٨
٩٠	٨	٩٠ - ٦٥,٨ = ٢٤,٢	٥٨٥,٦٤	٤٦٨٥,١٢
المجموع	**١٠٠**			**٢٠٠٣٦**

(٣) نقوم بحساب الانحراف المعيارى بالتعويض فى القانون التالى :

$$\text{الانحراف المعيارى } \sigma = \sqrt{\frac{\text{مجـ } (س - \overline{س})^٢ ك}{\text{مجـ } ك}} = \sqrt{\frac{٢٠٠٣٦}{١٠٠}} \simeq ١٤,١٥ \text{ جنيه.}$$

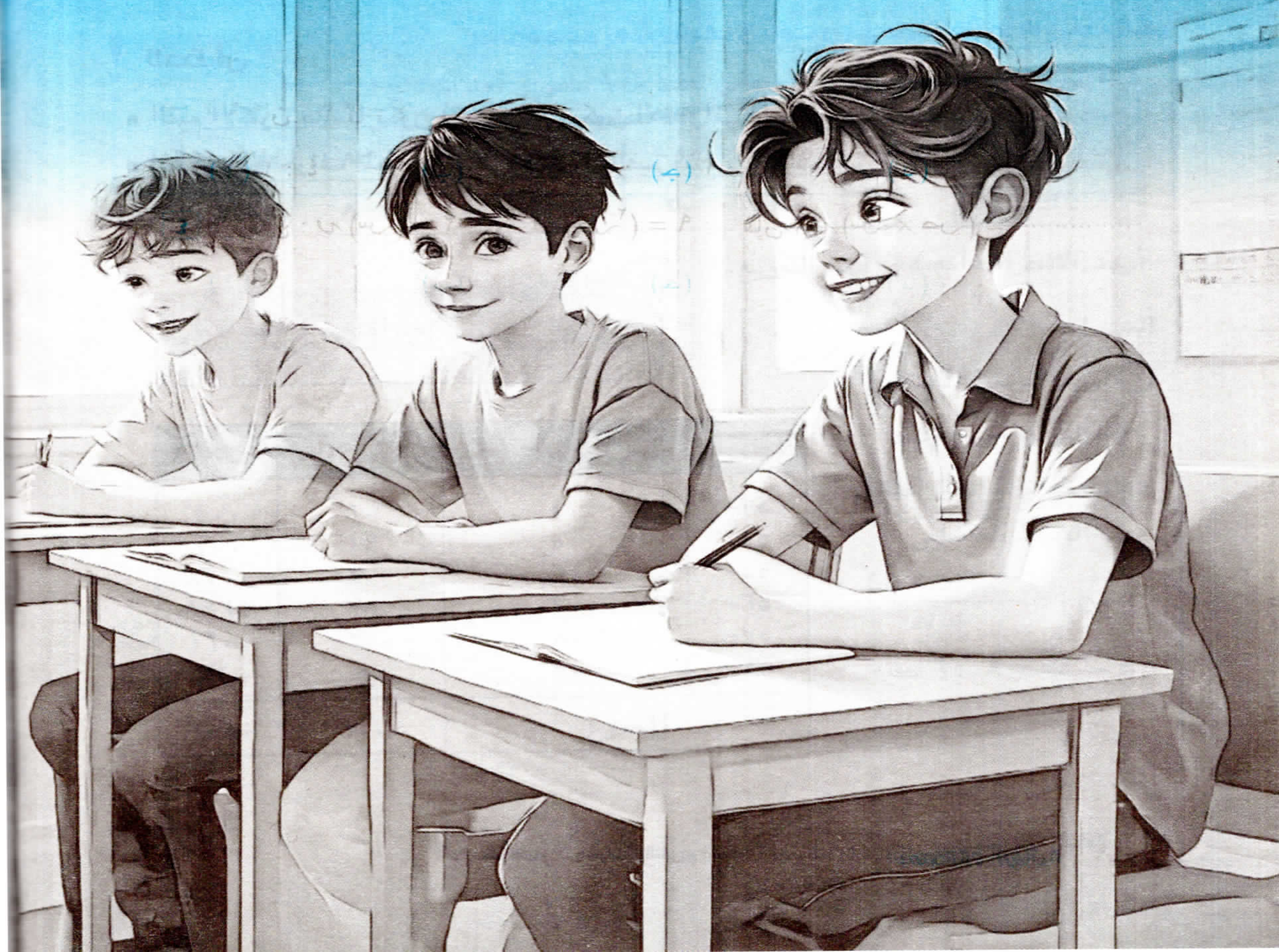
لاحظ أن

- القيم الأكثر تجانسًا تكون أقل تشتتًا ويكون الانحراف المعيارى لها أصغر.
- إذا كان الانحراف المعيارى صفرًا فإن كل القيم متساوية (التجانس تام أو التشتت منعدم).

الامتحانات النهائية

فى الجبر والإحصاء

- نماذج امتحانات الكتاب المدرسى.
- امتحانات بعض المحافظات.



نماذج امتحانات الكتاب المدرسى فى الجبر والإحصاء

نموذج ١

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ النقطة (-٣ ، ٤) تقع فى الربع ....

(أ) الأول. (ب) الثانى. (جـ) الثالث. (د) الرابع.

٢ الجذر التربيعى الموجب لمتوسط مربعات انحرافات القيم عن وسطها الحسابى يسمى ....

(أ) المدى. (ب) الوسط الحسابى.

(جـ) الانحراف المعيارى. (د) المنوال.

٣ إذا كان : ٣ أ = ٤ ب فإن أ : ب = ...

(أ) ٣ : ٤ (ب) ٤ : ٣ (جـ) ٣ : ٧ (د) ٤ : ٧

٤ إذا كان : ن(س) = ٢ ، ن(ص^{٢}) = ٩ فإن : ن(س × ص) = ...

(أ) ٦ (ب) ١٨ (جـ) ١١ (د) ٧

٥ المدى لمجموعة القيم : ٧ ، ٣ ، ٦ ، ٩ ، ٥ يساوى ....

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ١٢

٦ إذا كانت : ص ∝ س وكانت : ص = ٢ عندما س = ٨ فإن : ص = ٣ عندما س = ...

(أ) ١٦ (ب) ١٢ (جـ) ٢٤ (د) ٦

---

٢ (أ) إذا كان : س × ص = {(٢ ، ٢) ، (٢ ، ٥) ، (٢ ، ٧)} فأوجد :

١ ص ٢ ص × س

(ب) إذا كانت : أ ، ب ، حـ ، ء كميات متناسبة فأثبت أن : $\frac{أ}{ب - أ} = \frac{حـ}{ء - حـ}$

٣ (أ) إذا كانت : س = {٢ ، ٣ ، ٥} ، ص = {٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠} وكانت ع علاقة معرفة من س إلى ص حيث «أ ع ب» تعنى أن «٢ أ = ب» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

١ اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى. ٢ بيِّن أن ع دالة.

(ب) أوجد العدد الذى إذا أضيف إلى حدى النسبة ٧ : ١١ فإنها تصبح ٢ : ٣

---

٤ (أ) إذا كانت : س = {١ ، ٣ ، ٥} وكانت ع دالة على س

وكان بيان ع = {(أ ، ٣) ، (ب ، ١) ، (١ ، ٥)} **فأوجد :**

١ مدى الدالة. ٢ القيمة العددية للمقدار : أ + ب

(ب) إذا كانت : ص ∝ $\frac{١}{س}$ وكانت : ص = ٣ عندما س = ٢ **فأوجد :**

١ العلاقة بين س ، ص ٢ قيمة ص عندما س = ١,٥

---

٥ (أ) مثل بيانيًا منحنى الدالة د حيث د (س) = (س − ٣)^{٢} متخذًا س ∈ [٠ ، ٦] ومن الرسم استنتج نقطة رأس المنحنى والقيمة الصغرى للدالة ومعادلة محور التماثل.

(ب) **احسب الوسط الحسابى والانحراف المعيارى للقيم : ٨ ، ٩ ، ٧ ، ٦ ، ٥**

نمـــوذج ٢

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ النقطة (٣ ، ٤) تقع فى الربع ....

(أ) الأول. (ب) الثانى. (جـ) الثالث. (د) الرابع.

٢ من مقاييس التشتت ....

(أ) الوسيط. (ب) الوسط الحسابى.

(جـ) الانحراف المعيارى. (د) المنوال.

٣ الثالث المتناسب للعددين ٣ ، ٦ هو ....

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) ٩ (جـ) ٢ (د) ١٢

٤ إذا كان : ن (س) = ٢ ، ن (ص × س) = ٦ فإن : ن (ص^{٢}) = ...

(أ) ٤ (ب) ٩ (جـ) ١٦ (د) ١٢

٥ المدى لمجموعة القيم : ٧ ، ٣ ، ٦ ، ٩ ، ٥ يساوى ....

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ١٢

٦ إذا كان : س ص = ٧ فإن : ص ∝ ....

(أ) $\frac{1}{\text{س}}$ (ب) س − ٧ (جـ) س (د) س + ٧

---

٢ (أ) إذا كانت : س = {٢ ، ٥} ، ص = {١ ، ٢} ، ع = {٣} **فأوجد :**

١ ن (س × ع) ٢ (ص ∩ س) × ع

(ب) إذا كانت : ب وسطًا متناسبًا بين أ ، حـ **فأثبت أن :** $\frac{\text{أ} - \text{ب}}{\text{أ} - \text{حـ}} = \frac{\text{ب}}{\text{ب} + \text{حـ}}$

---

٣ (أ) إذا كانت : س = {١ ، ٣ ، ٤ ، ٥} ، ص = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}

وكانت ع علاقة معرفة من س إلى ص حيث «أ ع ب» تعنى أن «أ + ب = ٧»

لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

١ اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى. ٢ بيِّن أن ع دالة.

(ب) إذا كانت : ٥ أ = ٣ ب **أوجد قيمة :** $\frac{\text{٧ أ} + \text{٩ ب}}{\text{٤ أ} + \text{٢ ب}}$

---

٤ (أ) إذا كانت : د (س) = ٤ س + ب وكانت : د (٣) = ١٥ **أوجد : قيمة ب**

(ب) إذا كانت : ص ∝ س وكانت : ص = ٦ عندما س = ٣ **فأوجد :**

١ العلاقة بين س ، ص ٢ قيمة ص عندما س = ٥

---

٥ (أ) مثل بيانيًا منحنى الدالة د حيث د (س) = ٤ − س^2 متخذًا س ∈ [−٣ ، ٣]

ومن الرسم استنتج نقطة رأس المنحنى والقيمة العظمى للدالة ومعادلة محور التماثل.

(ب) **الجدول الآتى يمثل عدد الأطفال فى ١٠٠ أسرة فى إحدى المدن :**

عدد الأطفال (س)	صفر	١	٢	٣	٤	المجموع
عدد الأسر (ص)	٦	١٥	٤٠	٢٥	١٤	١٠٠

احسب المتوسط الحسابى والانحراف المعيارى.

نموذج امتحان للطلاب المدمجين

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ أكمل ما يأتى :

١ النقطة (٥ ، ٣) تقع فى الربع ....

٢ الدالة د : د (س) = $س^٣$ + ٨ تسمى دالة كثيرة حدود من الدرجة ....

٣ المدى لمجموعة القيم : ٤ ، ١٤ ، ٢٥ ، ٣٤ هو ....

٤ إذا كان : ص = ٢ س فإن : ص ∝ ....

٥ إذا كانت : س = {٢ ، ٤ ، ٦} فإن : ن($س^٢$) = ...

٦ إذا كان : (أ ، ٣) = (٦ ، ب) فإن : أ + ب = ...

---

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : س ص = ٧ فإن : ص ∝ ....

(أ) $\frac{١}{س}$ (ب) س − ٧ (جـ) س (د) س + ٧

٢ إذا كانت : ٢ ، ٣ ، ٦ ، س كميات متناسبة فإن : س = ...

(أ) ٩ (ب) ١٨ (جـ) ١٢ (د) ٣

٣ إذا كان : ٢ أ = ٥ ب فإن : $\frac{أ}{ب}$ = ...

(أ) $\frac{-٥}{٢}$ (ب) $\frac{-٢}{٥}$ (جـ) $\frac{٢}{٥}$ (د) $\frac{٥}{٢}$

٤ من مقاييس التشتت ....

(أ) الوسط الحسابى. (ب) المدى.

(جـ) المنوال. (د) الوسيط.

٥ إذا كان : ن(س) = ٥ ، ن(س × ص) = ١٠ فإن : ن(ص) = ...

(أ) ٤ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) ١

٦ إذا كانت : س = {١} فإن : $س^٢$ = ...

(أ) ١ (ب) (١ ، ١) (جـ) {(١ ، ١)} (د) {١}

---

٣ ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (✗) أمام العبارة الخطأ :

١ إذا كان بيان الدالة د = {(١ ، ٣) ، (٢ ، ٤) ، (٣ ، ٣)}

فإن مجال الدالة د = {١ ، ٢ ، ٣} ( )

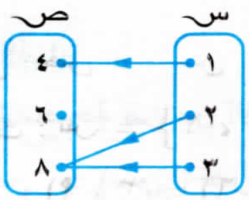
٢ إذا كانت : ص ∝ س وكانت : ص = ٦ عندما س = ٣ فإن : ص = ٢ عندما س = ٤ ( )

٣ إذا كان : مجـ $(س - \overline{س})^{٢}$ = ٣٦ لمجموعة من القيم عددها يساوى ٩ فإن : σ = ٤ ( )

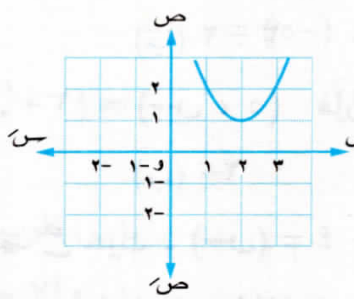
٤ نقطة تقاطع المستقيم الذى يمثل الدالة د : د (س) = س + ٢ مع محور السينات هى النقطة (−٢ ، ٠) ( )

٥ إذا كانت د : س ⟵ ص فإن س تسمى المجال لهذه الدالة. ( )

٦ المخطط السهمى المقابل يمثل دالة من س إلى ص ( )



٤ صل من العمود (أ) بما يناسبه من العمود (ب) :

العمود (أ)	العمود (ب)
١ إذا كان (١ ، ٤) ∈ {٢ ، س} × {١ ، ٤} فإن : س = ...	٦
٢ إذا كانت دالة د حيث د (س) = س − ٤ يمثلها بيانيًا مستقيم يمر بالنقطة (أ ، ٢) فإن : أ = ...	١٠
٣ $\frac{١}{٢} = \frac{٣}{٦} = \frac{٤}{٨} = \frac{..........}{١٦}$	± ٦
٤ إذا كانت : د (س) = ٥ فإن : د (٥) + د (−٥) = ...	٢
٥ الوسط المتناسب للعددين ٤ ، ٩ هو	٨
٦ فى الشكل المقابل : معادلة خط التماثل للمنحنى هى : س = ... 	

امتحانات بعض المحافظات في الجبر والإحصاء

١ محافظة القاهرة

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

المجموعة الأولى

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ $س^٢ - ص^٢ = (س + ص)$ (..............) ٢١

(أ) س − ص (ب) س + ص (جـ) س ص (د) ص − س

٢ إذا كانت الكميات أ ، ب ، جـ في تناسب متسلسل فإن : $ب^٢$ = ...

(أ) أ + جـ (ب) أ جـ (جـ) أ − جـ (د) أ ÷ جـ

٣ المدى لمجموعة من المفردات = أكبر مفردة .... أصغر مفردة.

(أ) ÷ (ب) × (جـ) − (د) +

٤ مجموعة حل المعادلة : $س^٢ = -٩$ حيث س ∈ ح هي ٣١

(أ) {٣} (ب) {−٣ ، ٣} (جـ) {−٣} (د) ∅

٥ إذا كان : (٤ ، ٦) ∈ {٤ ، ٨} × {٣ ، ك} فإن : ك = ...

(أ) ٨ (ب) ٦ (جـ) ٤ (د) ٣

٦ الدالة د : د (س) = ٩ يمثلها بيانيًا خط مستقيم يمر بالنقطة (٧ ، ....)

(أ) −٧ (ب) صفر (جـ) ٧ (د) ٩

٧ إذا أضيف العدد ٣ لكل من حدى النسبة ٥ : ٩ فإنها تصبح ....

(أ) ٣ : ٢ (ب) ٢ : ٣ (جـ) ٧ : ١١ (د) ٣ : ٥

٨ إذا كان : (٣ ، ص + ١) = (س ، ٥) فإن : س ص = ...

(أ) −١٥ (ب) −٢ (جـ) ١٢ (د) ١٥

٩ إذا كانت د : ح ← ح حيث د (س) = ٤ − س فإن : د (−٤) = ...

(أ) −٨ (ب) صفر (جـ) ٤ (د) ٨

المجموعة الثانية

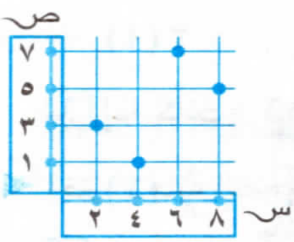
◀ أجب عن جميع الأسئلة الآتية موضحًا خطوات الحل :

١٠ إذا كانت : ص ∝ س ، وكانت ص = ٣ عندما س = ٦

أوجد : (١) العلاقة بين ص ، س (٢) قيمة ص عندما س = ١٠

١١ إذا كانت : أ ، ب ، حـ ، ء كميات متناسبة فأثبت أن : $\frac{أ + ب}{حـ + ء} = \frac{ب}{ء}$

١٢ المخطط البيانى المقابل يمثل العلاقة ع من س إلى ص



(١) اكتب بيان ع

(٢) هل ع دالة أم لا ؟

إن كانت دالة اذكر مداها.

١٣ إذا كانت : س + ١ ، س + ٢ ، ٣ ، ٤ كميات متناسبة

فأوجد : قيمة س

١٤ إذا كان : $\frac{س}{٥} = \frac{ص}{٦}$ أوجد قيمة المقدار : $\frac{٢ س + ص}{ص - س}$

١٥ مثل بيانيًا منحنى الدالة د : د (س) = $س^٢$ − ١

متخذًا س ∈ [−٢ ، ٢] ومن الرسم استنتج :

(١) إحداثيى نقطة رأس منحنى الدالة. (٢) القيمة الصغرى للدالة.

١٦ أوجد الوسط الحسابى والانحراف المعيارى للقيم: ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ ، ١٢

٢ محافظة الجيـزة

أجب عن الأسئلة الآتية :

المجموعة الأولى

◀ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت د (س) = ٥ فإن : ٣ د (−٥) = ...

(أ) −٢ (ب) ١٥ (جـ) −١٥ (د) −٢٥

٢ من مقاييس التشتت ....

(أ) الوسط الحسابى. (ب) الوسيط.

(جـ) المنوال. (د) الانحراف المعيارى.

٣ إذا كان : $\frac{ص}{س} = \frac{٥}{٢}$ فإن : ص ∝ ....

(أ) س (ب) $\frac{١}{س}$ (جـ) $س^٢$ (د) س − ٣

٤ إذا كان : $٢^{س+٣} = ١$ فإن : س = ...

(أ) ٣ (ب) −٣ (جـ) صفر (د) −٢

٥ إذا كانت : س = {٢ ، ٤} ، ن(س × ص) = ٦ فإن : ن($ص^٢$) = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٩ (د) ١٦

٦ إذا كانت : ١٦ ، س ، ٢ ، ص كميات متناسبة فإن : $\frac{س}{ص}$ = ...

(أ) $\frac{١}{٨}$ (ب) ٣٢ (جـ) $\frac{١}{٣٢}$ (د) ٨

٧ إذا كانت : النقطة (أ − ب ، ٥) تقع على محور الصادات فإن : ....

(أ) أ = ب (ب) أ + ب = ٥ (جـ) أ = − ب (د) أ = ٥ + ب

٨ مجموعة الحل فى ط للمعادلة : $س^٢$ − ٢٥ = صفر هى ....

(حيث ط هى مجموعة الأعداد الطبيعية)

(أ) {٥ ، −٥} (ب) {−٥} (جـ) {٥} (د) ∅

٩ إذا كان : ٦ هو الوسط المتناسب للعددين ٩ ، ك فإن : ك = ...

(أ) ± ١ (ب) ٤ (جـ) ± ٤ (د) ٣

المجموعة الثانية

◄ أجب عن الأسئلة الآتية :

١٠ إذا كانت : س = {−٢ ، −١ ، ٠ ، ١ ، ٢} وكانت ع علاقة معرفة على س حيث «أ ع ب» تعنى أن «أ + ب = صفر» لكل أ ∈ س ، ب ∈ س

(١) اكتب بيان ع مع التمثيل بمخطط سهمى.

(٢) بين هل العلاقة دالة أم لا.

١١ إذا كانت : أ ، ب ، حـ كميات فى تناسب متسلسل أثبت أن : $\frac{أ + ب}{ب + حـ} = \frac{أ}{ب}$

١٢ إذا كانت : ص ∝ $\frac{١}{س}$ وكانت ص = ٩ عندما س = $\frac{٢}{٣}$

أوجد : (١) العلاقة بين ص ، س (٢) قيمة ص عندما س = ٢

١٣ مثل بيانيًا منحنى الدالة التربيعية د : د (س) = ٤ − $س^{٢}$ متخذًا س ∈ [−٣ ، ٣]

ومن الرسم استنتج :

(١) القيمة العظمى أو الصغرى للدالة. (٢) معادلة محور التماثل.

١٤ إذا كان : $\frac{س}{٤} = \frac{ص}{٥} = \frac{ع}{٣}$ أثبت أن : $\frac{س - ص + ٢ ع}{٢ س + ص - ع} = \frac{١}{٢}$

١٥ إذا كان : $\frac{أ + ٣ ب}{٢ أ - ب} = \frac{٤}{٣}$ أوجد قيمة : $\frac{ب}{أ}$

١٦ احسب الانحراف المعيارى للقيم : ١٢ ، ١٣ ، ١٦ ، ١٨ ، ٢١

٣ محافظة الإسكندرية

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

المجموعة الأولى

◄ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : ($س^{٣}$ ، ص + ١) = (٢٧ ، $\sqrt[٣]{٢٧}$) فإن : س + ص = ...

(أ) ٥ (ب) ٤ (ج) ٣ (د) ٢

٢ ربع العدد $٤^{١٢}$ يساوى ....

(أ) $٤^{٣}$ (ب) $٤^{١١}$ (ج) $٤^{١٣}$ (د) ١

٣ الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة لمجموعة من القيم يسمى ....

(أ) المدى. (ب) الوسط الحسابى.

(ج) الوسيط. (د) الانحراف المعيارى.

٤ إذا كان : $س^{٢} - ص^{٢}$ = ١٥ ، س + ص = ٥ فإن : س − ص = ...

(أ) ٣ (ب) ٥ (ج) ١٥ (د) ٧٥

٥ إذا كان : س ص = ٣ فإن : ص ∝ ....

(أ) $\frac{١}{س}$ (ب) س (ج) س + ٣ (د) $\frac{س}{٣}$

٦ إذا كانت : س = {٥} فإن : ن($س^{٢}$) = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (ج) ١٠ (د) ٢٥

٧ إذا كان : $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{حـ}}{\text{ء}}$ فإن : $\frac{\text{أ}^{٢}}{\text{.........}} = \frac{\text{حـ}}{\text{ء}}$

(أ) ب^{٢} (ب) أ ب (جـ) حـ (د) ء

٨ إذا كانت : د (س) = ٥ فإن : $\frac{\text{د (٥) + د (−٥)}}{\text{د (٢) + د (−٢)}}$ = ...

(أ) ١ (ب) ٥ (جـ) ١٠ (د) غير معرف.

٩ إذا كانت : ع = {(٢ ، ٥) ، (٣ ، ٦)} دالة فإن المدى = ...

(أ) {٢ ، ٥} (ب) {٣ ، ٦} (جـ) {٥ ، ٦} (د) {٢ ، ٣}

المجموعة الثانية

◄ أجب عن جميع الأسئلة الآتية موضحًا خطوات الحل :

١٠ إذا كانت : س = {٠ ، ٢ ، ٤} ، ص = {٠ ، ٤ ، ٩ ، ١٦} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث «أ ع ب» تعنى «أ = $\sqrt{\text{ب}}$ »

لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى ، وهل ع دالة ؟ وإذا كانت دالة اذكر مداها.

١١ إذا كانت : ص ∝ س وكانت : ص = ٦ عندما س = ٣ فأوجد :

(١) العلاقة بين س ، ص (٢) قيمة ص عندما س = ٥

١٢ أوجد العدد الذى إذا أضيف إلى كل من حدى النسبة ٥ : ٧ أصبحت ٣ : ٤

١٣ إذا كان : أ ، ب ، حـ فى تناسب متسلسل أثبت أن : $\frac{\text{ب}}{\text{حـ + ب}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب + أ}}$

١٤ إذا كانت : $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{٢}{٣}$: أوجد قيمة : $\frac{\text{٣ س + ٢ ص}}{\text{٦ ص − س}}$

١٥ ارسم منحنى الدالة د : د (س) = (س − ٢)^{٢} ، س ∈ [٠ ، ٤]

ومن الرسم أوجد :

(١) معادلة محور التماثل للمنحنى. (٢) القيمة الصغرى للدالة.

١٦ احسب الوسط الحسابى والانحراف المعيارى للقيم :

١٢ ، ١٣ ، ١٦ ، ١٨ ، ٢١

٤ محافظة القليوبيـة

أجب عن الأسئلة الآتية :

المجموعة الأولى

◄ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : ٣ س = ٥ فإن : ٦ س + ١ = ...

(أ) ١١ (ب) ١٢ (جـ) ١٥ (د) ١٦

٢ إذا كانت : ٣^س + ٢ = ٢٧ فإن : س = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٣ إذا كان : (س + ١ ، ص − ٢) = (٣ ، ٤) فإن : ص/س = ...

(أ) ٣/٤ (ب) ٤/٣ (جـ) ١/٣ (د) ٣

٤ إذا كانت : س = {٢} ، ن(ص) = ٢ فإن : ن(س × ص) = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٨

٥ إذا كانت : النقطة (ك ، ك٢ − ٩) تقع أعلى محور السينات فإن : ك يمكن أن تساوى ....

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

٦ إذا كان : (٢ ، ٧) ∈ بيان الدالة د : د (س) = أ س − ٥ فإن : قيمة أ = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٦

٧ الأول المتناسب للعددين ٤ ، ٨ هو ....

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٨ (د) ١٦

٨ إذا كانت : ص تتناسب طرديًا مع س وكانت : ص = ١٠ عندما س = ٢

فإن : قيمة ص عندما س = ٤ هى ....

(أ) ١٠ (ب) ٢٠ (جـ) ٤٠ (د) ٥٠

٩ أبسط مقياس من مقاييس التشتت هو ....

(أ) المدى. (ب) الوسيط.

(جـ) المنوال. (د) الانحراف المعيارى.

المجموعة الثانية

◀ أجب عن جميع الأسئلة الآتية :

١٠ إذا كانت : س = {١ ، ٢ ، ٣} وكانت ع علاقة على س

حيث «أ ع ب» تعنى أن «أ + ب = ٤» لكل أ ∈ س ، ب ∈ س

اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى وبين ما إذا كانت دالة أم لا.

١١ إذا كانت : ب وسطاً متناسبًا بين أ ، حـ أثبت أن : $\frac{أ + ب}{ب + حـ} = \frac{أ}{ب}$

١٢ إذا كانت : أ ، ب ، حـ ، ء كميات متناسبة فأثبت أن : $\frac{٣ أ + ٢ حـ}{٣ ب + ٢ ء} = \frac{٥ أ - حـ}{٥ ب - ء}$

١٣ من الجدول المقابل أجب عن الأسئلة الآتية :

ص	٤	٦	٨	١٠
س	٢	٣	٤	٥

(١) حدد نوع التغير بين ص ، س

(٢) اكتب العلاقة بين ص ، س

(٣) أوجد قيمة س عندما ص = ٧

١٤ إذا كان : $\frac{س}{٣} = \frac{ص}{٢} = \frac{ع}{٥} = \frac{٣ س - ٢ ص + ٥ ع}{٥ ك}$ فأوجد قيمة : ك

١٥ احسب الانحراف المعيارى للقيم الآتية : ٢ ، ٧ ، ٣ ، ٦ ، ٨ ، ٤

١٦ مثل بيانيًا الدالة د : د (س) = $س^٢$ − ٤ متخذًا س ∈ [−٣ ، ٣] ومن الرسم أوجد :

(١) نقطة رأس المنحنى. (٢) القيمة الصغرى للدالة.

٥ محافظة الشرقيـة

أجب عن الأسئلة الآتية : (مسموح باستخدام الآلة الحاسبة)

المجموعة الأولى

◀ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : أ ، ٣ ، ب ، ٢ كميات متناسبة فإن : $\frac{ب}{أ}$ = ...

(أ) $\frac{٢}{٣}$ (ب) $\frac{٣}{٢}$ (جـ) $\frac{٦}{٥}$ (د) $\frac{٥}{٦}$

٢ إذا كانت الدالة د : د (س) = (أ + ٢) $س^٢$ + ٥ س + م تمثل بخط مستقيم يمر بنقطة الأصل فإن : أ + م = ...

(أ) −١ (ب) −٢ (جـ) صفر (د) ١

٣ إذا كانت : النقطة (٣ − س ، س − ٤) ، س ∈ ص تقع فى الربع الثانى

فإن : س = ...

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٥

٤ إذا كان : المدى لمجموعة القيم : ١٨ ، ١٥ ، ك − ١ ، ٢٢ ، ١٧ هو ٩

فإن : ك = ...

(أ) ٨ (ب) ١٧ (جـ) ٢٥ (د) ٢٤

٥ إذا كان : ن(س ∪ ص) = ٥ فإن : ن(س) لا يمكن أن يساوى ....

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٦

٦ إذا كان : ٢ ب وسطًا متناسبًا بين أ ، ٥ حـ فإن : $\frac{ب^٢}{أ حـ}$ = ...

(أ) $\frac{٥}{٤}$ (ب) $\frac{٢}{٥}$ (جـ) $\frac{٣}{٥}$ (د) ١٠

٧ إذا كانت : $(س^٢ - ٤)^{صفر}$ = ١ فإن : س ∈ ....

(أ) {٤} (ب) ح − {٤}

(جـ) ح − {−٢ ، ٢} (د) {−٢ ، ٢}

٨ إذا كانت : $\frac{٥ ل + م}{٢ ل + ٣ م}$ = ١ فإن : ل ∝ ....

(أ) $م^٢$ (ب) $\frac{١}{م^٢}$ (جـ) $\frac{١}{م}$ (د) م

٩ إذا كانت : {٣} × {س ، ص} = {(٣ ، ١) ، (٣ ، ٤)}

فإن : س − ص = ...

(أ) ٣ (ب) −٣ (جـ) ± ٣ (د) ٤

المجموعة الثانية

◄ أجب عن جميع الأسئلة الآتية موضحًا خطوات الحل :

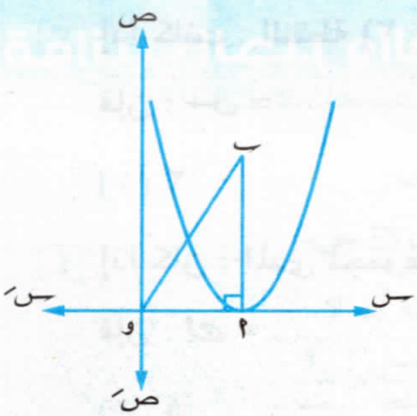
١٠ إذا كانت ص تتغير عكسيًا مع س وكانت : ص = ٤ عندما س = ٣ أوجد :

(١) العلاقة بين ص ، س (٢) قيمة س عندما ص = ٦

11 الشكل المقابل يمثل دالة تربيعية

د : د (س) = س^{٢} − ٨ س + ك ،

فإذا كانت مساحة Δ ا ب و = ٨ $\sqrt{٣}$ وحدة مربعة



أوجد : (١) نقطة رأس المنحنى.

(٢) قاعدة الدالة التى تمثل $\overleftrightarrow{\text{ب و}}$

12 إذا كانت : ا ، ب ، حـ ، ء كميات متناسبة

أثبت أن : $\frac{٣ا - ٢حـ}{٣ب - ٢ء} = \frac{٥ا + ٣حـ}{٥ب + ٣ء}$

13 إذا كانت : س = {١ ، ٢ ، ٣} ، ص = {٣ ، ٤ ، ٧} ، وكانت ع

علاقة معرفة من س إلى ص حيث «ا ع ب» تعنى أن «ا + ب = عدد أولى» لكل

ا ∈ س ، ب ∈ ص

اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى ، وبين هل ع دالة أم لا ، أوجد المدى إن أمكن.

14 أوجد العدد الذى إذا طرح ثلاثة أمثاله من كل من حدى النسبة $\frac{٤٩}{٦٩}$ فإنها تصبح $\frac{٢}{٣}$

15 إذا كان : $\frac{ا}{٣} = \frac{ب}{٤} = \frac{حـ}{٥}$ **أوجد القيمة العددية للمقدار :** $\frac{٢ب - حـ}{٣ا - ٢ب + حـ}$

16 **احسب الوسط الحسابى والانحراف المعيارى للقيم التالية :** ٨ ، ٩ ، ١٠ ، ١١ ، ١٢

٦ محافظة المنوفية

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

السؤال الأول

(أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

1 إذا كان : $\frac{س}{٢} = \frac{٨}{س}$ فإن : س = ...

(أ) −٤ (ب) ± ٤ (جـ) ٤ (د) ١٦

2 [٣ ، ٧] − {٣ ، ٧} = ...

(أ) [٣ ، ٧[(ب)]٣ ، ٧] (جـ) [٣ ، ٧] (د)]٣ ، ٧[

[٣] إذا كانت : $س = \{١ ، ٢\}$ ، $ص = \{٥ ، ٦\}$ فإن : $(٥ ، ١) \in$ ....

(أ) ص × س (ب) $س^٢$ (جـ) س × ص (د) $ص^٢$

(ب) إذا كانت : $ص \propto \frac{١}{س}$ وكانت : ص = ٣ عندما س = ٢

فأوجد : [١] العلاقة بين ص ، س [٢] قيمة ص عندما س = ٤

السؤال الثانى

(أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] إذا كانت : د (س) = ٤ فإن : د (٤) = ...

(أ) صفر (ب) ٨ (جـ) ٤ (د) ١٦

[٢] إذا كانت : $س = \{٣ ، ٥ ، ٧\}$ فإن : $ن(س^٢)$ = ...

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ٩ (د) ١٥

[٣] إذا كانت : أ ، ٢ س ، ب ، س كميات متناسبة فإن أ : ب = ...

(أ) ٢ : ١ (ب) ١ : ٢ (جـ) ١ : ٣ (د) ٢ : ٣

(ب) إذا كانت : ب وسطًا متناسبًا بين أ ، حـ فأثبت أن : $\frac{أ^٢}{ب^٢} + \frac{ب^٢}{حـ^٢} = \frac{٢أ}{حـ}$

السؤال الثالث

(أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] المدى لمجموعة القيم : ٧ ، ٢ ، ٨ ، ٣ يساوى ....

(أ) ٢٠ (ب) ٦ (جـ) ٥ (د) ٣

[٢] إذا كان : $(س + ٤ ، \sqrt[٣]{٢٧}) = (٣ ، ص)$ فإن : النقطة (س ، ص) تقع فى الربع ....

(أ) الأول. (ب) الثانى. (جـ) الثالث. (د) الرابع.

[٣] إذا كان : $\frac{أ}{٣} = \frac{ب}{٤}$ فإن : ٤ أ − ٣ ب + ٧ = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٧ (د) ٨

(ب) إذا كانت : س = {١ ، ٢ ، ٣} ، ص = {٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦} ،
وكانت ع علاقة من س إلى ص ، حيث «أ ع ب» تعنى أن «أ + ب = ٦»
لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

١ اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى.

٢ بين هل ع دالة أم لا ، مع ذكر السبب.

السؤال الرابع

(أ) مثل بيانيًا منحنى الدالة د حيث د (س) = ٤ − س^{٢} متخذًا س ∈ [−٣ ، ٣]

ومن الرسم أوجد :

١ معادلة محور التماثل للمنحنى. ٢ القيمة العظمى للدالة.

(ب) إذا كان : $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{٢}{٣}$ **أوجد قيمة :** $\frac{٣\text{س} - \text{ص}}{٢\text{س} + \text{ص}}$

السؤال الخامس

(أ) أوجد العدد الذى إذا أضيف إلى كل من حدى النسبة ٧ : ١١ فإنها تصبح ٤ : ٥

(ب) أوجد الوسط الحسابى والانحراف المعيارى للقيم : ٤ ، ٦ ، ٣ ، ٥ ، ٧

٧ محافظة الغربية

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

المجموعة الأولى

◄ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

١ ٢ س^{٢} × ٣ س = ...

(أ) ٦ س (ب) ٦ س^{٢} (جـ) ٦ س^{٣} (د) ٦ س^{٤}

٢ إذا كانت أ < ٢ فإن النقطة (|أ| + ١ ، أ − ٢) تقع فى الربع ....

(أ) الأول. (ب) الثانى. (جـ) الثالث. (د) الرابع.

٣ إذا كان : ن(س) = ٢ ، ن(س × ص) = ٢ فإن : ن(ص) = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٤

٤ إذا كانت : س = {٢} فإن : س^{٢} = ...

(أ) {(٢ ، ٢)} (ب) {٤} (جـ) {٢} (د) (٢ ، ٢)

5 إذا كانت : د (س) = س + أ وكانت : د (٢) = ٥ فإن : أ = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٥

6 المستقيم الذى يمثل الدالة د : د (س) = س + ٢ يقطع محور الصادات فى النقطة ....

(أ) (٢ ، ٠) (ب) (−٢ ، ٠) (جـ) (٠ ، −٢) (د) (٠ ، ٢)

7 إذا كان : ٣ أ = ٥ ب فإن : $\frac{ب}{أ}$ = ...

(أ) $\frac{٥}{٣}$ (ب) $\frac{٣}{٥}$ (جـ) $\frac{-٣}{٥}$ (د) $\frac{-٥}{٣}$

8 العلاقة التى تمثل تغيرًا طرديًا بين س ، ص هى ....

(أ) $\frac{س}{٣} = \frac{٢}{ص}$ (ب) ص = $\frac{٤}{س}$ (جـ) ص = س (د) س = $\frac{٢}{ص}$

9 إذا كان الانحراف المعيارى للقيم : س + ٦ ، ص + ٧ ، س + ص هو الصفر

فإن : س − ص = ...

(أ) ١ (ب) −١ (جـ) ٦ (د) ٧

المجموعة الثانية

◄ أجب عن جميع الأسئلة الآتية موضحًا خطوات الحل :

10 إذا كانت : س = {٢ ، −١} ، ص = {٤}

أوجد : (١) س × ص (٢) ν (ص^٢) (٣) س^٢

11 إذا كان : $\frac{س}{ص} = \frac{٢}{٣}$ أوجد قيمة النسبة : $\frac{٣ س + ٢ ص}{٦ ص − س}$

12 احسب الانحراف المعيارى للقيم : ٣ ، ٦ ، ٧ ، ٩ ، ١٠

13 إذا كانت : ص تتغير عكسيًا مع س وكانت : ص = ٣ عندما س = ٢

أوجد : (١) العلاقة بين ص ، س (٢) قيمة ص عندما س = ١,٥

14 إذا كانت : ب وسطاً متناسباً بين أ ، حـ فأثبت أن : $\frac{أ − ب}{أ − حـ} = \frac{ب}{ب + حـ}$

15 أوجد العدد الموجب الذى إذا أضيف مربعه إلى مقدم النسبة ٣ : ٨ وطرح مربعه من تاليها فإننا نحصل على النسبة ٧ : ٤

16 مثل بيانيًا الدالة د حيث د (س) = − س^٢ متخذًا س ∋ [−٢ ، ٢]

ومن الرسم أوجد معادلة محور التماثل والقيمة العظمى للدالة.

٨ محافظة الدقهلية

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

السؤال الأول

(أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] المدى لمجموعة القيم : ٧ ، ٣ ، ٦ ، ٩ ، ٥ يساوى ....

(أ) ١٢ (ب) ٦ (جـ) ٤ (د) ٣

[٢] النسبة بين مساحة سطح مربع طول ضلعه (ل) سم : مساحة سطح مربع طول ضلعه (٣ ل) سم تساوى ....

(أ) ١ : ٣ (ب) ٣ : ١ (جـ) ١ : ٩ (د) ٩ : ١

[٣] إذا كانت : س ، ص مجموعتين حيث ن(س^٢) + ن(س × ص) = ٥

فإن : ن(ص^٢) = ...

(أ) ٢٥ (ب) ١٦ (جـ) ٤ (د) ١

(ب) إذا كانت ط هى مجموعة الأعداد الطبيعية وكانت ع علاقة على ط حيث «أ ع ب» تعنى أن «أ × ب = ٨» لكل أ ∈ ط ، ب ∈ ط

[١] اكتب بيان ع [٢] إذا كانت م ع ٤ أوجد قيمة م

السؤال الثانى

(أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] إذا كانت س : ص = ٣ : ٢ فإن : (٦ س − ٩ ص − ١)^٢٠٢٥ = ...

(أ) −٢٠٢٥ (ب) −١ (جـ) ١ (د) ٢٠٢٥

[٢] إذا كانت الدالة د : د (س) = (س) ^(٣/ك) + (س) ^(٢ − ك) دالة كثيرة حدود

فإن الدالة د من الدرجة ....

(أ) الصفرية. (ب) الأولى. (جـ) الثانية. (د) الثالثة.

[٣] إذا كانت د : د (س) = س^٢ وكانت س ∈ [−٢ ، ٣] فإن : د (س) ∈ ....

(أ) [٤ ، ٩] (ب) [٠ ، ٤] (جـ) [٠ ، ٩] (د) [−٩ ، −٤]

(ب) أوجد الانحراف المعيارى للقيم : ٤ ، ٨ ، ١٢ ، ١٠ ، ٦

السؤال الثالث

(أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : النقطة (س ، ص) تقع فى الربع الثالث فإن النقطة ($س^{٣}$ ، $ص^{٢}$) تقع فى الربع ....

(أ) الأول. (ب) الثانى. (جـ) الثالث. (د) الرابع.

٢ إذا كانت : أ ، ب ، حـ كميات متناسبة فإن : $\frac{أ}{حـ}$ = ...

(أ) $\frac{ب^{٢}}{أ^{٢}}$ (ب) $\frac{حـ^{٢}}{ب^{٢}}$ (جـ) $\frac{ب^{٢}}{حـ^{٢}}$ (د) $ب^{٢} حـ^{٢}$

٣ إذا كانت د : د (س) = ٣ س + ٥ ، وكان : أ + ب = ٩ فإن : د (أ) + د (ب) = ...

(أ) ٣٧ (ب) ٣٢ (جـ) ٢٧ (د) ١٤

(ب) إذا كانت : س = ع + ٩ ، ع ∝ ص ، وكانت : س = ٢٤ عند ص = ٥ **أوجد :**

١ العلاقة بين س ، ص ٢ قيمة ص عند ع = ١٢

السؤال الرابع

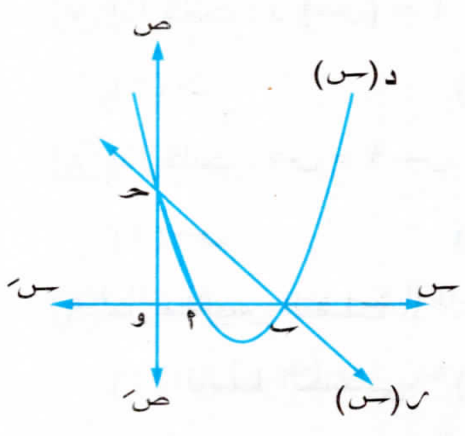
(أ) إذا كان مقدار السرعة (ع) التى يخرج بها الماء من فوهة خرطوم يتغير عكسيًا بتغير مربع طول نصف قطر فوهة الخرطوم (نق) وكانت : ع = ٥ سم/ث عندما نق = ٣ سم أوجد ع عندما نق = ٢,٥ سم

(ب) إذا كان : $\frac{س + ٢ ص}{أ + ٤ ب} = \frac{٢ ص + ٥ ع}{٤ ب + ٧ حـ} = \frac{٥ ع + س}{٧ حـ + أ}$ **أثبت أن :** $\frac{س}{ص} = \frac{أ}{٢ ب}$

السؤال الخامس

(أ) إذا كانت : أ ، ٦ ، ب ، ٥٤ أربع كميات موجبة فى تناسب متسلسل
أوجد قيمة كل من : أ ، ب

(ب) فى الشكل المقابل :



المستقيم : س = ٢ هو محور تماثل منحنى الدالة التربيعية د (س) ، $\overleftrightarrow{بحـ}$ هو التمثيل البيانى للدالة الخطية ر (س) = م س + هـ فإذا كانت مساحة سطح المثلث أ ب حـ = ٣ وحدة مساحة ، أ ب = ٢ وحدة طول.

١ **أوجد قيمة كل من : م ، هـ**

٢ **أوجد :** ر (٤)

٩ محافظة الإسماعيلية

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

المجموعة الأولى

◄ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $\sqrt{س} = ٤$ فإن : س = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٨ (د) ١٦

٢ إذا كان : ن(س^{٢}) = ٩ ، ن(ص^{٢}) = ١٦ فإن : ن(س × ص) = ...

(أ) ٧ (ب) ١٢ (جـ) ٣٦ (د) ١٤٤

٣ إذا كانت : ص ∝ س ، وكانت : ص = ٥ عندما س = ٣ فإن ثابت التغير = ...

(أ) ١٥ (ب) ٥ (جـ) $\frac{٥}{٣}$ (د) $\frac{٣}{٥}$

٤ إذا كانت : ب > ٣ فإن : النقطة (٥ ، ب − ٣) تقع فى الربع ....

(أ) الأول. (ب) الثانى. (جـ) الثالث. (د) الرابع.

٥ إذا كانت النقطة (٢ ، ك) ∈ بيان الدالة د : د (س) = س + ٣ فإن : ك = ...

(أ) ٥ (ب) ٦ (جـ) ٧ (د) ٩

٦ $٢^{٢٥} = ٢^{٢٤} +$ ....

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) $٢^{٢٤}$ (د) ٢٤

٧ إذا كانت : د (س) = ٤ فإن : د (٢) .... د (٣)

(أ) < (ب) = (جـ) > (د) ≠

٨ إذا كانت : ص = ٩ س ، فإن : ص ∝ ....

(أ) س (ب) $\frac{١}{س}$ (جـ) ٢ س + ٧ (د) $\frac{١}{س^{٢}}$

٩ من مقاييس التشتت ....

(أ) الوسط الحسابى. (ب) الوسيط. (جـ) المنوال. (د) المدى.

المجموعة الثانية

◄ أجب عن الأسئلة التالية :

١٠ إذا كانت : س = {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣} ، ص = {٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦} ، وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث «أ ع ب» تعنى أن «أ + ب = ٥» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

(١) اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى.

(٢) هل ع تمثل دالة أم لا ؟ ولماذا ؟

١١ إذا كانت أ تتغير عكسيًا بتغير ب ، وكانت : أ = ١٢ عندما ب = ٨ أوجد :

(١) قيمة أ عندما ب = ١,٥ (٢) قيمة ب عندما أ = ٢

١٢ مثل بيانيًا منحنى الدالة د : د(س) = $س^٢$ − ٢ س ، متخذًا س ∈ [−٢ ، ٤] ، ومن الرسم استنتج :

(١) إحداثيى نقطة رأس المنحنى.

(٢) القيمة العظمى أو القيمة الصغرى للدالة. (٣) معادلة محور التماثل.

١٣ إذا كان : $\frac{س - ٢ ص}{س + ٣ ص} = \frac{١}{٢}$ **أوجد قيمة :** $\frac{ص}{س}$

١٤ إذا كان : $\frac{س}{٢} = \frac{ص}{٥} = \frac{ع}{٧}$ ، **أثبت أن :** $\frac{٥ ص - ٣ ع}{٢ ع - ٣ س} = \frac{١}{٢}$

١٥ إذا كانت : ب وسطًا متناسبًا بين أ ، حـ **أثبت أن :** $\frac{أ^٢}{ب^٢} + \frac{ب^٢}{حـ^٢} = \frac{٢ أ}{حـ}$

١٦ احسب الانحراف المعيارى للقيم : ٣ ، ٦ ، ٧ ، ٩ ، ١٥

١٠ محافظة بورسعيد

أجب عن الأسئلة الآتية :

المجموعة الأولى

◄ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

١ النقطة (٢ ، −٤) تقع فى الربع ....

(أ) الأول. (ب) الثانى. (جـ) الثالث. (د) الرابع.

٢ إذا كانت : ن(س) = ٢ ، ن(س × ص) = ٦ فإن : ن(ص) = ...

(أ) ٨ (ب) ٤ (جـ) ٣ (د) ١

٣ المدى للقيم : ٩ ، ٥ ، ٣ ، ٢ هو ....

(أ) ٧ (ب) ٣ (جـ) ٥ (د) ٤

٤ إذا كان : $\sqrt{س} = ٣$ فإن : س = ...

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ٩ (د) $\sqrt{٣}$

٥ إذا كانت : أ ، ٦ ، ٩ فى تناسب فإن : أ = ...

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٥

٦ الدالة د : د (س) = س (س + ١) من الدرجة ....

(أ) صفر. (ب) الأولى. (جـ) الثانية. (د) الثالثة.

٧ إذا كانت : س = {٢} فإن : س^{٢} = ...

(أ) {٤} (ب) {٢ ، ٢} (جـ) (٢ ، ٢) (د) {(٢ ، ٢)}

٨ إذا كان : $٣^{س - ٥} = ١$ فإن : س = ...

(أ) ٥ (ب) صفر (جـ) −٥ (د) ١

٩ إذا كان : س ص = ٥ فإن : ص ∝ ....

(أ) س (ب) ٥ س (جـ) $\frac{١}{س}$ (د) س − ٥

المجموعة الثانية

أجب عن الأسئلة الآتية :

١٠ إذا كانت : أ ، ب ، حـ ، ء كميات متناسبة أثبت أن : $\frac{أ + ب}{حـ + ء} = \frac{ب}{ء}$

١١ إذا كانت : $\frac{س}{٣} = \frac{ص}{٤}$ أوجد قيمة : $\frac{س + ص}{٢ س - ص}$

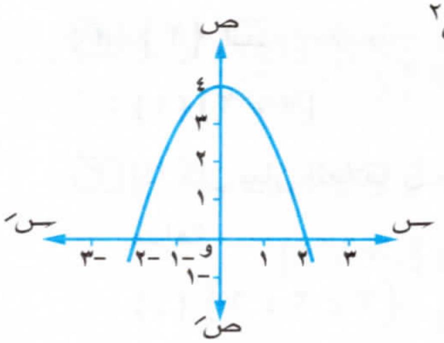
١٢ إذا كانت : س = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} وكانت ع علاقة على س حيث «أ ع ب» تعنى أن «أ + ب = ٥» لكل أ ∈ س ، ب ∈ س اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى.

هل ع دالة ؟ ولماذا ؟

١٣ إذا كانت : ص ∝ $\frac{١}{س}$ ، وكانت : ص = ٨ عندما س = ٣ أوجد قيمة ص عندما س = ٤

١٤ الشكل المقابل يمثل منحنى الدالة د : د (س) = ٤ − س^{٢}

على الفترة [−٢ ، ٢] **من الرسم أوجد :**



① نقطة رأس المنحنى.

② معادلة محور تماثل المنحنى.

③ القيمة العظمى للدالة.

١٥ **احسب الوسط الحسابي والانحراف المعياري للقيم : ٢ ، ٥ ، ٨ ، ١١ ، ١٤**

١٦ إذا كانت : $\frac{أ + ٣ب}{٣} = \frac{٢ب + حـ}{٢}$ **أثبت أن : أ ∝ حـ**

١١ محافظة دمياط

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

السؤال الأول

(أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ $\sqrt{٢٥}$ = ...

(أ) ٥ (ب) −٥ (جـ) ± ٥ (د) ٦٢٥

٢ إذا كانت : د (س) = ك س + ٨ ، د (٢) = صفر فإن : ك = ...

(أ) ٨ (ب) ٦ (جـ) ٤ (د) −٤

٣ المدى لمجموعة القيم : ٧ ، ٣ ، ٦ ، ٩ ، ٥ هو ....

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ١٢

(ب) إذا كانت : ب وسطاً متناسباً بين أ ، حـ **فأثبت أن :** $\frac{أ}{حـ} = \frac{ب^{٢}}{حـ^{٢}}$

السؤال الثانى

(أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : $\frac{س}{٥} = \frac{ص}{٤} = \frac{س + ٢ ص}{م}$ فإن : م = ...

(أ) ٩ (ب) ١٣ (جـ) ١٤ (د) ٨

[٢] {٣} ⊂ ....

(أ) (٣ ، ٧) (ب)]٣ ، ٧[(جـ)]٣ ، ٧[(د) {٣ ، ٧}

[٣] إذا كان بيان العلاقة ع هو {(١ ، ٣) ، (٢ ، ٥) ، (٤ ، ٣)} فإن ع تمثل دالة مداها ....

(أ) {١ ، ٢ ، ٣} (ب) {٢ ، ٤ ، ١ ، ٣ ، ٥}

(جـ) {٣ ، ٥} (د) ط

(ب) إذا كانت : س = {٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠} ، ص = {٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث «أ ع ب» تعنى أن «أ = ٢ ب» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص فاكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى. وهل ع دالة أم لا ؟

السؤال الثالث

(أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] إذا كانت : النقطة (س − ٤ ، ٢ − س) حيث س ∈ ص تقع فى الربع الثالث فإن : س = ...

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٦

[٢] إذا كانت : س = {١ ، ٢} ، ص = {٣ ، ٤} فإن : (٣ ، ٤) ∈ ....

(أ) س × ص (ب) ص × س (جـ) $س^٢$ (د) $ص^٢$

[٣] إذا كانت : أ ، ب ، ٢ ، ٣ كميات متناسبة فإن : $\frac{أ}{ب}$ = ...

(أ) $\frac{٢}{٣}$ (ب) $\frac{٣}{٢}$ (جـ) $\frac{٤}{٣}$ (د) $\frac{٣}{٤}$

(ب) إذا كانت : ص ∝ $\frac{١}{س}$ وكانت : س = ٣ عندما ص = ٢

[١] اكتب العلاقة بين س ، ص [٢] أوجد قيمة س عندما ص = ٦

السؤال الرابع

أجب عما يأتى :

(أ) إذا كانت : $\frac{٥ ص - ٣ س}{٣ ص + ٥ س}$ = ١ لجميع قيم س ∈ $ح_+$ ، ص ∈ $ح_+$

أثبت أن : ص ∝ س

(ب) أوجد العدد الذى إذا أضيف لكل من الأعداد ٣ ، ٥ ، ٨ ، ١٢ فإنها تكون أعدادًا متناسبة.

السؤال الخامس

أجب عما يأتى :

(أ) احسب الوسط الحسابى والانحراف المعيارى للقيم : ١ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩

(ب) ارسم منحنى الدالة د : د (س) = $س^٢$ – ١ على الفترة [–٢ ، ٢]

ومن الرسم أوجد : ١ القيمة العظمى أو الصغرى للدالة.

٢ معادلة محور تماثل المنحنى.

١٢ محافظة البحيرة

أجب عن الأسئلة الآتية :

المجموعة الأولى

◄ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : ن($س^٢$) = ٤ ، ن(س × ص) = ٦ فإن : ن($ص^٢$) = ...

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٩

٢ {٧} ⊂ ....

(أ)]٥ ، ٧[(ب) [٥ ، ٧] (جـ) {٥ ، ٧} (د) (٧ ، ٥)

٣ إذا كانت درجة الحد الجبرى ٣ $س^٣$ $ص^ن$ هى الخامسة فإن : ن= ....

(أ) ٣ (ب) ٢ (جـ) ٥ (د) ١

٤ إذا كانت النقطة (٢ ، ب) ∈ بيان الدالة د حيث د (س) = ٣ س – ٦ فإن : ب = ...

(أ) صفر (ب) ٧ (جـ) ٩ (د) ٢

٥ إذا كان : ص × س = {(١ ، ٤)} فإن : $س^٢$ = ...

(أ) {(١ ، ١٦)} (ب) {(٢ ، ٨)} (جـ) {(١ ، ١)} (د) {(٤ ، ٤)}

٦ إذا كانت النقطة (٣ – س ، س – ١) تقع فى الربع الرابع حيث س ∈ ص

فإن : س = ...

(أ) ٤ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) صفر

٧ إذا كان : $\frac{أ}{٣} = \frac{ب}{٢} = \frac{جـ}{٤} = \frac{٢أ - ٣ب + ٥جـ}{٥س}$ فإن : س = ...

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٣ (د) ٢

٨ العلاقة التى تمثل تغيراً عكسيًا بين س ، ص هى ....

(أ) س ص = ٧ (ب) ص = س + ٥ (جـ) ص = ٥ س (د) $\frac{س}{٣} = \frac{ص}{٤}$

٩ المدى لمجموعة القيم : ١٧ ، ١٣ ، ٦ ، ٨ ، ١٥ يساوى ....

(أ) ٣ (ب) ٨ (جـ) ١١ (د) ٥

المجموعة الثانية

◄ **أجب عن الأسئلة الآتية :**

١٠ إذا كانت : أ تتغير طرديًا مع ب ، وكانت : أ = ٢٠ عندما ب = ٧

أوجد : (١) العلاقة بين أ ، ب (٢) قيمة ب عندما أ = ٤٠

١١ عددان صحيحان النسبة بينهما ٣ : ٧ ، إذا طرح من كل منهما ٥ أصبحت النسبة بينهما ١ : ٣
أوجد العددين.

١٢ إذا كانت : أ ، ب ، جـ فى تناسب متسلسل **فأثبت أن :** $\frac{أ^{٢} + ب^{٢}}{ب^{٢} + جـ^{٢}} = \frac{أ}{جـ}$

١٣ إذا كانت : س = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} ، ص = {٣ ، ٦ ، ٩ ، ١٢ ، ١٥} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث «أ ع ب» تعنى «٣ أ = ب» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

(١) اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى.

(٢) بين مع ذكر السبب هل ع دالة أم لا.

١٤ إذا كانت : أ ، ب ، جـ ، ء كميات متناسبة **فأثبت أن :** $\frac{أ}{ب - أ} = \frac{جـ}{ء - جـ}$

١٥ **أوجد الوسط الحسابى والانحراف المعيارى للقيم الآتية :** ٨ ، ١٣ ، ٢٠ ، ١٦ ، ١٨ ، ٢١

١٦ مثل بيانيًا الدالة د : د(س) = $(س - ٢)^{٢}$

حيث س ∈ [-١ ، ٥] **ومن الرسم أوجد :**

(١) إحداثيى نقطة رأس المنحنى. (٢) معادلة محور التماثل.

(٣) القيمة الصغرى أو العظمى للدالة.

١٣ محافظة الفيوم

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

السؤال الأول

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : س ص = ٣ فإن : س ∝ ....

(أ) ص (ب) ص^{٢} (جـ) $\frac{١}{ص}$ (د) $\frac{١}{ص^{٢}}$

٢ $\frac{٣^{٢س} + ٣^{٢س} + ٣^{٢س}}{٣^{س} \times ٣^{س}}$ = ... في أبسط صورة.

(أ) ٣ ^{٤س} (ب) ٣ ^{٢س} (جـ) ٣ (د) $\frac{١}{٣}$

٣ إذا كانت : س = {٤ ، ٥} فإن : ن(س^{٢}) = ...

(أ) ٣ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ١٠

٤ إذا كان : (٢^{س} ، $\sqrt{ص}$) = (١ ، ١) فإن : س – ص = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) –١ (د) ± ١

٥ إذا كانت : د (س) = –٣ فإن : د (٣) + د (–٣) = ...

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) صفر (د) –٦

٦ المدى لمجموعة القيم : ٧ ، ٣ ، ٦ ، ٩ ، ٥ يساوى ....

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٥

السؤال الثانى

(أ) احسب الانحراف المعيارى للقيم الآتية : ٨ ، ٩ ، ٧ ، ٦ ، ٥

(ب) إذا كانت : ب وسطًا متناسبًا بين أ ، جـ **أثبت أن :** $\left(\frac{ب - جـ}{أ - ب}\right)^{٢} = \frac{جـ}{أ}$

السؤال الثالث

(أ) إذا كانت : س = {١ ، ٤ ، ٥} ، ص = {٣ ، ٩ ، ١٠ ، ١٤} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث «أ ع ب» تعنى « أ = $\frac{١}{٣}$ ب " لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

اكتب بيان العلاقة ع ومثلها بمخطط سهمى، وهل ع تمثل دالة أم لا ؟ مع ذكر السبب.

(ب) إذا كانت : س = {٣} ، ص = {٤ ، ٥} ، ع = {٥ ، ٦}

أوجد : [١] (ص ∩ ع) × س [٢] (س - ص) × ع [٣] ن (س^{٢})

السؤال الرابع

(أ) إذا كانت : ص ∝ س وكانت : ص = ٢٠ عندما س = ٤

أوجد : [١] العلاقة بين س ، ص [٢] قيمة س عندما ص = ٤٠

(ب) مثل بيانيًا الدالة د : د (س) = ٣ - س^{٢} ، خذ س ∈ [-٣ ، ٣]

ومن الرسم أوجد : [١] إحداثيى رأس المنحنى. [٢] القيمة العظمى أو الصغرى للدالة.

السؤال الخامس

(أ) إذا كان : $\frac{س}{٣} = \frac{ص}{٤} = \frac{ع}{٥}$ **أوجد قيمة :** $\frac{٢ ص - ع}{٣ س - ٢ ص + ع}$

(ب) اختر الاجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] الثالث المتناسب للعددين ٣ ، ٦ هو ....

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) ٩ (جـ) ٢ (د) ١٢

[٢] إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{٣}{٥}$ ، ٥ أ - ٢ ب = ٢٠ فإن : ب = ...

(أ) ٣ (ب) ٥ (جـ) ١٥ (د) ٢٠

[٣] إذا كانت النقطة (س - ٣ ، ٥) تقع على محور الصادات فإن : س = ...

(أ) -٣ (ب) -٥ (جـ) ٥ (د) ٣

١٤ محافظة بنى سويف

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

المجموعة الأولى

◄ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ درجة المقدار الجبرى : ٤ $س^٣$ + $س^٢$ + ٢ س هى ....

(أ) الأولى. (ب) الثانية. (جـ) الثالثة. (د) الرابعة.

٢ أى العلاقات الآتية تمثل تغيرًا عكسيًا بين المتغيرين س ، ص ؟

(أ) س ص = ٧ (ب) ص = س + ٧ (جـ) ص = ٧ س (د) $\frac{س}{ص}$ = ٧

٣ من مقاييس التشتت ....

(أ) الوسط الحسابى. (ب) المنوال. (جـ) الوسيط. (د) المدى.

٤ إذا كانت : س = {٤ ، ٥} فإن : ن($س^٢$) = ...

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٩

٥ إذا كان : $٢^{س}$ = ٨ فإن : س = ...

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ٩ (د) ١٦

٦ إذا كانت : س = {١ ، ٢} ، ص = {٣ ، ٤} فإن : (٣ ، ٤) ∈ ....

(أ) س × ص (ب) ص × س (جـ) $س^٢$ (د) $ص^٢$

٧ إذا كان : ٨ أ = ٢ ب فإن : $\frac{أ}{ب}$ = ...

(أ) ٤ (ب) ٢ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{١}{٤}$

٨ إذا كانت : د (س) = $س^٣$ + ١ فإن : د (١) + د (–١) = ...

(أ) –٢ (ب) صفر (جـ) ٢ (د) ٤

٩ إذا كانت : د (س) = ٢ س + حـ ، وكانت : د (١) = ٧ فإن : حـ = ...

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٦ (د) ٧

المجموعة الثانية

◄ أجب عن الأسئلة الآتية :

١٠ إذا كانت : س = {١ ، ٣ ، ٥} ، ص = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث «أ ع ب» تعنى أن «أ + ب = ٧» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

اكتب بيان ع ، ومثلها بمخطط سهمى. هل ع دالة ؟ ولماذا ؟

١١ إذا كان : $\frac{س}{٢} = \frac{ص}{٣} = \frac{ع}{٤} = \frac{٣س + ٢ص - ع}{ك}$ **أوجد قيمة : ك**

١٢ إذا كانت : ص ∝ $س^٢$ ، وكانت : ص = ٣٦ عندما س = ٣

أوجد العلاقة بين ص ، س ثم أوجد قيمة ص عندما س = ٢

١٣ أوجد العدد الذى إذا طرح من مقدم النسبة ١٥ : ١٣ وأضيف إلى تاليها فإنها تصبح ٣ : ٤

١٤ **أوجد الوسط الحسابى والانحراف المعيارى للقيم : ١٢ ، ١٣ ، ١٦ ، ١٨ ، ٢١**

١٥ إذا كانت : ب وسطًا متناسبًا بين أ ، جـ **أثبت أن :** $\frac{أ + ٢ب}{ب + ٢جـ} = \frac{أ - ب}{ب - جـ}$

١٦ مثل بيانيًا منحنى الدالة د : د (س) = ٣ − $س^٢$ متخذًا س ∈ [−٢ ، ٢] ومن الرسم أوجد إحداثيى رأس المنحنى ، القيمة العظمى أو الصغرى للدالة ، معادلة محور التماثل.

١٥ محافظة المنيا

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

المجموعة الأولى

◄ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ $أ^{صفر}$ = ... حيث أ ≠ ٠

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) أ (د) −١

٢ الوسط المتناسب بين أ ، جـ هو ....

(أ) $\sqrt{أ + جـ}$ (ب) $\frac{أ + جـ}{٢}$ (جـ) $\pm\sqrt{أجـ}$ (د) أجـ

٣ الفرق بين أكبر المفردات وأصغرها لمجموعة من المفردات يسمى ....

(أ) المدى. (ب) الوسط الحسابى.

(جـ) الوسيط. (د) الانحراف المعيارى.

٤ نصف العدد $٢^{٢٠٢}$ هو ....

(أ) $٢^{١٠٢}$ (ب) $١^{٢٠١}$ (جـ) $٢^{٢١}$ (د) $٢^{١٩٢}$

٥ إذا كان بيان العلاقة ع هو {(١ ، ٣) ، (٢ ، ٥) ، (٤ ، ٣)} حيث ع تمثل دالة، فإن مداها ....

(أ) {١ ، ٢ ، ٤} (ب) {٢ ، ٤ ، ١ ، ٣ ، ٥}

(جـ) {٣ ، ٥} (د) ط

٦ الدالة الخطية المعرفة بالقاعدة : ص = ٢ س − ١ يمثلها خط مستقيم يقطع محور الصادات فى النقطة ....

(أ) (٠ ، ١) (ب) (٠ ، −١) (جـ) (١ ، ٠) (د) (−١ ، ٠)

٧ إذا كانت : (٣ ، ٥) ∈ {٣ ، ٦} × {س ، ٨} فإن : س = ...

(أ) ٨ (ب) ٦ (جـ) ٥ (د) ٣

٨ إذا كانت : د (س) = $س^٢$ − س + ٣ فإن : د (−٢) = ...

(أ) −٢ (ب) −١ (جـ) ٥ (د) ٩

٩ إذا كانت : $\frac{س}{٣} = \frac{ص}{٤} = \frac{س + ص}{ك}$ فإن : ك = ...

(أ) ١ (ب) ٦ (جـ) ٧ (د) ١٢

المجموعة الثانية

أجب عن الأسئلة الآتية :

١٠ إذا كانت : س = {١ ، ٢ ، ٣} ، ص = {١ ، ٤ ، ٦ ، ٩} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث «أ ع ب» تعنى «أ = $\sqrt{ب}$» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص فاكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى واذكر مع بيان السبب هل ع تمثل دالة من س إلى ص أم لا.

١١ إذا كانت : ص ∝ $\frac{١}{س}$ ، وكانت : ص = ٣ عندما س = ٢ أوجد العلاقة بين ص ، س

١٢ أوجد العدد الذى إذا أضيف إلى كل من حدى النسبة ٧ : ١١ فإنها تصبح ٢ : ٣

١٣ إذا كان : $\frac{س}{ص} = \frac{٢}{٣}$ **أوجد قيمة النسبة :** $\frac{٣ س + ٢ ص}{٦ ص − س}$

١٤ إذا كانت : ب وسطًا متناسبًا بين أ ، جـ **فأثبت أن :** $\frac{أ − ب}{أ} = \frac{أ − جـ}{أ + ب}$

١٥ **أوجد الانحراف المعيارى لمجموعة القيم :** ١٢ ، ١٣ ، ١٦ ، ١٨ ، ٢١

١٦ مثل بيانيًا الدالة التربيعية د : د (س) = (س − ٢)^٢ متخذًا س ∈ [−١ ، ٥] ، ومن الرسم أوجد :

(١) إحداثيي رأس المنحنى. (٢) معادلة محور التماثل.

(٣) القيمة العظمى أو الصغرى حيث (س ∈ ع)

١٦ محافظة أسيوط

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

المجموعة الأولى

◄ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : س = {١} ، ص = {٢} فإن : ن (س ∩ ص) = ...

(أ) {١ ، ٢} (ب) {(١ ، ٢)} (جـ) ∅ (د) صفر

٢ إذا كانت : د (س) = ٧ فإن : د (−٨) = ...

(أ) −٨ (ب) −٧ (جـ) ٨ (د) ٧

٣ إذا كانت : د (س) = ٢ س + ٧ فإن : د (١) = ...

(أ) ٧ (ب) ٨ (جـ) ٩ (د) ١٠

٤ إذا كان : مجـ (س − $\overline{\text{س}}$)^٢ = ٣٦ لمجموعة من القيم عددها ٩ فإن : σ = ...

(أ) ٤ (ب) ٢ (جـ) ± ٤ (د) ± ٢

٥ إذا كانت : ص ∝ س ، وكانت : ص = ٦ عندما س = ٣

فإن : ص = ... عندما س = ٤

(أ) ٤ (ب) ٦ (جـ) ٨ (د) ١٢

٦ الوسط المتناسب للعددين ٤ ، ٩ هو ....

(أ) ٦ (ب) −٦ (جـ) ± ٦ (د) ٣٦

٧ إذا كان : ن (س^٢) = ٤ ، ن (ص) = ٣ فإن : ن (س × ص) = ...

(أ) ٤ (ب) ٦ (جـ) ٨ (د) ١٢

٨ إذا كان المنوال للقيم : ٣ ، أ + ١ ، ٤ هو ٣ فإن : أ = ...

(أ) ٣ (ب) ٢ (جـ) ١ (د) صفر

٩ مجموعة حل المعادلة : $س^٢$ = ٤٩ حيث س ∈ ط هى ....

(أ) {٧} (ب) {٧ ، –٧} (جـ) {–٧} (د) ∅

المجموعة الثانية

أجب عن الأسئلة الآتية :

١٠ احسب الانحراف المعيارى للبيانات التالية : ٧٢ ، ٥٣ ، ٦١ ، ٧٠ ، ٥٩

١١ عددان صحيحان النسبة بينهما ٢ : ٣ وإذا أضيف للأول ٧ وطرح من الثانى ١٢ صارت النسبة ٥ : ٣ أوجد العددين.

١٢ إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{ء}$ أثبت أن : $\frac{أ + ب}{ب} = \frac{جـ + ء}{ء}$

١٣ إذا كانت العلاقة بين المسافة (ف) بالمتر والزمن (ن) بالثانية هى ف = ٩,٨ ن

① حدد نوع التغير بين ف ، ن

② أوجد قيمة ف عندما ن = ٢ ثانية.

١٤ إذا كانت : ب هى الوسط المتناسب بين أ ، جـ

أثبت أن : $\frac{أ + ب + جـ}{أ^{-١} + ب^{-١} + جـ^{-١}} = ب^٢$

١٥ مثل بيانيًا الدالة د : د (س) = $س^٢$ + ٢ س + ١

متخذًا س ∈ [–٤ ، ٢] ، ومن الرسم استنتج :

① معادلة محور التماثل. ② القيمة العظمى أو الصغرى للدالة.

١٦ إذا كانت : س = {٠ ، ١ ، ٤ ، ٧} ، ص = {١ ، ٣ ، ٥ ، ٦}

وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث «أ ع ب» تعنى «أ + ب < ٦» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى. هل ع دالة أم لا ؟

مع ذكر السبب.

١٧ محافظة سوهاج

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

المجموعة الأولى

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ حاصل ضرب الجذرين التربيعيين للعدد ١٦ يساوى ....

(أ) صفر (ب) –٨ (جـ) –١٦ (د) ٨

٢ إذا كانت : س × ص = {(٢ ، ٣)} فإن : $س^٢$ = ...

(أ) {(٤ ، ٩)} (ب) {(٤ ، ٣)} (جـ) {(٢ ، ٢)} (د) {(٢ ، ٩)}

٣ إذا كان : (س + ٥) (س – ٥) = $س^٢$ + ك فإن : ك = ...

(أ) –١٠ (ب) –٢٥ (جـ) ٢٥ (د) ١٠

٤ إذا كانت : أ ، ٣ ، ٤ ، ب كميات متناسبة فإن : $\frac{أ ب}{٦}$ = ...

(أ) ٣ (ب) ٢ (جـ) ٢٥ (د) ١٠

٥ إذا كان الانحراف المعيارى للقيم : س + ٢ ، ٥ ، ص – ٢ يساوى صفرًا

فإن : س + ص = ...

(أ) ٩ (ب) ٥ (جـ) ١٠ (د) ٤

٦ إذا كان المستقيم الممثل للدالة د : ح ← ح ، د (س) = أ س – ٥ يمر بالنقطة

(٢ ، ٣) فإن قيمة أ = ...

(أ) ٨ (ب) ٤ (جـ) ٢ (د) ٦

٧ إذا كان : $ص^٢$ + ٤ $س^٢$ = ٤ س ص فإن : ....

(أ) ص ∝ س (ب) ص ∝ $س^٢$ (جـ) ص ∝ $\frac{١}{س}$ (د) ص ∝ $\frac{١}{س^٢}$

٨ الدوال الآتية هى دوال كثيرات حدود ما عدا الدالة د حيث د (س) = ...

(أ) س + ٣ (ب) $\sqrt{٢}$ س + ٣

(جـ) س (س + $\frac{١}{س}$) (د) $س^٢$ (س + ٤)

٩ إذا كان : $(س - ١ ، ١١) = (٨ ، ص + ٣)$ فإن : $\sqrt{س + ٢ ص} = ...$

(أ) ٥ (ب) ± ٥ (جـ) $\sqrt{١٧}$ (د) ٢٥

المجموعة الثانية

◄ أجب عن الأسئلة الآتية :

١٠ إذا كانت : س = {١ ، ٣ ، ٤ ، ٥} ، ص = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}

وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث «أ ع ب»

تعنى «أ + ب = ٧» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

(١) اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى.

(٢) هل ع دالة أم لا ؟ مع ذكر السبب.

١١ إذا كانت : ب وسطًا متناسبًا بين أ ، حـ أثبت أن : $\frac{٢ حـ^٢ - ٣ ب^٢}{٢ ب^٢ - ٣ أ^٢} = \frac{حـ}{أ}$

١٢ إذا كان : $\frac{س}{٢} = \frac{ص}{٣} = \frac{ع}{٤}$ أثبت أن : $\frac{٢ س - ص + ٥ ع}{٣ ص - س} = ٣$

١٣ إذا كانت : ص $\propto \frac{١}{س}$ وكانت : ص = ٤ عندما س = ٣ أوجد :

(١) العلاقة بين ص ، س (٢) قيمة س عندما ص = ٦

١٤ أوجد العدد الذى إذا طرح ثلاثة أمثاله من كل من حدى النسبة ٤٩ : ٦٩ فإنها تصبح ٢ : ٣

١٥ احسب الوسط الحسابى والانحراف المعيارى للقيم الآتية :

١٥ ، ٣٠ ، ٢١ ، ١٨ ، ١٦

١٦ مثل بيانيًا منحنى الدالة د : د $(س) = ٤ - س^٢$ مستعينًا بالفترة [-٣ ، ٣]

ومن الرسم استنتج :

(١) معادلة محور التماثل. (٢) القيمة العظمى أو الصغرى للدالة د

١٨ محافظة قنا

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

المجموعة الأولى

◀ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ الدالة د : د (س) = ٢ س يمثلها مستقيم يمر بالنقطة ....

(أ) (٢ ، ٢) (ب) (١ ، ١) (جـ) (٠ ، ٠) (د) (٣ ، ٢)

٢ إذا كان : ص^{٢} + ٤ س^{٢} = ٤ س ص فإن : ص $\propto$ ....

(أ) س (ب) س^{٢} (جـ) $\frac{١}{س}$ (د) $\frac{١}{س^{٢}}$

٣ $\frac{\sqrt{٥}}{\sqrt{٥} - ١} - \frac{١}{\sqrt{٥} - ١} =$ ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) $\sqrt{٥} - ١$ (د) -١

٤ إذا كان : س × ص = {(٢ ، ٣)} فإن : ص^{٢} = ...

(أ) {(٢ ، ٢)} (ب) {(٣ ، ٣)}

(جـ) {(٣ ، ٢)} (د) {(٤ ، ٩)}

٥ إذا كان : ٣$^{س - ٢}$ = ١ فإن : س = ...

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٦ الدالة د : د (س) = ٥ يمثلها بيانيًا مستقيم يوازى محور السينات ويقطع محور الصادات فى النقطة ....

(أ) (٠ ، ٥) (ب) (٥ ، ٥) (جـ) (٥ ، ٠) (د) (٥ ، −٥)

٧ إذا كان التشتت للقيم : س + ١ ، ص + ٤ مساويًا الصفر

فإن : س − ص = ...

(أ) −١ (ب) −٤ (جـ) ٣ (د) ٤

٨ الدالة د : د (س) = (س − ٥)^{٢} + ٧ س كثيرة حدود من الدرجة ....

(أ) صفر. (ب) الأولى. (جـ) الثانية. (د) الثالثة.

٩ إذا كان : $\frac{أ}{٢} = \frac{ب}{٥} = \frac{٢أ + ب}{ك}$ فإن : قيمة ك = ...

(أ) ٣ (ب) ٥ (جـ) ٧ (د) ٩

المجموعة الثانية

◄ أجب عن الأسئلة الآتية :

١٠ إذا كانت : ب وسطًا متناسبًا بين أ ، حـ فأثبت أن : $\left(\frac{ب - حـ}{أ - ب}\right)^{٢} = \frac{حـ}{أ}$

١١ إذا كانت : س = {١ ، ٣ ، ٥} وكانت ع علاقة دالة على س وكان بيان

ع = {(أ ، ٣) ، (٥ ، ٣) ، (ب ، ٥)} فأوجد :

① مدى الدالة ② قيمة المقدار : أ − ب

١٢ مثل بيانيًا الدالة د : د (س) = ٢ س − س^{٢} ، خذ س ∈ [−١ ، ٣]

ومن الرسم أوجد نقطة رأس المنحنى والقيمة العظمى أو الصغرى للدالة وكذلك معادلة محور التماثل لمنحنى الدالة.

١٣ إذا كانت : ص ∝ $\frac{١}{س^{٢}}$ وكانت : ص = ٥ عندما س = ٤ فأوجد العلاقة بين س ، ص ثم أوجد قيمة ص عندما س = ٢

١٤ إذا كانت : أ ، ب ، حـ ، ء فى تناسب فأثبت أن :

$$\frac{٣أ - ٢حـ}{٣ب - ٢ء} = \frac{٥أ + ٣حـ}{٥ب + ٣ء}$$

١٥ الجدول التالى يوضح عدد الأطفال فى ١٠٠ أسرة :

عدد الأطفال	٠	١	٢	٣	٤	المجموع
عدد الأسر	٨	١٦	٥٠	٢٠	٦	١٠٠

والمطلوب : إيجاد الانحراف المعيارى للبيانات السابقة.

١٦ إذا كان : $\frac{س}{ص} = \frac{٣}{٥}$ فأوجد قيمة : $\frac{٢س + ص}{س + ٣ص}$

١٩ محافظة الأقصر

أجب عن الأسئلة الآتية :

المجموعة الأولى

◄ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : س ∋ ح وكانت : ٢ < س < ٤ فإن : ٣ س − ١ ∋ ....

(أ) [٦ ، ١٢] (ب)]٦ ، ١٢[(جـ)]٥ ، ١١[(د)]٧ ، ١١[

٢ إذا كان : $\frac{٥}{٤} + \frac{٥}{س} = \frac{٥}{٢}$ فإن : س = ...

(أ) ٥ (ب) $\frac{٥}{٢}$ (جـ) $\frac{٥}{٤}$ (د) ٤

٣ إذا كانت : س = {٥} ، ص = {٠ ، ٢} فإن : ن(س × ص) = ...

(أ) ١٠ (ب) صفر (جـ) ٢ (د) {(٥ ، ٢)}

٤ إذا كانت : د (س) = ٥ فإن : د (٥) + د (−٥) = ...

(أ) صفر (ب) ١٠ (جـ) ٥ (د) −٥

٥ الدالة د : د (س) = س (س − ١)^{٢} من الدرجة ....

(أ) الأولى. (ب) الثانية. (جـ) الثالثة. (د) الرابعة.

٦ فى بيان العلاقة ع = {(١ ، ٤) ، (٣ ، ٤) ، (٢ ، ٤)} تمثل دالة يكون مجال الدالة ....

(أ) {١ ، ٢ ، ٣} (ب) {٤} (جـ) {٢ ، ٤ ، ١} (د) {٤ ، ٣ ، ١}

٧ إذا كان : $\frac{أ}{ب} = \frac{٣}{٥}$ فإن : $\frac{٧ أ + ٩ ب}{٤ أ + ٢ ب} =$ ....

(أ) ٣ (ب) $\frac{٥}{٣}$ (جـ) ٥ (د) $\frac{٣}{٥}$

٨ إذا كانت : ص ∝ $\frac{١}{س}$ وكانت : ص = ٣ عندما س = ٢ فإن : ص = ... عند س = ١,٥

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٣ (د) ٢,٥

٩ المدى لمجموعة القيم : ٦ ، ٩ ، ٣ ، ٥ ، ٧ يساوى ....

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٥

المجموعة الثانية

١٠ إذا كانت : ص ∝ س^{٢} وكانت : ص = ٢٠ عند س = ٢ **فأوجد :**

(١) العلاقة بين ص ، س (٢) قيمة ص عند س = $\frac{١}{٣}$

١١ إذا كان : $\frac{س}{٣} = \frac{ص}{٤} = \frac{ع}{٦} = \frac{ع - ٢ص + ٤س}{ك + ٥}$ **فأوجد قيمة : ك**

١٢ إذا كانت : أ ، ب ، ح ، د فى تناسب متسلسل **فأثبت أن :**

$$\frac{أ}{ب + د} = \frac{ح^{٣}}{ح^{٢} د + د^{٣}}$$

١٣ أوجد العدد الذى إذا طرح من كل من الأعداد ٣ ، ٥ ، ٦ ، ١٤ فإنها تكون متناسبة.

١٤ مثل بيانيًا الدالة د : د (س) = (س − ١)^{٢} متخذًا س ∈ [−١ ، ٣] مبينًا

(١) القيمة الصغرى للدالة. (٢) معادلة محور التماثل.

١٥ إذا كانت : س = {١ ، −٢ ، ٣} ، ص = {−٨ ، −٢ ، ٢ ، ٨} وكانت ع علاقة من س إلى ص حيث «أ ع ب» تعنى أن «٢ أ − ٤ = ب» لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

(١) ارسم المخطط السهمى لبيان ع

(٢) بين ما إذا كانت العلاقة دالة وأوجد المدى.

١٦ احسب الوسط الحسابى والانحراف المعيارى للقيم : ١١ ، ١٣ ، ١٦ ، ١٨ ، ٢٢

٢٠ محافظة شمال سيناء

أجب عن الأسئلة الآتية : *(يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)*

المجموعة الأولى

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : ن(س^{٢}) = ٢٥ ، ن(ص) = ٣ فإن : ن(س × ص) = ...

(أ) ٣ (ب) ٥ (جـ) ١٢ (د) ١٥

٢ [٢ ، ٨] − {٨} = ...

(أ) [٢ ، ٨[(ب)]٢ ، ٨[(جـ) {٨} (د) {٢ ، ٨}

③ المدى لمجموعة القيم : ٨ ، ٤ ، ٦ ، ٧ ، ٩ يساوى ....

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٨ (د) ٩

④ الوسط المتناسب بين ٣ ، ١٢ هو ....

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ± ٦ (د) −٦

⑤ إذا كانت : س ص = ٩ فإن : ص ∝ ....

(أ) $\frac{١}{س}$ (ب) س − ٩ (جـ) س (د) س + ٩

⑥ إذا كانت : $٢^{س} = ٨^{٣}$ فإن : س = ...

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٦ (د) ٩

⑦ إذا كان : (٤ ، ١) ∈ {٢ ، س} × {١ ، ٧} فإن : س = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٧

⑧ إذا كانت : د (س) = س + ٢ ب ، د (٣) = ١٥ فإن : ب = ...

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٦ (د) ١٥

⑨ إذا كان : ($أ^{٢}$ + ٥ ، ٦) = (−٣ ، ب + ٤) فإن : أ + ب = ...

(أ) صفر (ب) ٢ (جـ) ٥ (د) ٦

المجموعة الثانية

أجب عن الأسئلة الآتية :

⑩ إذا كان : ٥ أ = ٤ ب **أوجد قيمة :** $\frac{٢ أ + ب}{٤ أ + ٢ ب}$ فى أبسط صورة.

⑪ إذا كانت : س = {١ ، ٢ ، ٣} ، ص = {١ ، ٤ ، ٨ ، ١٠ ، ١٢}

وكانت ع علاقة معرفة من س إلى ص حيث «أ ع ب» تعنى «أ = $\frac{١}{٤}$ ب»

لكل أ ∈ س ، ب ∈ ص

① اكتب بيان ع ومثلها بمخطط سهمى. ② بين أن ع دالة واكتب مداها.

١٢ مثل بيانيًا منحنى الدالة د حيث د $(س) = (س - ٤)^٢$ متخذًا س ∈ [١ ، ٧]

ومن الرسم استنتج نقطة رأس المنحنى والقيمة الصغرى للدالة ومعادلة محور التماثل.

١٣ إذا كانت : ب وسطاً متناسباً بين أ ، حـ

أثبت أن : $\frac{أ^٢ + ب^٢}{ب^٢ + حـ^٢} = \frac{ب^٢}{حـ^٢}$

١٤ إذا كانت : ص ∝ س وكانت : ص = ٢ عندما س = ٨

اكتب العلاقة بين س ، ص ثم أوجد ص عندما س = ١٢

١٥ أوجد العدد الذى إذا أضيف إلى كل من حدى النسبة ٥ : ١١ فإنها تصبح ٣ : ٥

١٦ **احسب الوسط الحسابي والانحراف المعيارى للقيم : ١٠ ، ١١ ، ١٤ ، ١٦ ، ١٩**

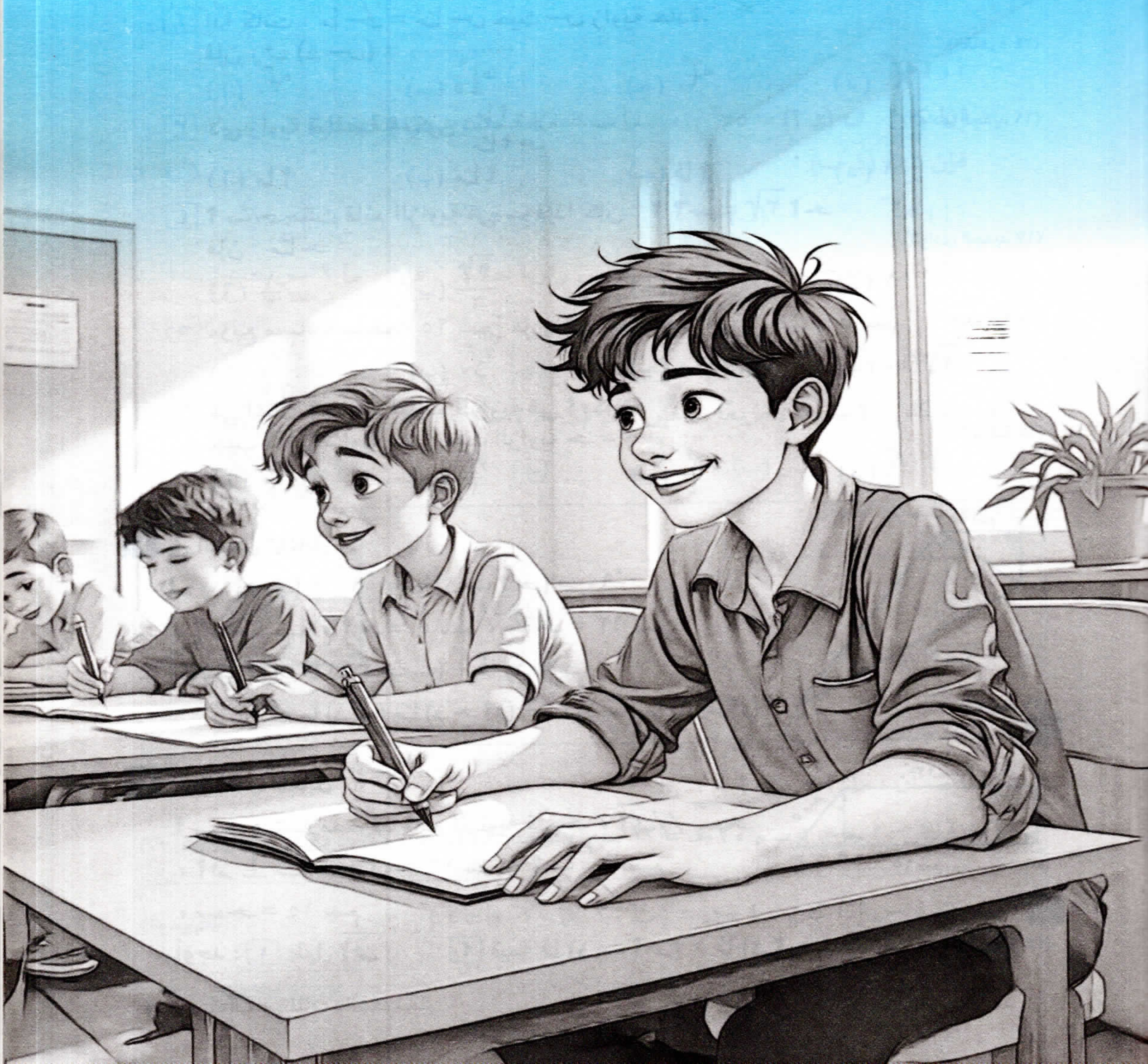
ثانيًا | حساب المثلثات و الهندسة



الاختبارات التراكمية

فى حساب المثلثات والهندسة

من امتحانات المحافظات



اختبارات تراكمية
فى حساب المثلثات والهندسة

اختبار تراكمى ١ على الدرس الأول الوحدة الرابعة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ س ، ص زاويتان متتامتان ، جا س = $\frac{٣}{٥}$ فإن : جتا ص = ... (البحيرة ١٨)

(أ) $\frac{٤}{٥}$ (ب) $\frac{٣}{٥}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) $\frac{٥}{٣}$

٢ إذا كانت : جا س = جتا س حيث س زاوية حادة.
فإن : ق (∠ س) = ... (القاهرة ٢٤)

(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٦٠° (د) ٩٠°

٣ لأى زاوية قياسها أ يكون $\frac{\text{جا أ}}{\text{جتا أ}}$ = ... (الوادى الجديد ١٩)

(أ) جا أ (ب) جتا أ (جـ) ظا أ (د) ١

٤ أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب فإذا كان : ٢ أ ب = $\sqrt{٣}$ أ حـ
فإن : جتا حـ = ... (الوادى الجديد ١٧)

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (جـ) $\sqrt{٣}$ (د) ١

٥ مربع مساحة سطحه ٢٥ سم^{٢} فإن طول قطره يساوى .... سم (المنوفية ٢٠)

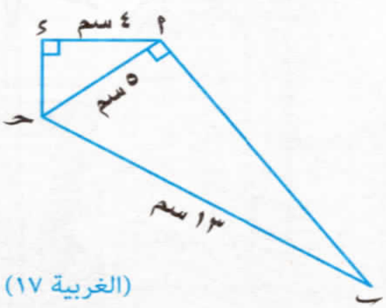
(أ) ٥ (ب) ١٠ (جـ) ٥ $\sqrt{٢}$ (د) ١٠ $\sqrt{٢}$

٦ فى المثلث أ ب حـ القائم الزاوية فى أ يكون
جيب تمام الزاوية ب : جيب الزاوية حـ = ... (الشرقية ١٨)

(أ) $\frac{٣}{٥}$ (ب) $\frac{٤}{٣}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) ١

---

٢ فى الشكل المقابل :



ق (∠ أ ء حـ) = ٩٠° ، ق (∠ ب أ حـ) = ٩٠°

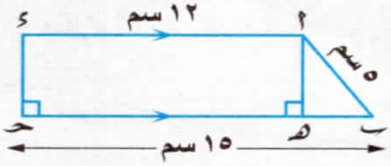
، أ ء = ٤ سم ، أ حـ = ٥ سم ، ب حـ = ١٣ سم

احسب : ١ ظا (∠ أ حـ ب) + ظا (∠ أ حـ ء)

٢ جا (∠ ب) جتا (∠ حـ أ ء) + جتا (∠ ب) جا (∠ حـ أ ء) (الغربية ١٧)

---

٣ فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شبه منحرف قائم الزاوية فى حـ ، $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

، $\overline{\text{أ هـ}}$ ⊥ $\overline{\text{ب حـ}}$ ، أ ء = ١٢ سم ، أ ب = ٥ سم

، ب حـ = ١٥ سم

أوجد : ١ طول $\overline{\text{أ هـ}}$ ٢ قيمة ظا (∠ ب أ هـ) × ظا (∠ أ حـ ب) (القليوبية ٢٤)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : حا ٣ س = $\frac{١}{٢}$ حيث (٣ س) قياس زاوية حادة فإن : س = ... (الشرقية ١٧)

(أ) ١٥° (ب) ٢٠° (جـ) ٣٠° (د) ٤٥°

٢ إذا كانت : طا $\frac{٣ س}{٢}$ = ١ حيث س قياس زاوية حادة فإن : س = ... (قنا ١٦)

(أ) ١٥° (ب) ٣٠° (جـ) ٤٥° (د) ٦٠°

٣ إذا كان : ق (∠ أ) = ٧٥° ، حا ب = حتا أ حيث ب زاوية حادة
فإن : ق (∠ ب) = ... (الدقهلية ٢٠)

(أ) ٤٥° (ب) ٧٥° (جـ) ١٥° (د) ١٠٥°

٤ إذا كان : حا س = $\frac{١}{٢}$ حيث س قياس زاوية حادة فإن : حا ٢ س = ... (الوادى الجديد ٢٤)

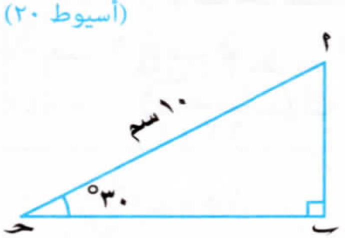
(أ) ١ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (د) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

٥ إذا كان : أ ب حـ ء مربعًا فإن : ق (∠ حـ أ ب) = ... (كفر الشيخ ١٩)

(أ) ٩٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٦٠° (د) ٣٠°

٦ فى الشكل المقابل : (أسيوط ٢٠)

أ ب = ... سم



(أ) ٥ (ب) ١٥
(جـ) ٢٠ (د) ٤٠

---

٢ أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب

١ **أثبت أن : حا^{٢} أ + حتا^{٢} أ = ١**

٢ إذا كان : أ ب = ٥ سم ، أ حـ = ١٣ سم ، **أوجد : ق (∠ حـ) لأقرب دقيقة.** (الدقهلية ١٩)

---

٣ أوجد قيمة س إذا كان : ٤ س = (حتا ٣٠° طا ٣٠° طا ٤٥°)^{٢} (الغربية ٢٤)

١ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

١ بعد النقطة (−٦ ، ٨) عن محور الصادات يساوى .... وحدة. (دمياط ١٦)

(أ) ٦ (ب) −٦ (جـ) ٨ (د) −٨

٢ بعد النقطة ٢ ($\sqrt{٢}$ ، ٤) عن نقطة الأصل يساوى .... وحدة طول. (الشرقية ١٩)

(أ) $\sqrt{٢}$ (ب) ٢ $\sqrt{٢}$ (جـ) ٣ $\sqrt{٢}$ (د) ٤ $\sqrt{٢}$

٣ عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الساقين يساوى .... (بنى سويف ١٨)

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٤ دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها = ٥ سم فإن النقطة ب (٣ ، ٤) تقع .... الدائرة. (بورسعيد ٢٤)

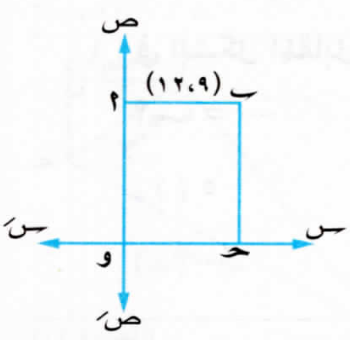
(أ) داخل (ب) خارج (جـ) على (د) على مركز

٥ إذا كانت : حا $\frac{س}{٢} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$ حيث $\frac{س}{٢}$ قياس زاوية حادة

فإن : طا (س − ١٥°) = ... (المنوفية ٢٠)

(أ) $\sqrt{٣}$ (ب) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ (جـ) ١ (د) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

٦ فى الشكل المقابل : (المنوفية ١٧)



و ٢ ب حـ مستطيل فى مستوى إحداثى

فإن : ٢ حـ = ... وحدة طول.

(أ) ١٢ (ب) ٩ (جـ) ١٥ (د) ٢٥

---

٢ ٢ ب حـ ء شكل رباعى حيث : ٢ (٢ ، ٤) ، ب (−٣ ، ٠) ، حـ (−٧ ، ٥) ، ء (−٢ ، ٩) أثبت أن : الشكل ٢ ب حـ ء مربع. (شمال سيناء ٢٠)

---

٣ أوجد ق (∠ س) حيث س زاوية حادة إذا كان : ٣ طا^٢ س = ٤ حا^٢ ٣٠° + ٨ حتا^٢ ٦٠° (الفيوم ١٨)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت نقطة الأصل هى منتصف $\overline{أب}$ حيث أ (٥ ، −٢)
فإن النقطة ب هى .... (بورسعيد ١٩)

(أ) (٢ ، ٥) (ب) (٥ ، −٢) (جـ) (−٢ ، −٥) (د) (−٥ ، ٢)

٢ إذا كانت : (٣ ، −١) هى منتصف $\overline{أب}$ حيث أ (س ، ٢) ، ب (−١ ، −٤)
فإن : س = ... (القليوبية ١٦)

(أ) ١٧ (ب) ٦ (جـ) ١٣ (د) ٧

٣ فى المثلث أ ب حـ القائم الزاوية فى ب يكون جا أ + ٢ جتا حـ = ... (الغربية ٢٠)

(أ) ٢ جا حـ (ب) ٣ جا أ (جـ) ٢ جا أ (د) ٣ جتا أ

٤ مثلث أطوال أضلاعه ٥ سم ، ١٢ سم ، ١٣ سم تكون مساحته .... سم^2 (مطروح ١٨)

(أ) ٣٠ (ب) ٣٢,٥ (جـ) ٧٨ (د) ١٤٤

٥ إذا كان : جا س° = جتا ٣٠° فإن : ظا س° = ... (حيث س قياس زاوية حادة) (أسيوط ٢٤)

(أ) $\sqrt{٣}$ (ب) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ (جـ) $\sqrt{٢}$ (د) $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

٦ $\overline{أب}$ قطر فى دائرة مركزها م ، حيث أ (٢ ، ٤) ، ب (−٢ ، ٠)
فإن : م = ... (بنى سويف ٢٠)

(أ) (٠ ، ٢) (ب) (٢ ، ٠) (جـ) (٠ ، ٠) (د) (٢ ، ٢)

---

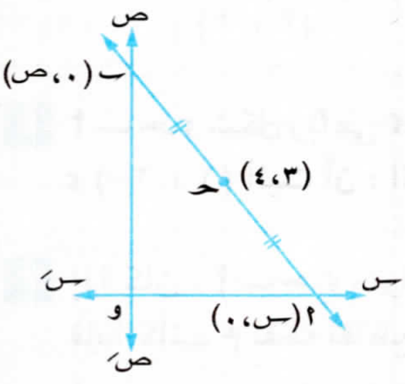
٢ أ ب حـ ء شبه منحرف فيه : $\overline{أء}$ // $\overline{ب حـ}$ ، ق (∠ د ب) = ٩٠° ، أ ب = ٣ سم
، ب حـ = ٦ سم ، أ ء = ٢ سم **أوجد :** طول ء حـ **ثم أوجد قيمة :** جتا (∠ ب حـ ء) (البحيرة ١٩)

---

٣ فى الشكل المقابل :

النقطة حـ (٣ ، ٤) منتصف $\overline{أب}$

أوجد : محيط المثلث أ و ب



(القليوبية ٢٠)

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ ميل المستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها الموجب س° يساوى .... (الجيزة ٢٠)

(أ) حا س° (ب) حتا س° (جـ) $\frac{\text{حا س°}}{\text{حتا س°}}$ (د) حا س° + حتا س°

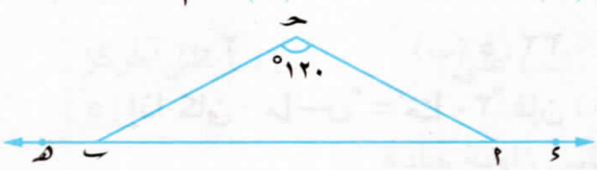
٢ مستقيمان متعامدان ، ميل أحدهما $-\frac{١}{٤}$ وميل الآخر ٤ ك فإن : ك = ... (الإسماعيلية ٢٤)

(أ) -٤ (ب) ٤ (جـ) ١ (د) $\frac{١}{٤}$

٣ إذا كان المستقيمان اللذان ميلاهما $\frac{-٢}{٣}$ ، $\frac{ك}{٢}$ متوازيين فإن : ك = ... (الإسكندرية ١٧)

(أ) $\frac{-٣}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٣}$ (جـ) ٣ (د) $-\frac{٤}{٣}$

٤ فى الشكل المقابل :



إذا كان : ق (∠ حـ) = ١٢٠°

فإن : ق (∠ ء أ حـ) + ق (∠ هـ ب حـ) = ... (الدقهلية ٢٤)

(أ) ٦٠° (ب) ١٨٠° (جـ) ٢٤٠° (د) ٣٠٠°

٥ ميل المستقيم العمودى على المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، ٣) ، (٥ ، ١) يساوى .... (الجيزة ١٧)

(أ) $\frac{٣}{٢}$ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (جـ) $\frac{-٣}{٢}$ (د) $\frac{-٢}{٣}$

٦ إذا كان : أ (٥ ، ٧) ، ب (١ ، -١) فإن : منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ هى .... (البحيرة ٢٠)

(أ) (٢ ، ٣) (ب) (٣ ، ٣) (جـ) (٣ ، ٢) (د) (٣ ، ٤)

---

٢ أ ب حـ ء شكل رباعى حيث النقط أ (٢ ، ٣) ، ب (٦ ، ٢) ، حـ (-٢ ، -٢) ، ء (-٢ ، ١) **أثبت أن :** الشكل أ ب حـ ء شبه منحرف. (دمياط ١٨)

---

٣ إذا كان : أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه : أ (٣ ، ٤) ، ب (٢ ، -١) ، حـ (-٥ ، ٢) فإذا كانت م نقطة تقاطع قطرية

أوجد : ١ إحداثيى نقطة م ٢ إحداثيى نقطة ء (القاهرة ٢٤)

اختبـــار تراكمـى ٦ حتى الدرس الرابع الوحدة الخامسة

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ البعد العمودى بين المستقيمين : س = ٥ ، س + ٣ = صفر يساوى .... وحدة طول. (القليوبية ٢٠)

(أ) ٢ (ب) ٨ (جـ) −٨ (د) ٥

٢ فى المربع س ص ع ل إذا كان : ميل $\overleftrightarrow{\text{س ع}}$ = ١ فإن : ميل $\overleftrightarrow{\text{ص ل}}$ = ... (الشرقية ٢٠)

(أ) ١ (ب) −١ (جـ) ± ١ (د) ٤٥°

٣ معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (−٥ ، ٣) ويوازى محور السينات هى .... (بورسعيد ٢٤)

(أ) س = −٥ (ب) ص = −٥ (جـ) ص = ٣ (د) س = ٣

٤ إذا كانت الأطوال ٣ ، ٧ ، ل هى أطوال أضلاع مثلث فإن ل يمكن أن تساوى .... (الغربية ١٩)

(أ) ٣ (ب) ٧ (جـ) ٤ (د) ١٠

٥ إذا كان : س + ص = ٥ ، ك س + ٢ ص = ٠ مستقيمين متعامدين فإن : ك = ... (الجيزة ٢٣)

(أ) −٢ (ب) −١ (جـ) ١ (د) ٢

٦ إذا كانت : ظا (س + ٢٠°) = $\sqrt{٣}$ حيث س قياس زاوية حادة فإن : س = ... (الشرقية ١٨)

(أ) ٢٠° (ب) ٣٠° (جـ) ٤٠° (د) ٥٠°

---

٢ أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٦) وبمنتصف $\overline{\text{أ ب}}$ حيث : أ (١ ، −٢) ، ب (٣ ، −٤) (سوهاج ٢٣)

---

٣ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب ، أ ب = ٦ سم ، ب جـ = ٨ سم

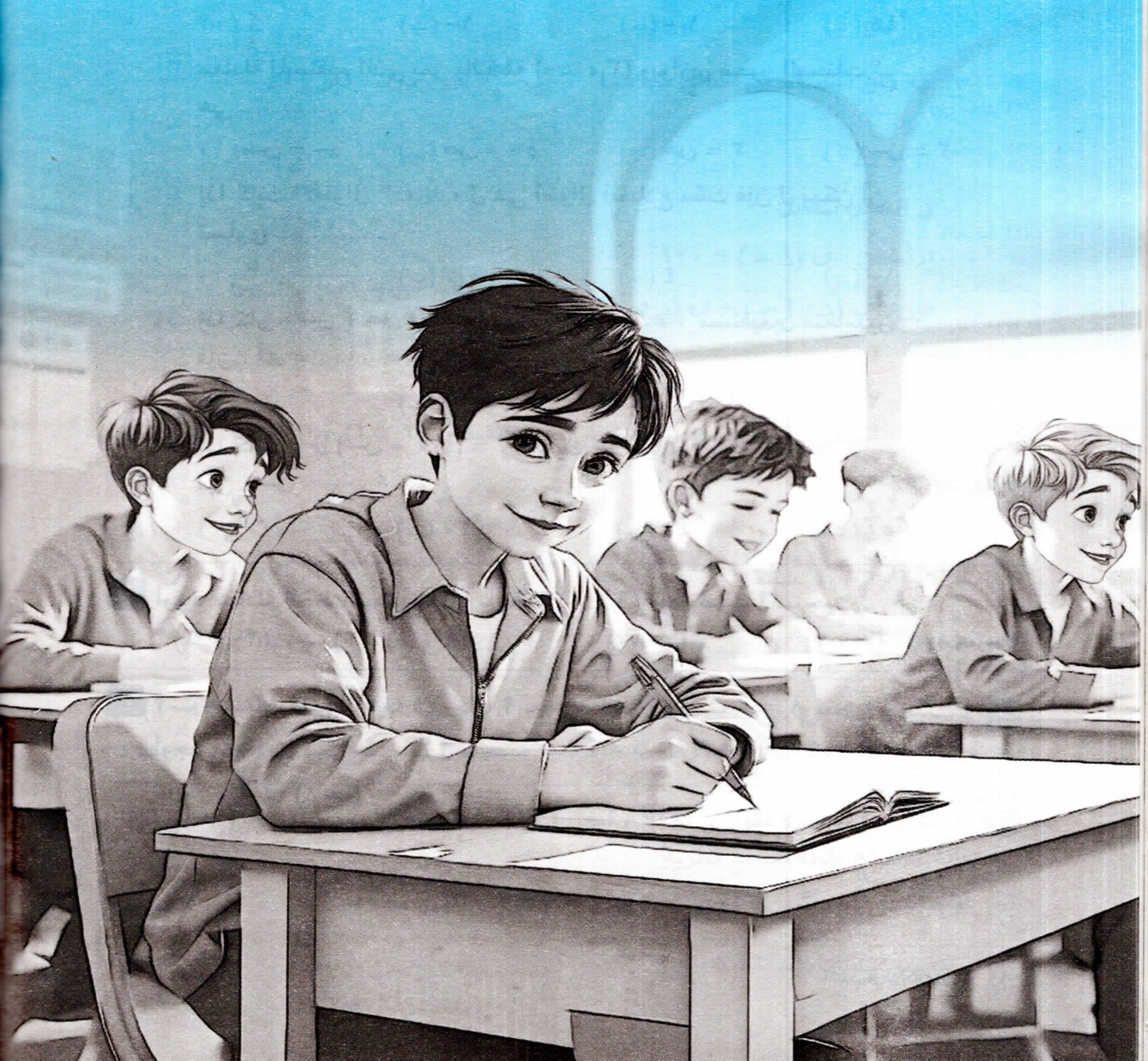
أوجد : ١ جا أ جتا جـ − جا أ جا جـ

٢ ق (∠ جـ) (بنى سويف ٢٤)

الأسئلة الهامة

فى حساب المثلثات والهندسة

من امتحانات المحافظات



الأسئلة الهامة على الوحدة الرابعة
حساب المثلثات

أولًا أسئلة الاختيار من متعدد

١ ٢ جتا² ٣٠° − ١ = ... (القاهرة ١٨)

(أ) جتا ٦٠° (ب) جا ٦٠° (جـ) ٢ جا ٣٠° (د) ظا ٦٠°

---

٢ إذا كان : س ، ص قياسى زاويتين متتامتين وكانت : جا س = $\frac{٣}{٥}$

فإن : جتا ص = ... (الجيزة ٢٠)

(أ) $\frac{٤}{٥}$ (ب) $\frac{٣}{٥}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) $\frac{٥}{٣}$

---

٣ إذا كانت : جا ٧٠° = جتا ٢ س حيث ٢ س قياس زاوية حادة فإن : س = ... (المنوفية ٢٣)

(أ) ١٠° (ب) ٢٠° (جـ) ٤٥° (د) ٦٠°

---

٤ فى Δ أ ب حـ إذا كان : ق (∠ أ) = ٨٥° ، جا ب = جتا ب

فإن : ق (∠ حـ) = ... (البحيرة ١٧)

(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٥٠° (د) ٦٠°

---

٥ إذا كانت : ظا هـ = $\frac{\text{جا } ٧٠°}{\text{جتا } ٢٠°}$ فإن : هـ = ... (الدقهلية ٢٥)

(أ) ٢٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٧٠° (د) ٩٠°

---

٦ فى Δ أ ب حـ إذا كان : ق (∠ أ) : ق (∠ ب) : ق (∠ حـ) = ٣ : ٤ : ٥

فإن : جتا ب = ... (الغربية ١٦)

(أ) صفر (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) ١ (د) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

---

٧ إذا كانت : جتا س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ حيث س قياس زاوية حادة فإن : جا ٢ س = ... (أسوان ٢٣)

(أ) ١ (ب) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (جـ) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ (د) $\frac{١}{٢}$

٨ فى Δ ؟ ب حـ إذا كان : ق (∠ ب) = ٩٠° فإن : جا ؟ + جتا حـ = ... (الشرقية ٢٠)

(أ) ٢ جا حـ (ب) ٢ جتا ؟ (جـ) ٢ جتا حـ (د) ظا ؟

---

٩ إذا كانت : جا ٢ س = ٠,٥ وكانت س قياس زاوية حادة فإن : س = ...

(القليوبية ١٧)

(أ) ٧٠° (ب) ٦٠° (جـ) ١٥° (د) ٣٠°

---

١٠ إذا كانت : جا $\frac{س}{٢}$ = $\frac{١}{٢}$ حيث س قياس زاوية حادة فإن : س = ...

(البحر الأحمر ١٧)

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (جـ) ١٥° (د) ٤٥°

---

١١ إذا كانت : ظا (س + ١٥)° = $\sqrt{٣}$ حيث س قياس زاوية حادة فإن : ظا س = ...

(المنوفية ١٦)

(أ) ١ (ب) $\sqrt{٣}$ (جـ) ٤٥° (د) $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

---

١٢ إذا كان : ظا ($\frac{؟}{ب}$) = ١ فإن : ظا ($\frac{٢ ؟}{٣ ب}$) = ... (القليوبية ٢٤)

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) $\sqrt{٣}$

---

١٣ ؟ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب حيث ٣ ؟ حـ = ٥ ب حـ فإن : ظا ؟ = ...

(الشرقية ٢٠)

(أ) $\frac{٣}{٥}$ (ب) $\frac{٥}{٣}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) $\frac{٤}{٣}$

---

١٤ ؟ ب حـ مثلث فيه : ق (∠ ب) = ٩٠° ، ٣ ظا حـ − ٤ = ٠

فإن : ٢٥ جا حـ جتا حـ = ... (الدقهلية ١٨)

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٢٥ (د) ١٢

---

١٥ ؟ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ؟ فيه : ظا ب = ١ فإن : ظا حـ − جا حـ جتا حـ = ...

(البحر الأحمر ١٦)

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) $\frac{١}{٢}$

---

١٦ فى المثلث ؟ ب حـ القائم الزاوية فى ؟ يكون جا ب : جتا حـ = ... (الإسكندرية ٢٤)

(أ) $\frac{٣}{٥}$ (ب) $\frac{٣}{٤}$ (جـ) ١ (د) $\frac{٤}{٣}$

١٧ إذا كانت : طا (٢ س − ٥) = ١ حيث س قياس زاوية حادة فإن : س = ...
(الغربية ١٦)

(أ) 45° (ب) 35° (جـ) 25° (د) 15°

---

١٨ فى Δ أ ب حـ إذا كانت : جا أ = جتا حـ فإن : Δ أ ب حـ يكون .... (الشرقية ٢٣)

(أ) حاد الزوايا. (ب) قائم الزاوية.

(جـ) منفرج الزاوية. (د) متساوى الساقين.

---

١٩ Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب ، مساحته = $\frac{1}{2}$ $(أ ب)^2$ فإن : طا حـ = ...
(الأقصر ٢٠)

(أ) ١ (ب) $\sqrt{3}$ (جـ) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (د) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

ثانيًا الأسئلة المقالية

١ إذا كانت النسبة بين قياسى زاويتين متكاملتين ٣ : ٥
فأوجد القياس الستينى لكل منهما. (أسوان ١٥)

---

٢ إذا كانت النسبة بين قياسات الزوايا الداخلة لمثلث ٣ : ٤ : ٧
فأوجد القياس الستينى لكل زاوية. (البحيرة ١٣)

---

٣ فى المثلث أ ب حـ القائم الزاوية فى حـ ، أ ب = ١٣ سم ، ب حـ = ١٢ سم
أثبت أن : جا أ جتا ب + جتا أ جا ب = ١ (الوادى الجديد ٢٤)

---

٤ **بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة :** جا ٤٥° جتا ٤٥° + جا ٣٠° جتا ٦٠° − جتا^2 ٣٠°
(المنوفية ٢٤)

---

٥ **بدون استخدام الحاسبة أثبت أن :** طا^2 ٦٠° − طا^2 ٤٥° = ٤ جا ٣٠° (الجيزة ١٧)

---

٦ **بدون استخدام الحاسبة أثبت أن :** جا^2 ٣٠° = ٩ جتا^2 ٦٠° − طا^2 ٤٥° (المنوفية ١٦)

---

٧ **أوجد قيمة س التى تحقق أن :** س جا ٣٠° = جا ٣٠° جتا ٦٠° + جتا ٣٠° جا ٦٠° (القاهرة ٢٠)

---

٨ **أوجد قيمة س التى تحقق :** س جا ٣٠° جتا^2 ٤٥° = جا^2 ٦٠° (ج سيناء ١٦)

٩ بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة س حيث س قياس زاوية حادة موجبة :

ظا س° = ٤ جا ٣٠° جتا ٦٠° **(الجيزة ٢٠)**

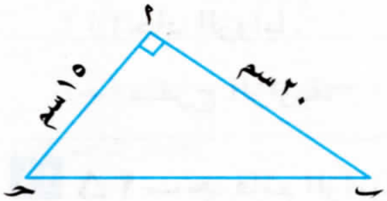
---

١٠ أوجد ق (∠ هـ) حيث هـ زاوية حادة إذا كانت :

جا هـ = جا ٦٠° جتا ٣٠° − جتا ٦٠° جا ٣٠° **(أسوان ٢٣)**

---

١١ في الشكل المقابل :



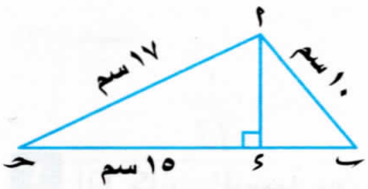
أ ب جـ مثلث فيه : ق (∠ أ) = ٩٠°

، أ جـ = ١٥ سم ، أ ب = ٢٠ سم

أثبت أن : جتا جـ جتا ب − جا جـ جا ب = صفر **(البحيرة ١٧)**

---

١٢ في الشكل المقابل :



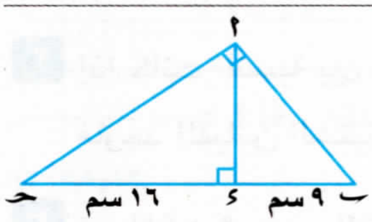
أ د ⊥ ب جـ ، أ ب = ١٠ سم

، أ جـ = ١٧ سم ، د جـ = ١٥ سم

أوجد قيمة : ٣ ظا جـ + جا ب **(البحيرة ٢٤)**

---

١٣ في الشكل المقابل :



أوجد قيمة : ظا ب ظا جـ **(الفيوم ٢٤)**

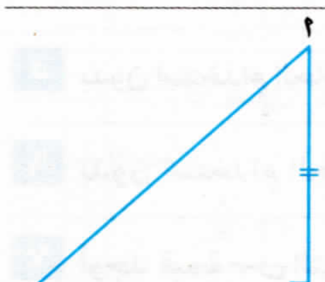
---

١٤ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب فإذا كان : ٢ أ ب = $\sqrt{٣}$ أ جـ

فأوجد النسب المثلثية الأساسية للزاوية جـ **(الإسكندرية ١٥)**

---

١٥ في الشكل المقابل :



أ ب جـ مثلث متساوي الساقين

وقائم الزاوية في جـ وطول كل من ساقيه ل وحدة طول

أوجد : [١] النسبة بين أطوال أضلاع المثلث أ جـ : ب جـ : أ ب

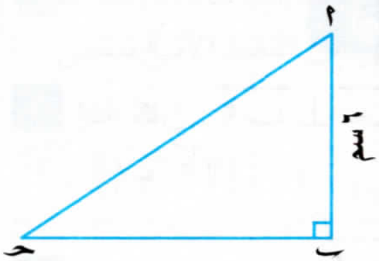
[٢] ظا ب ، جا أ **(الإسكندرية ٢٠)**

١٦ أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب أوجد قيمة : $\frac{\text{جا أ}}{\text{جتا حـ}}$ وإذا كانت : ظا هـ = $\frac{\text{جا أ}}{\text{جتا حـ}}$

أوجد : ق (∠ هـ) حيث هـ زاوية حادة. (الإسماعيلية ١٩)

---

١٧ فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب

، أ ب = ٦ سم ، ظا حـ = $\frac{٣}{٤}$

أوجد : [١] طول كل من : $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overline{\text{أ حـ}}$

[٢] جا أ + جتا أ (مطروح ٢٤)

---

١٨ إذا كانت : ٢ جتا س − $\sqrt{٣}$ = صفر حيث س قياس زاوية حادة

أوجد قيمة : ظا ٢ س (البحر الأحمر ٢٤)

---

١٩ أ ب حـ ء شبه منحرف متساوى الساقين فيه :

$\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ، أ ء = ٤ سم ، أ ب = ٥ سم ، ب حـ = ١٢ سم

أوجد قيمة المقدار : $\frac{\text{ظا ب جتا حـ}}{\text{جتا}^٢ \text{ حـ} + \text{جا}^٢ \text{ حـ}}$ (كفر الشيخ ٢٠)

---

٢٠ أ ب حـ ء شبه منحرف فيه : $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ، ق (∠ ب) = ٩٠° ، أ ب = ٣ سم

، أ ء = ٦ سم ، ب حـ = ١٠ سم

أثبت أن : جتا (∠ ء حـ ب) − ظا (∠ أ حـ ب) = $\frac{١}{٢}$ (مطروح ١٨)

---

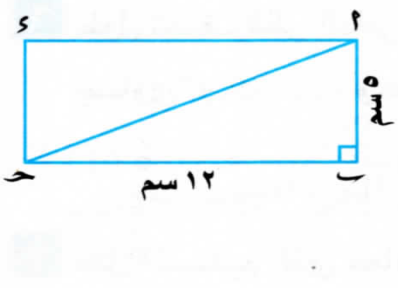
٢١ أ ب حـ مثلث متساوى الساقين فيه : أ ب = أ حـ = ١٠ سم ، ب حـ = ١٢ سم

أوجد : [١] ق (∠ ب)

[٢] مساحة سطح المثلث أ ب حـ (بنى سويف ١٦)

---

٢٢ فى الشكل المقابل :



إذا كان أ ب حـ ء مستطيلًا فيه :

أ ب = ٥ سم ، ب حـ = ١٢ سم

أوجد : [١] طول $\overline{\text{أ حـ}}$

[٢] قيمة ٥ ظا (∠ أ حـ ء) − ١٣ جا (∠ ء أ حـ) (الشرقية ٢٠)

الأسئلة الهامة على الوحدة الخامسة
الهندسة التحليلية

أولًا أسئلة الاختيار من متعدد

١ إذا كان : $\overleftrightarrow{أب} \perp \overleftrightarrow{حـ ء}$ وكان ميل $\overleftrightarrow{أب} = \frac{١}{٢}$ فإن : ميل $\overleftrightarrow{حـ ء}$ = ... (القاهرة ١٩)

(أ) ٢ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $-\frac{١}{٢}$ (د) −٢

---

٢ ميل المستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها الموجب س° يساوى .... (الجيزة ٢٠)

(أ) جا س° (ب) جتا س° (جـ) $\frac{\text{جا س°}}{\text{جتا س°}}$ (د) جا س° + جتا س°

---

٣ إذا كان : أ ب حـ ء مستطيلًا ، أ (١ ، ٠) ، حـ (٤ ، ٤)
فإن : ب ء = ... وحدات طول. (الوادى الجديد ١٩)

(أ) ٥ (ب) ٨ (جـ) ٩ (د) ١٠

---

٤ أ ب حـ ء مربع فيه : أ (١ ، ١) ، حـ (٤ ، ٤) فإن مساحة سطحه = ... وحدة مربعة. (الأقصر ٢٤)

(أ) ٣ (ب) ٦ (جـ) ٩ (د) ١٨

---

٥ المستقيم الذى معادلته : ٢ ص = ٣ س + ٦ يقطع من الجزء الموجب لمحور الصادات جزءًا طوله .... وحدة طول. (الإسماعيلية ١٨)

(أ) $\frac{٣}{٢}$ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٦

---

٦ طول نصف قطر الدائرة التى مركزها (−٢ ، ٣) وتمر بالنقطة (٢ ، −١) يساوى .... وحدة طول. (الإسكندرية ٢٤)

(أ) ٥ (ب) $٤\sqrt{٢}$ (جـ) ٢ (د) ٣

---

٧ ميل المستقيم الذى معادلته : س − ص + ٣ = ٠ هو .... (الأقصر ١٦)

(أ) −٣ (ب) −١ (جـ) ١ (د) ٣

٨ في مستوى إحداثي متعامد النقطة التي تبعد عن نقطة الأصل مسافة ٢ وحدة طول يمكن أن تكون .... (القاهرة ٠٩)

(أ) (١ ، ٢)　(ب) (٢ ، ١)　(جـ) (٠ ، ٢)　(د) (−٣ ، ٥)

---

٩ دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها ٢ وحدة طول ، فأي من النقط الآتية تنتمي للدائرة ؟ (بني سويف ١٦)

(أ) (١ ، ٢)　(ب) (−٢ ، ١)　(جـ) ($\sqrt{٣}$ ، ١)　(د) ($\sqrt{٢}$ ، ١)

---

١٠ إذا كان : $\overline{أب}$ قطرًا في دائرة حيث أ (٣ ، −٥) ، ب (٥ ، ١) فإن مركز الدائرة هو .... (المنوفية ٢٤)

(أ) (٢ ، ٢)　(ب) (٤ ، −٢)　(جـ) (٤ ، ٢)　(د) (٨ ، −٢)

---

١١ إذا كان : $م_١$ ، $م_٢$ هما ميلا مستقيمين متوازيين فإن : .... (القاهرة ٢٣)

(أ) $م_١ = م_٢$　(ب) $م_١ م_٢ = -١$　(جـ) $م_١ - م_٢ = -١$　(د) $م_١ م_٢ = ١$

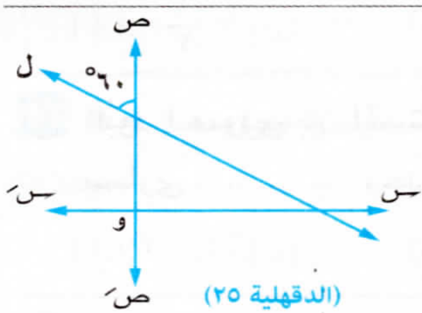
---

١٢ إذا كان : $م_١$ ، $م_٢$ ميلي مستقيمين متعامدين ، $م_١ = \frac{١}{٣}$ فإن : $م_٢ =$ .... (كفر الشيخ ٢٤)

(أ) −٣　(ب) $\frac{١}{٣}$　(جـ) $-\frac{١}{٣}$　(د) −١

---

١٣ في الشكل المقابل :



(الدقهلية ٢٥)

ميل المستقيم ل = ...

(أ) $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$　(ب) $\sqrt{٣}$

(جـ) $-\sqrt{٣}$　(د) $-\frac{\sqrt{٣}}{٣}$

---

١٤ المستقيم الذي معادلته : ٣ س − ٣ ص + ٥ = ٠ يصنع زاوية موجبة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات قياسها .... (المنوفية ١١)

(أ) ٣٠°　(ب) ٤٥°　(جـ) ٦٠°　(د) ٩٠°

---

١٥ المستقيم الذي معادلته : ٢ س + ٥ ص − ١٠ = ٠ يقطع من الجزء الموجب لمحور السينات جزءًا طوله يساوي .... وحدة طول. (الدقهلية ١١)

(أ) $\frac{٢}{٥}$　(ب) ٢　(جـ) $\frac{٥}{٢}$　(د) ٥

١٦ إذا كان المستقيمان : ٣ س − ٤ ص − ٣ = ٠ ، ك ص + ٤ س − ٨ = ٠ متعامدين

فإن : ك = ... (البحيرة ١٥)

(أ) −٤ (ب) −٣ (جـ) ٣ (د) ٤

---

١٧ إذا كان المستقيمان : س + ص = ٥ ، ك س + ٢ ص = ٠ متوازيين

فإن : ك = ... (سوهاج ١٦)

(أ) −٢ (ب) −١ (جـ) ١ (د) ٢

---

١٨ المستقيم الذى معادلته : ٢ س − ٣ ص − ٦ = ٠ يقطع من الجزء السالب لمحور الصادات جزءًا طوله يساوى .... وحدة طول. (القاهرة ١٤)

(أ) −٦ (ب) −٢ (جـ) $\frac{٢}{٣}$ (د) ٢

---

١٩ إذا كان المستقيمان اللذان ميلاهما $\frac{-٢}{٣}$ ، $\frac{٦}{ك}$ متعامدين فإن : ك = ... (المنيا ٢٤)

(أ) −٩ (ب) −٤ (جـ) ٤ (د) ٩

---

٢٠ إذا كان ميل المستقيم : أ س − ص + ٣ = ٠ يساوى ٢ فإن : أ = ... (القليوبية ١٨)

(أ) $-\frac{١}{٣}$ (ب) −٢ (جـ) $\frac{١}{٣}$ (د) ٢

---

٢١ البُعد العمودى بين المستقيمين : س + ٢ = ٠ ، س − ٤ = ٠

يساوى .... وحدة طول. (الغربية ١٨)

(أ) ٢ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٦

---

٢٢ إذا كان البعد بين النقطتين (أ ، ٧) ، (−٢ ، ٣) يساوى ٥ وحدات طول

فإن : أ = ... (الإسكندرية ٢٣)

(أ) ٥ أ، −١ (ب) ١٠ (جـ) −٥ أ، ١ (د) ٧

---

٢٣ المستقيم الذى معادلته : $\frac{س}{٢} - \frac{ص}{٣} = ٦$ يقطع من الجزء الموجب لمحور السينات جزءًا

طوله .... وحدة طول. (المنوفية ٢٠)

(أ) ٣ (ب) ١٢ (جـ) ٦ (د) ١٨

٢٤ ميل المستقيم العمودى على محور الصادات .... (الدقهلية ٢٤)

(أ) غير معرف. (ب) صفر (جـ) -١ (د) ١

---

٢٥ معادلة المستقيم الذى ميله يساوى ١ ، ويمر بنقطة الأصل هى .... (سوهاج ٢٤)

(أ) ص = س (ب) س = ١ (جـ) ص = ١ (د) ص = - س

---

٢٦ معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (٣ ، -٤) ويوازى محور الصادات هى .... (المنيا ١٨)

(أ) ص = -٤ (ب) س = ٣ (جـ) ص = ٣ (د) س = -٤

---

٢٧ إذا كان المستقيمان : ٣ س - ٤ ص - ٣ = ٠ ، ك ص = ١ - ٨ س متعامدين

فإن : ك = ... (المنوفية ١٨)

(أ) -٦ (ب) -٣ (جـ) ٣ (د) ٦

---

٢٨ إذا كان المستقيم المار بالنقطتين $(\sqrt{٣} ، ١)$ ، $(٢\sqrt{٣} ، ص)$ ميله يساوى ظا °٦٠

فإن : ص = ... (كفر الشيخ ٣٠)

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) ٥

---

٢٩ المستقيم : ص = س ظا °٣٠ + حـ يمر بالنقطة (٤ ، ٦) فتكون حـ = ... (المنوفية ١٦)

(أ) ٤ (ب) ٦ (جـ) ٨ (د) ٢

---

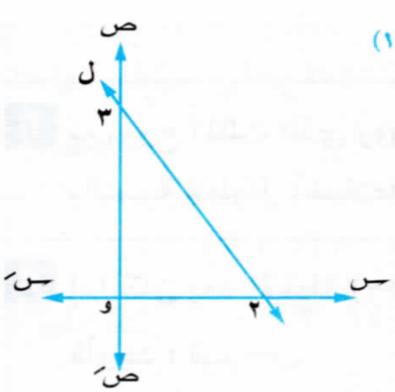
٣٠ بُعد النقطة (ل ، -٤) عن محور الصادات يساوى .... وحدة طول حيث ل ∋ ع

(دمياط ١٨)

(أ) ٤ (ب) ل (جـ) -٤ (د) | ل |

---

٣١ فى الشكل المقابل :



معادلة المستقيم ل هى .... (السويس ١٧)

(أ) ص = ٢ س + ٣

(ب) ٢ س + ٣ ص = ٠

(جـ) $\frac{س}{٢} + \frac{ص}{٣} = ١$

(د) $\frac{س}{٢} + \frac{ص}{٣} = ٥$

٣٢ إذا كان المستقيم الذى معادلته : أ س + (٢ – أ) ص = ٥ يوازى المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٤) ، (٣ ، ٥) فإن : أ = ... (كفر الشيخ ٢٠)

(أ) ٣ (ب) –٢ (جـ) ١ (د) صفر

---

٣٣ البُعد العمودى بين المستقيمين : ص + ١ = صفر ، ص + ٣ = صفر يساوى .... وحدة طول. (البحيرة ١٧)

(أ) ٤ (ب) ٢ (جـ) ١ (د) ٥

---

٣٤ إذا كان المستقيمان : ص = ل س + هـ ، ص = ن س + و متوازيين حيث ل ، هـ ، ن ، و أعداد حقيقية فإن : ل – ن = ... (أسيوط ٢٤)

(أ) –٢ (ب) –١ (جـ) ١ (د) صفر

---

٣٥ مساحة المثلث المحدد بالمستقيمات : ٣ س – ٤ ص = ١٢ ، س = ٠ ، ص = ٠ تساوى .... وحدات مربعة. (القليوبية ١٥)

(أ) ٦ (ب) ٧ (جـ) ١٢ (د) –٦

---

٣٦ إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (ك ، ٠) ، (٠ ، ٤) عموديًا على المستقيم الذى يصنع زاوية موجبة قياسها ٤٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات فإن : ك = ... (أسوان ١٣)

(أ) ٤ (ب) –٤ (جـ) ١ (د) –١

ثانيًا الأسئلة المقالية

١ أثبت أن النقط أ (–٣ ، –١) ، ب (٦ ، ٥) ، حـ (٣ ، ٣) تقع على استقامة واحدة. (بورسعيد ٢٤)

---

٢ بين نوع المثلث الذى رؤوسه أ (–٢ ، ٤) ، ب (٣ ، –١) ، حـ (٤ ، ٥) بالنسبة لأطوال أضلاعه. (بنى سويف ٢٤)

---

٣ إذا كان بعد النقطة (س ، ٥) عن النقطة (٦ ، ١) يساوى ٢ $\sqrt{٥}$ وحدة طول

فأوجد : قيم س (الجيزة ٢٤)

٤ أثبت أن النقط أ (٣ ، −١) ، ب (−٤ ، ٦) ، حـ (٢ ، −٢) تقع على دائرة واحدة مركزها النقطة م (−١ ، ٢) ثم أوجد محيط الدائرة بدلالة π (الأقصر ٢٣)

---

٥ إذا كان $\overline{أ ء}$ متوسطًا فى المثلث أ ب حـ ، م منتصف $\overline{أ ء}$ حيث م (−٣ ، −٢) ، ب (−٢ ، ٤) ، حـ (٠ ، ٦) أوجد إحداثيي نقطة أ (الدقهلية ٢٣)

---

٦ أثبت أن : Δ أ ب حـ الذى رؤوسه أ (١ ، ٤) ، ب (−١ ، −٢) ، حـ (٢ ، −٣) قائم الزاوية فى ب ثم أوجد مساحة سطحه. (المنوفية ٢٤)

---

٧ أ ب حـ ء شكل رباعى رؤوسه أ (٥ ، ٣) ، ب (٦ ، −٢) ، حـ (١ ، −١) ، ء (٠ ، ٤) باستخدام الميل أثبت أن الشكل أ ب حـ ء متوازى أضلاع ثم بين أن متوازى الأضلاع أ ب حـ ء يكون معينًا. (الدقهلية ١٧)

---

٨ إذا كانت : حـ (٦ ، −٤) هى منتصف $\overline{أ ب}$ حيث أ (٥ ، −٣) أوجد إحداثيي نقطة ب (الجيزة ٢٣)

---

٩ إذا كانت حـ (٣ ، ١) هى منتصف $\overline{أ ب}$ حيث أ (١ ، ص) ، ب (س ، ٣)
أوجد : (س ، ص) (القليوبية ٢٤)

---

١٠ أثبت أن النقط أ (٣ ، ٣) ، ب (٠ ، ٣) ، حـ (٠ ، ٠) ، ء (٣ ، ٠) الواقعة فى مستوى إحداثى متعامد هى رؤوس مربع واحسب طول قطره ومساحته. (الأقصر ٠٩)

---

١١ إذا كان الشكل أ ب حـ ء معين فيه أ (٥ ، ٣) ، ب (٦ ، −٢) ، حـ (١ ، م) فأوجد قيمة م (الدقهلية ٢٤)

---

١٢ النقط الثلاث أ (٣ ، ص) ، ب (س ، ٣) ، حـ (٥ ، ٢) تقع على استقامة واحدة فإذا كانت ب منتصف $\overline{أ حـ}$ **فأوجد قيمة :** س + ص (الدقهلية ١٧)

---

١٣ $\overline{أ ب}$ قطر فى دائرة مركزها م فإذا كانت : ب (٨ ، ١١) ، م (٥ ، ٧)
فأوجد : [١] إحداثيي أ [٢] محيط الدائرة حيث π = ٣,١٤ (كفر الشيخ ١٨)

١٤ أثبت أن المثلث الذى رؤوسه النقط أ (−٣ ، ٠) ، ب (٣ ، ٤) ، حـ (١ ، −٦) متساوى الساقين ثم أوجد مساحته. (الإسكندرية ٢٤)

١٥ أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه : أ (٣ ، ٣) ، ب (٢ ، −٢) ، حـ (٥ ، −١)
أوجد :

١ إحداثيى نقطة تقاطع القطرين. ٢ إحداثيى نقطة ء (كفر الشيخ ٢٤)

١٦ أثبت أن المستقيم الذى يمر بالنقطتين (−٣ ، −٢) ، (٤ ، ٥) يوازى المستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥° (الإسكندرية ٢٣)

١٧ إذا كان المستقيم $ل_١$ يمر بالنقطتين (٣ ، ١) ، (٢ ، ك) والمستقيم $ل_٢$ يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها ٤٥° أوجد قيمة ك إذا كان المستقيمان $ل_١$ ، $ل_٢$ متعامدين. (الجيزة ٢٣)

١٨ أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (٤ ، ٥) ويصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها ١٣٥° (الغربية ٢٥)

١٩ أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (٣ ، −٥) ويوازى المستقيم :
س + ٢ ص − ٧ = صفر (الغربية ٢٣)

٢٠ أوجد معادلة المستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة ظلها = ٢ ويقطع جزءًا موجبًا من محور الصادات مقداره ٧ وحدات. (الوادى الجديد ٢٤)

٢١ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٢) وعمودى على الخط المستقيم المار بالنقطتين أ (٢ ، −٣) ، ب (٥ ، −٤) (أسوان ٢٤)

٢٢ أوجد معادلة الخط المستقيم الذى يقطع من محورى الإحداثيات السينى والصادى جزءين موجبين طولاهما ٤ ، ٩ على الترتيب. (القليوبية ١٩)

٢٣ أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطتين (٤ ، ٢) ، (−٢ ، −١)
ثم أثبت أنه يمر بنقطة الأصل. (الإسكندرية ١٨)

٢٤ إذا كانت : أ (٣ ، −١) ، ب (٥ ، ٣) نقطتين ، أوجد معادلة محور تماثل $\overline{أب}$ (الشرقية ٢٠)

٢٥ أوجد معادلة المستقيم الذى ميله يساوى ميل الخط المستقيم $\frac{ص - ١}{س} = \frac{١}{٣}$ ويقطع جزءًا سالبًا من محور الصادات مقداره ٤ وحدات. (دمياط ٢٤)

٢٦ إذا كانت : أ (٥ ، ١) ، ب (٣ ، −٧) ، حـ (١ ، ٣) ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة أوجد معادلة الخط المستقيم الذى يمر بالنقطة أ ويوازى $\overleftrightarrow{بحـ}$ (الشرقية ١٩)

٢٧ أوجد الميل وطول الجزء المقطوع من محور الصادات بالمستقيم الذى معادلته :

$\frac{س}{٣} + \frac{ص}{٢} = ١$ (بنى سويف ١٦)

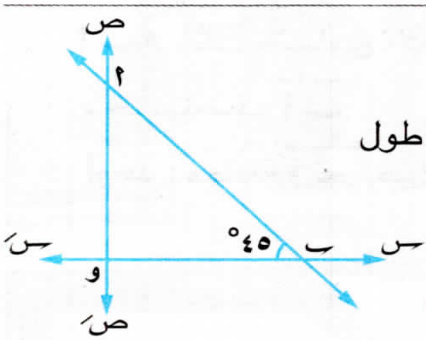
٢٨ أوجد معادلة المستقيم العمودى على المستقيم : ٣ س − ٤ ص + ٧ = صفر ويقطع من الجزء الموجب لمحور الصادات جزءًا طوله ٤ وحدات. (المنوفية ٢٠)

٢٩ أ ب حـ مثلث فيه : أ (١ ، ٢) ، ب (٥ ، −٢) ، حـ (٣ ، ٤) ، ء منتصف $\overline{أب}$ ، رسم $\overleftrightarrow{ءهـ}$ // $\overleftrightarrow{بحـ}$ ويقطع $\overline{أحـ}$ فى هـ

أوجد : [١] طول $\overline{ءهـ}$ [٢] معادلة $\overleftrightarrow{ءهـ}$ (مطروح ١٨)

٣٠ أوجد معادلة الخط المستقيم الذى يقطع ٣ وحدات من الجزء الموجب لمحور الصادات وعمودى على المستقيم : $\frac{س}{٢} + \frac{ص}{٣} = ١$ (الشرقية ١٩)

٣١ فى الشكل المقابل :



$\overleftrightarrow{أب}$ يقطع من محور السينات جزءًا موجبًا طوله ٣ وحدات طول ، ق (∠ أ ب و) = ٤٥°

أوجد : [١] إحداثيى نقطة أ

[٢] معادلة $\overleftrightarrow{أب}$ (البحر الأحمر ٢٤)

٣٢ **فى الشكل المقابل :**

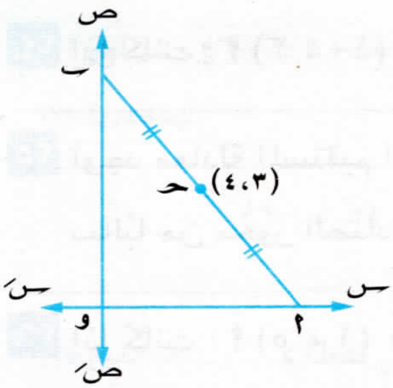
النقطة حـ منتصف $\overline{أب}$ حيث حـ (٣ ، ٤)

، و نقطة الأصل لنظام إحداثى متعامد.

أوجد :

١ إحداثيى كل من النقطتين أ ، ب

٢ معادلة $\overleftrightarrow{أب}$



(الغربية ١٩)

---

٣٣ **فى الشكل المقابل :**

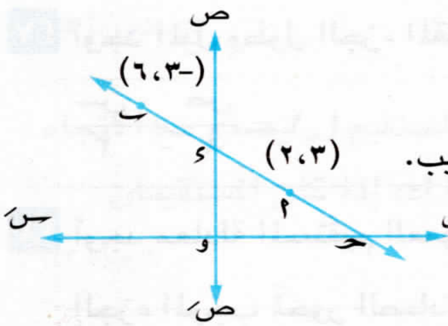
$\overleftrightarrow{حـ ى}$ يمر بالنقطتين أ (٣ ، ٢) ، ب (−٣ ، ٦)

ويقطع محورى الإحداثيات فى النقطتين حـ ، ى على الترتيب.

أوجد بالبرهان :

١ معادلة $\overleftrightarrow{حـ ى}$

٢ مساحة المثلث ى و حـ حيث و نقطة الأصل.



(المنوفية ١٩)

---

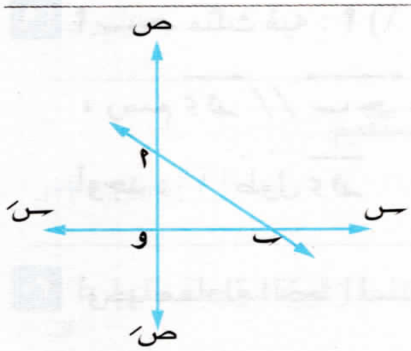
٣٤ **فى الشكل المقابل :**

$\overleftrightarrow{أب}$ يقطع من الجزء الموجب

للمحور الصادى جزءًا طوله ٣ وحدات طول

، أ ب = ٥ وحدات طول.

أوجد : معادلة $\overleftrightarrow{أب}$



(الشرقية ١٧)

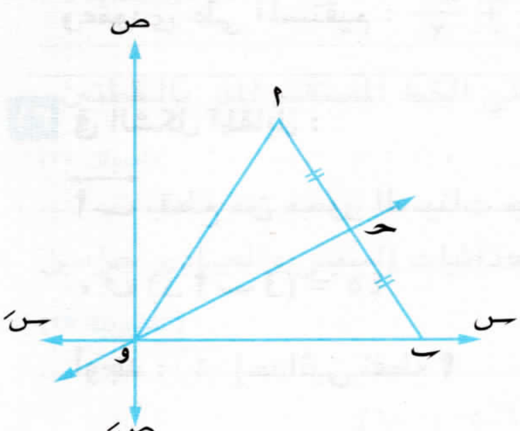
---

٣٥ **فى الشكل المقابل :**

أ ب و مثلث متساوى الأضلاع

، حـ منتصف $\overline{أب}$

أوجد : معادلة $\overleftrightarrow{وحـ}$ حيث و نقطة الأصل.



(الجيزة ٢٠)

المراجعة النهائيـة

فى حساب المثلثات والهندسة



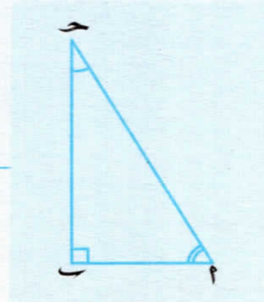
مراجعة نهائية لأهم قواعد وقوانين حساب المثلثات والهندسة

أولًا حساب المثلثات

تذكر: النسب المثلثية للزاوية الحادة وأهم العلاقات بينها

النسب المثلثية للزاوية الحادة أ

- جا أ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{\text{ب ح}}{\text{أ ح}}$
- جتا أ = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{\text{أ ب}}{\text{أ ح}}$
- ظا أ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{\text{ب ح}}{\text{أ ب}}$



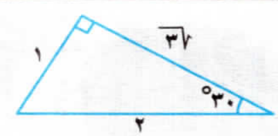
النسب المثلثية للزاوية الحادة ح

- جا ح = $\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{\text{أ ب}}{\text{أ ح}}$
- جتا ح = $\frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{\text{ب ح}}{\text{أ ح}}$
- ظا ح = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{\text{أ ب}}{\text{ب ح}}$

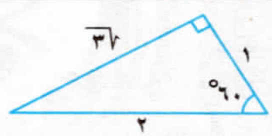
بعض العلاقات الهامة

- ظا أ = $\frac{\text{جا أ}}{\text{جتا أ}}$
- إذا كان : ق (∠ أ) + ق (∠ ح) = ٩٠° فإن : جا أ = جتا ح ، جتا أ = جا ح
- إذا كان : جا أ = جتا ح أو جتا أ = جا ح فإن : ق (∠ أ) + ق (∠ ح) = ٩٠°

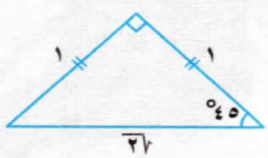
تذكر: النسب المثلثية لبعض الزوايا الخاصة



- جا ٣٠° = $\frac{1}{2}$
- جتا ٣٠° = $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ظا ٣٠° = $\frac{1}{\sqrt{3}}$



- جا ٦٠° = $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- جتا ٦٠° = $\frac{1}{2}$
- ظا ٦٠° = $\sqrt{3}$



- جا ٤٥° = $\frac{1}{\sqrt{2}}$
- جتا ٤٥° = $\frac{1}{\sqrt{2}}$
- ظا ٤٥° = ١

لاحظ أن

إذا كانت : جتا هـ = ٠٫٧١٥٢ فإننا نستخدم الآلة الحاسبة لإيجاد هـ بالضغط على المفاتيح بالتتابع الآتي من اليسار SHIFT COS . 7 1 5 2 = °'''

فتكون هـ ≃ ٤٤° ٢٠َ ٢٥ً

ثانيًا الهندسة التحليلية

تذكر أهم القوانين

إذا كان : أ $(س_1 ، ص_1)$ ، ب $(س_2 ، ص_2)$

قانون البعد بين النقطتين أ ، ب (طول $\overline{أب}$)

$$أب = \sqrt{(\text{فرق السينات})^2 + (\text{فرق الصادات})^2} = \sqrt{(س_2 - س_1)^2 + (ص_2 - ص_1)^2}$$

قانون إيجاد إحداثيى نقطة منتصف $\overline{أب}$

$$\text{نقطة منتصف } \overline{أب} = \left(\frac{س_1 + س_2}{2} ، \frac{ص_1 + ص_2}{2}\right)$$

قانون إيجاد ميل الخط المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$

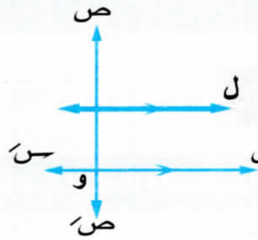
$$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$$

تذكر كيفية إيجاد ميل الخط المستقيم

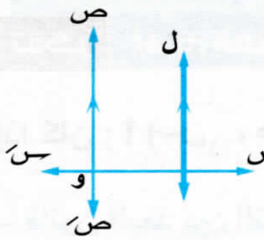
١ إذا عُلمت نقطتان على المستقيم مثل : أ $(س_1 ، ص_1)$ ، ب $(س_2 ، ص_2)$	$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1}$
٢ إذا عُلم قياس الزاوية الموجبة التى يصنعها المستقيم مع الاتجاه الموجب لمحور السينات وليكن هـ	م = ظا هـ
٣ إذا عُلمت معادلة الخط المستقيم على الصورة : ص = ب س + حـ	م = ب حيث ب معامل س
٤ إذا عُلمت معادلة الخط المستقيم على الصورة : أ س + ب ص + حـ = ٠	$م = \frac{-\text{معامل س}}{\text{معامل ص}} = \frac{-أ}{ب}$
٥ إذا عُلم ميل الخط المستقيم الموازى له وليكن $م_1$	$م = م_1$ لأن : الميلين متساويان
٦ إذا عُلم ميل الخط المستقيم العمودى عليه وليكن $م_2$	$م = \frac{-1}{م_2}$ لأن : $م \times م_2 = -1$

ملاحظات هامة على ميل الخط المستقيم

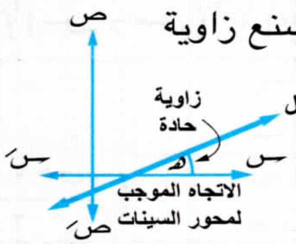
- ميل محور السينات = ٠
- ميل المستقيم الموازى لمحور السينات = ٠



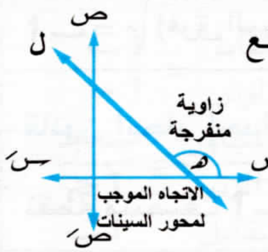
- ميل محور الصادات غير معرف
- ميل المستقيم الموازى لمحور الصادات غير معرف



- ميل المستقيم الذى يصنع زاوية حادة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات يكون موجبًا



- ميل المستقيم الذى يصنع زاوية منفرجة مع الاتجاه الموجب لمحور السينات يكون سالبًا

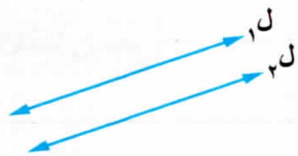


- المستقيمان المتوازيان ميلاهما متساويان.

أى أنه :

إذا كان : $ل_1$ // $ل_2$

فإن : $م_1 = م_2$

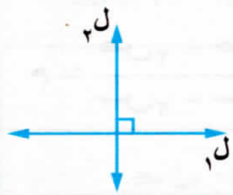


- المستقيمان المتعامدان حاصل ضرب ميليهما يساوى −١

أى أنه :

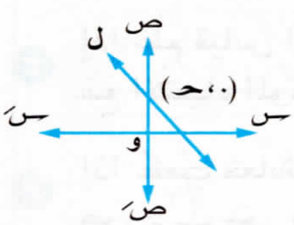
إذا كان : $ل_1 \perp ل_2$

فإن : $م_1 \times م_2 = -1$



تذكر معادلة الخط المستقيم

- معادلة الخط المستقيم الذى ميله = م ويقطع محور الصادات فى النقطة (٠ ، حـ) هى : ص = م س + حـ فمثلاً :



– معادلة المستقيم الذى ميله −٢ ويقطع من الجزء الموجب لمحور الصادات ٧ وحدات هى : ص = −٢ س + ٧

– لإيجاد معادلة المستقيم الذى ميله ٣ ويمر بالنقطة (١ ، −٢) :

∵ الميل = ٣ ∴ معادلة المستقيم هى : ص = ٣ س + حـ

ثم نعوض بالنقطة (١ ، −٢) لإيجاد قيمة حـ كالتالى : −٢ = ٣ × ١ + حـ ومنها حـ = −٥

∴ معادلة المستقيم هى : ص = ٣ س − ٥

! ملاحظات هامة على معادلة الخط المستقيم

1. معادلة المستقيم الذى يمر بنقطة الأصل (٠ ، ٠) هى : ص = م س حيث م الميل.
2. معادلة محور السينات هى : ص = ٠ ومعادلة محور الصادات هى : س = ٠
3. معادلة المستقيم الموازى لمحور السينات ويقطع محور الصادات فى النقطة (٠ ، ح) هى : ص = ح
4. معادلة المستقيم الموازى لمحور الصادات ويقطع محور السينات فى النقطة (أ ، ٠) هى : س = أ

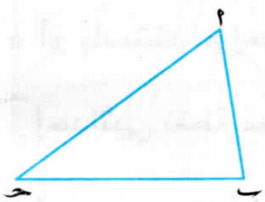
تذكر بعض القواعد والملاحظات التى تساعدك فى حل التمارين

١ لإثبات أن النقط أ ، ب ، ح على استقامة واحدة



- باستخدام الميل نثبت أن : ميل $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ = ميل $\overleftrightarrow{\text{ب ح}}$
- أو باستخدام البعد بين نقطتين نثبت أن : أب + ب ح = أ ح (حيث أ ح أكبر الأطوال)

٢ لإثبات أن النقط أ ، ب ، ح هى رؤوس مثلث

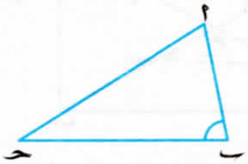


- باستخدام الميل نثبت أن : ميل $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ ≠ ميل $\overleftrightarrow{\text{ب ح}}$
- أو باستخدام البعد بين نقطتين نثبت أن : أب + ب ح > أ ح

(حيث أ ح أكبر الأطوال)

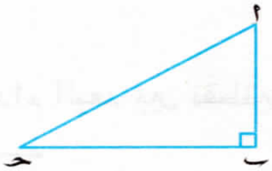
٣ لتحديد نوع المثلث أ ب ح بالنسبة لزواياه

نقارن بين : (أ ح)^2 ، (أ ب)^2 + (ب ح)^2 حيث $\overline{\text{أ ح}}$ أكبر الأضلاع طولاً فإذا كان :



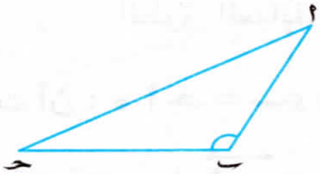
(أ ح)^2 < (أ ب)^2 + (ب ح)^2

فإن : Δ أ ب ح حاد الزوايا



(أ ح)^2 = (أ ب)^2 + (ب ح)^2

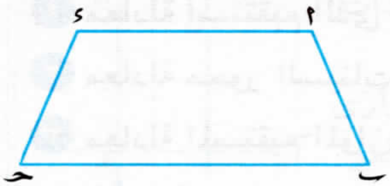
فإن : Δ أ ب ح قائم الزاوية فى ب



(أ ح)^2 > (أ ب)^2 + (ب ح)^2

فإن : Δ أ ب ح منفرج الزاوية فى ب

٤ لإثبات أن : الشكل أ ب ﺣ ء شبه منحرف

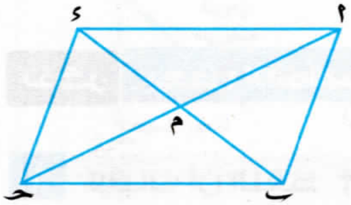


باستخدام الميل نثبت أن :

ميل $\overleftrightarrow{أء}$ = ميل $\overleftrightarrow{ب ﺣ}$ فيكون : $\overline{أء}$ // $\overline{ب ﺣ}$

، ميل $\overleftrightarrow{أ ب}$ ≠ ميل $\overleftrightarrow{ء ﺣ}$ فيكون : $\overline{أ ب}$ لا يوازى $\overline{ء ﺣ}$

٥ لإثبات أن : الشكل أ ب ﺣ ء متوازى أضلاع



- باستخدام الميل نثبت أن :

ميل $\overleftrightarrow{أء}$ = ميل $\overleftrightarrow{ب ﺣ}$ فيكون : $\overline{أء}$ // $\overline{ب ﺣ}$

، ميل $\overleftrightarrow{أ ب}$ = ميل $\overleftrightarrow{ء ﺣ}$ فيكون : $\overline{أ ب}$ // $\overline{ء ﺣ}$

- أو باستخدام البعد بين نقطتين نثبت أن :

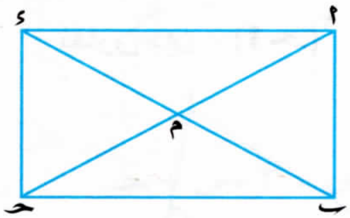
طول $\overline{أء}$ = طول $\overline{ب ﺣ}$ ، طول $\overline{أ ب}$ = طول $\overline{ء ﺣ}$

- أو باستخدام إحداثيي نقطة منتصف قطعة مستقيمة نثبت أن :

إحداثيي نقطة منتصف $\overline{أ ﺣ}$ هما نفس إحداثيي نقطة منتصف $\overline{ب ء}$ فيكون :

$\overline{أ ﺣ}$ ، $\overline{ب ء}$ ينصف كل منهما الآخر.

٦ لإثبات أن : الشكل أ ب ﺣ ء مستطيل



نثبت أولاً أن : الشكل أ ب ﺣ ء متوازى أضلاع بإحدى الطرق السابقة

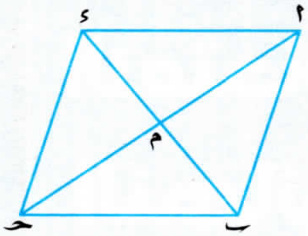
ثم نثبت أن : • أ ﺣ = ب ء (باستخدام البعد بين نقطتين)

أو • ميل $\overleftrightarrow{أ ب}$ × ميل $\overleftrightarrow{ب ﺣ}$ = −١

فيكون : $\overline{أ ب}$ ⊥ $\overline{ب ﺣ}$

٧ لإثبات أن : الشكل أ ب حـ ء معين

نثبت أولًا أن : الشكل أ ب حـ ء متوازى أضلاع



ثم نثبت أن : • أ ب = ب حـ (باستخدام البعد بين نقطتين)

أو • ميل $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$ × ميل $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$ = −١

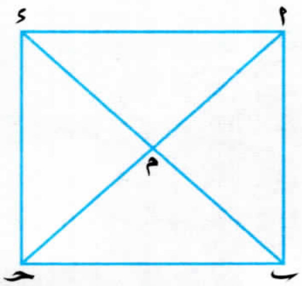
فيكون : $\overline{\text{أ حـ}} \perp \overline{\text{ب ء}}$

يمكن إثبات أن الشكل أ ب حـ ء معين مباشرة باستخدام البعد بين نقطتين بأن نثبت أن :

أ ب = ب حـ = حـ ء = ء أ

٨ لإثبات أن : الشكل أ ب حـ ء مربع

نثبت أولًا أن : الشكل أ ب حـ ء متوازى أضلاع



ثم نثبت أن : • أ ب = ب حـ (باستخدام البعد بين نقطتين)

وميل $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ × ميل $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ = −١ فيكون : $\overline{\text{أ ب}} \perp \overline{\text{ب حـ}}$

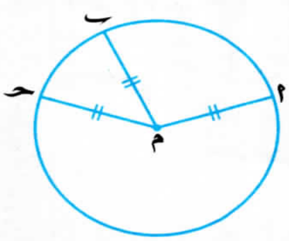
أو • أ حـ = ب ء (باستخدام البعد بين نقطتين)

، ميل $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$ × ميل $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$ = −١ فيكون : $\overline{\text{أ حـ}} \perp \overline{\text{ب ء}}$

يمكن إثبات أن الشكل أ ب حـ ء مربع باستخدام البعد بين نقطتين بأن نثبت أن :

أ ب = ب حـ = حـ ء = ء أ فيكون الشكل معين ثم نثبت أن : أ حـ = ب ء

٩ لإثبات أن النقط أ ، ب ، حـ تقع على دائرة واحدة مركزها م



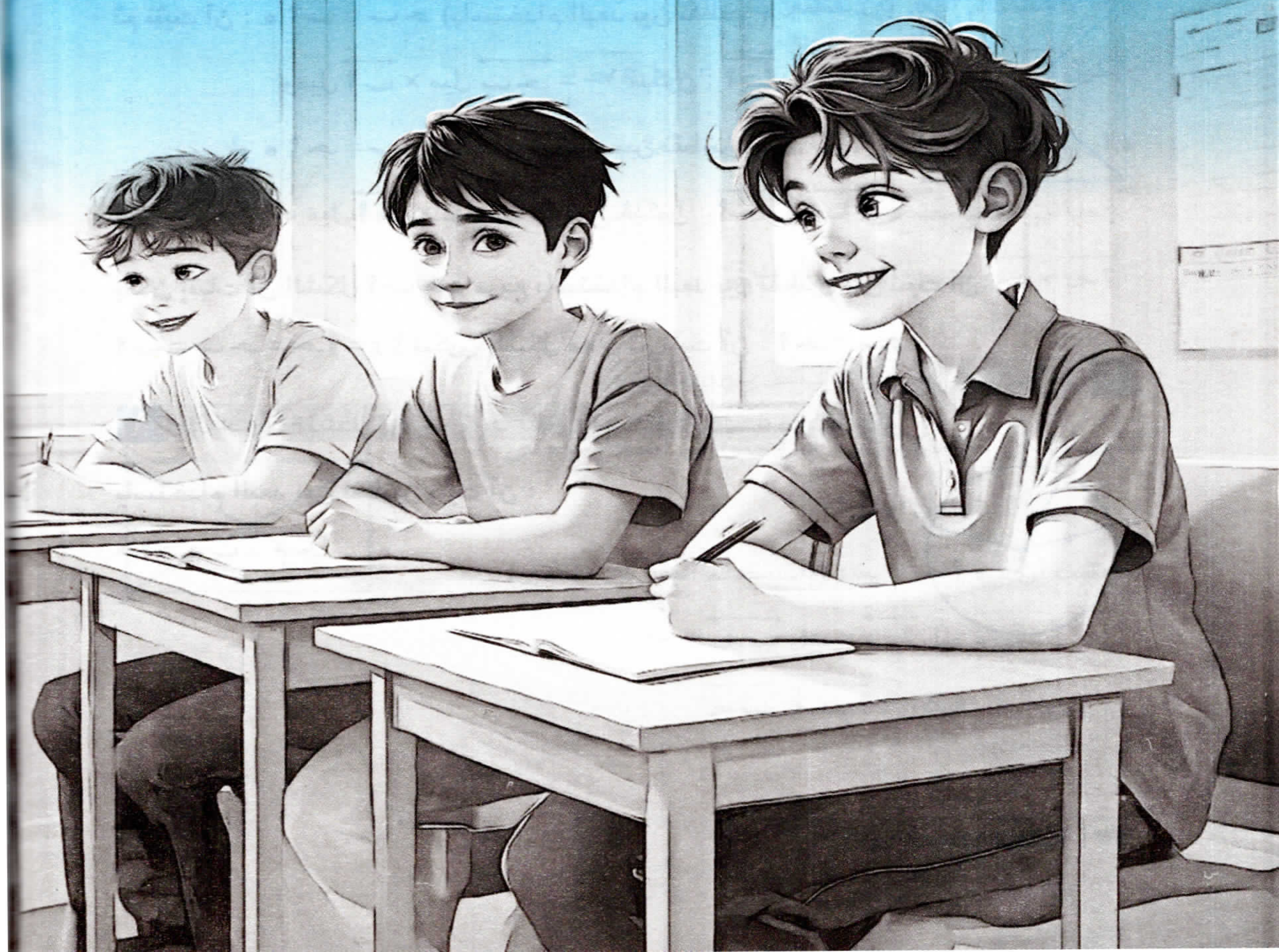
باستخدام البعد بين نقطتين نثبت أن :

م أ = م ب = م حـ

الامتحانات النهائيـة

فى حساب المثلثات والهندسة

- نماذج امتحانات الكتاب المدرسى.
- امتحانات بعض المحافظات.



نماذج امتحانات الكتاب المدرسى
فى حساب المثلثات والهندسة

نموذج ١

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ طا ٤٥° = ...

(أ) ١   (ب) ٢ $\sqrt{2}$ (جـ) $\frac{1}{2}$ (د) $\sqrt{2}$

٢ إذا كانت : حا س = $\frac{1}{2}$ فإن : س = ... حيث س قياس زاوية حادة.

(أ) ٤٥°   (ب) ٦٠°   (جـ) ٣٠°   (د) ٩٠°

٣ البعد بين النقطتين (٣ ، ٠) ، (٠ ، –٤) يساوى .... وحدات طول.

(أ) ٤   (ب) ٥   (جـ) ٦   (د) ٧

٤ إذا كان المستقيمان : س + ص = ٥ ، ك س + ٢ ص = ٠ متعامدين
فإن : ك = ...

(أ) –٢   (ب) –١   (جـ) ١   (د) ٢

٥ إذا كانت : أ (٥ ، ٧) ، ب (١ ، –١) فإن نقطة منتصف $\overline{أب}$ هى ....

(أ) (٢ ، ٣)   (ب) (٣ ، ٣)   (جـ) (٣ ، ٢)   (د) (٣ ، ٤)

٦ معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (٣ ، –٥) ويوازى محور الصادات هى ....

(أ) س = ٣   (ب) ص = –٥   (جـ) ص = ٢   (د) س = –٥

---

٢ (أ) بدون استخدام الآلة الحاسبة أثبت أن : حا ٦٠° = ٢ حا ٣٠° حتا ٣٠°

(ب) أثبت أن النقط : أ (–٣ ، –١) ، ب (٦ ، ٥) ، حـ (٣ ، ٣) تقع على استقامة واحدة.

---

٣ (أ) إذا كانت : ٤ حتا ٦٠° حا ٣٠° = طا س **فأوجد :** قيمة س حيث س قياس زاوية حادة.

(ب) إذا كانت : حـ (٦ ، –٤) هى منتصف $\overline{أب}$ حيث أ (٥ ، –٣) فأوجد إحداثيى النقطة ب

٤ (أ) إذا كان المستقيم $ل_١$ يمر بالنقطتين (٣ ، ١) ، (٢ ، ك) ، والمستقيم $ل_٢$ يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها ٤٥°

فأوجد : قيمة ك إذا كان : $ل_١$ // $ل_٢$

(ب) أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى حـ فيه : أ حـ = ٦ سم ، ب حـ = ٨ سم

أوجد : ١ حتا أ حتا ب - حا أ حا ب   ٢ ق (∠ ب)

---

٥ (أ) أوجد معادلة المستقيم الذى ميله ٢ ويمر بالنقطة (١ ، ٠)

(ب) أثبت أن النقط : أ (٣ ، -١) ، ب (-٤ ، ٦) ، حـ (٢ ، -٢) الواقعة فى مستوى إحداثى متعامد تمر بها دائرة واحدة مركزها النقطة م (-١ ، ٢) ثم أوجد محيط الدائرة.

نمــــوذج ٢

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ ٢ حا ٣٠° ظا ٦٠° = ...

(أ) $\sqrt{٣}$ (ب) ٣   (جـ) $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$ (د) $\frac{١}{٢}$

٢ معادلة المستقيم المار بالنقطة (-٢ ، -٣) ويوازى محور السينات هى ....

(أ) س = -٢   (ب) س = -٣   (جـ) ص = -٢   (د) ص = -٣

٣ إذا كانت : حتا س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، س قياس زاوية حادة   فإن : حا ٢ س = ...

(أ) ١   (ب) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (جـ) -٢   (د) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

٤ دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها ٢ وحدة طول فإن النقطة .... تنتمى إليها.

(أ) (١ ، -٢)   (ب) (-٢ ، $\sqrt{٥}$)   (جـ) ($\sqrt{٣}$ ، ١)   (د) (٠ ، ١)

٥ البعد العمودى بين المستقيمين : س - ٢ = ٠ ، س + ٣ = ٠ يساوى .... وحدة طول.

(أ) ١   (ب) ٥   (جـ) ٢   (د) ٣

٦ إذا كان المستقيمان اللذان ميلاهما $-\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{٦}{ك}$ متوازيين فإن : ك = ...

(أ) ٦ (ب) ‎-٤ (جـ) $\frac{٣}{٢}$ (د) ٢

---

٢ (أ) إذا كانت : جاهـ طا ٣٠° = جا٢ ٤٥° فأوجد : ق (∠ هـ) حيث هـ زاوية حادة.

(ب) بين نوع المثلث الذى رؤوسه النقط : أ (٣ ، ٣) ، ب (١ ، ٥) ، حـ (١ ، ٣) بالنسبة لأطوال أضلاعه.

---

٣ (أ) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٣) ، (‎-١ ، ‎-٣) ثم أثبت أنه يمر بنقطة الأصل.

(ب) إذا كانت النقطة (٣ ، ١) فى منتصف البعد بين النقطتين (١ ، ص) ، (س ، ٣) أوجد النقطة (س ، ص)

---

٤ (أ) أوجد معادلة المستقيم الذى يقطع من محورى الإحداثيات السينى والصادى جزءين موجبين طولاهما ١ ، ٤ وحدات طول على الترتيب ثم أوجد ميل المستقيم.

(ب) أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب فيه : أ حـ = ١٠ سم ، ب حـ = ٨ سم

أثبت أن : جا٢ أ + ١ = ٢ جا٢ حـ + جا٢ أ

---

٥ (أ) أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين (‎-١ ، ٣) ، (٢ ، ٤) يوازى المستقيم : ٣ ص ‎- س ‎- ١ = ٠

(ب) أ ب حـ ء شبه منحرف فيه :

$\overline{\text{أء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ، ق (∠ب) = ٩٠° ، أ ب = ٣ سم ، ب حـ = ٦ سم ، أ ء = ٢ سم **أوجد :** طول $\overline{\text{ء حـ}}$ **ثم أوجد :** قيمة جا (∠ ب حـ ء)

نموذج امتحان للطلاب المدمجين

أجب عن الأسئلة الآتية :

١ ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (✗) أمام العبارة الخطأ :

١ البعد بين النقطتين (٩ ، ٠) ، (٤ ، ٠) يساوى ٥ وحدات طول. (   )

٢ إذا كانت : ظا هـ = ١ فإن : ق(∠ هـ) = ٤٥° ( )

٣ المستقيم الذى معادلته : ص = ٢ س + ١ يقطع من محور الصادات جزءًا طوله –١ ( )

٤ إذا كان : $\overleftrightarrow{أب} \perp \overleftrightarrow{جـ د}$ فإن : ميل $\overleftrightarrow{أب}$ × ميل $\overleftrightarrow{جـ د}$ = ١

(حيث كل من $\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{جـ د}$ لا يوازى أيًا من المحورين) ( )

٥ ظا ٦٠° = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ ( )

٦ إذا كانت : أ (١ ، ٢) ، ب (٣ ، ٤) فإن نقطة منتصف $\overline{أب}$ هى (٢ ، ٣) ( )

---

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ بعد النقطة (٤ ، ٣) عن المحور السينى يساوى .... وحدات طول.

(أ) –٣ (ب) ٣ (جـ) ٤ (د) –٤

٢ ٤ جا ٣٠° ظا ٦٠° = ...

(أ) ٣ (ب) ٢ $\sqrt{٣}$ (جـ) ٦ (د) ١٢

٣ إذا كان المستقيمان : س + ص = ٥ ، ك س + ٢ ص = ٠ متوازيين

فإن : ك = ...

(أ) –٢ (ب) –١ (جـ) ١ (د) ٢

٤ النقط (٠ ، ٠) ، (٣ ، ٠) ، (٠ ، ٤) ....

(أ) تكون مثلثًا منفرج الزاوية. (ب) تكون مثلثًا حاد الزوايا.

(جـ) تكون مثلثًا قائم الزاوية. (د) تقع على استقامة واحدة.

٥ إذا كان : $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{جـ د}$ وكان ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{٢}{٣}$ فإن : ميل $\overleftrightarrow{جـ د}$ = ...

(أ) $\frac{٢}{٣}$ (ب) $\frac{٣}{٢}$ (جـ) $\frac{-٢}{٣}$ (د) $\frac{-٣}{٢}$

٦ إذا كانت : جا س = $\frac{١}{٢}$ حيث س قياس زاوية حادة فإن : جا ٢ س = ...

(أ) ١ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (د) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

٣ صل من العمود (أ) بما يناسبه من العمود (ب) :

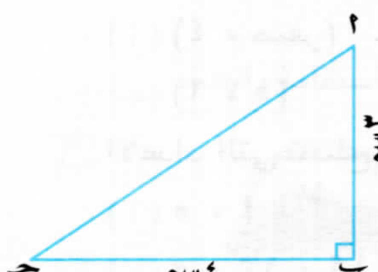
العمود (أ)	العمود (ب)
١ ميل المستقيم الموازى للمحور السينى يساوى	١٠
٢ حا٢ ٣٠° + حتا٢ ٣٠° = ...	
٣ إذا كان : أ ب جـ د مستطيلاً ، أ (-١ ، -٤) ، جـ (٥ ، ٤) فإن : طول $\overline{\text{ب د}}$ = ... وحدة طول.	صفر
	١
٤ معادلة المستقيم المار بنقطة الأصل وميله ٢ هى ص = ... س	-٣
٥ معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (٢ ، -٣) ويوازى محور السينات هى ص = ...	٢
٦ قيمة المقدار : $\frac{\text{٢ طا ٣٠°}}{\text{١ + طا}^{٢}\text{ ٣٠°}}$ = ...	$\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

---

٤ أكمل ما يأتى :

١ إذا كان : $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ // $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$ وكان ميل $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ = $\frac{١}{٢}$ فإن : ميل $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$ = ...

٢ **فى الشكل المقابل :**



أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب

، أ ب = ٣ سم ، ب جـ = ٤ سم

فإن : حا جـ = ...

٣ إذا كانت النقطة (٠ ، أ) تنتمى للمستقيم :

٣ س - ٤ ص = -١٢ فإن : أ = ...

٤ إذا كان : س حا ٦٠° = طا ٤٥° فإن : س = ...

٥ البعد بين النقطة (٤ ، ٣) ونقطة الأصل فى نظام إحداثى متعامد يساوى ....

٦ إذا كانت نقطة الأصل هى منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ حيث أ (٥ ، -٢)

فإن نقطة ب هى (.............. ، ....)

امتحانات بعض المحافظات في حساب المثلثات والهندسة

١ محافظة القاهـرة

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

المجموعة الأولى

◀ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث يساوى ....°

(أ) ٣٦٠ (ب) ٢٧٠ (جـ) ١٨٠ (د) ٩٠

٢ حا ٣٠° = ...

(أ) $\sqrt{٢}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (د) $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

٣ ميل الخط المستقيم الموازى لمحور السينات يساوى ....

(أ) −١ (ب) صفر (جـ) ١ (د) ٢

٤ إذا كان : ق (∠ أ) + ق (∠ ب) = ٩٠° ، حا أ = ٠,٦ فإن : حتا ب = ...

(أ) ٠,٨ (ب) ٠,٧٥ (جـ) ٠,٦ (د) ١,٣

٥ نقطة منتصف $\overline{أب}$ حيث أ (٣ ، ٥) ، ب (١ ، −٥) هى ....

(أ) (٤ ، صفر) (ب) (٨ ، صفر)

(جـ) (٢ ، ٥) (د) (٢ ، صفر)

٦ الأعداد التى تصلح أن تكون أطوال أضلاع مثلث قائم الزاوية هى ....

(أ) ٥ ، ٤ ، ٣ (ب) ٣ ، ٤ ، ٦

(جـ) ٥ ، ١٣ ، ١١ (د) ٦ ، ٨ ، ١٢

٧ إذا كان : ٢ س = ٥ + ظا ٤٥° فإن : س = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٥ (د) ٦

٨ ميل المستقيم العمودى على المستقيم الذى معادلته : ص = ٧ س + ٨ يساوى ....

(أ) ٨ (ب) ٧ (جـ) $-\frac{١}{٧}$ (د) −٨

٩ إذا كان : أ ب جـ مثلثًا قائم الزاوية فى ب ، أ ب = ٣ سم ، ب جـ = ٤ سم
فإن : ظا جـ = ...

(أ) $\frac{٤}{٣}$ (ب) $\frac{٤}{٥}$ (جـ) $\frac{٣}{٥}$ (د) $\frac{٣}{٤}$

المجموعة الثانية

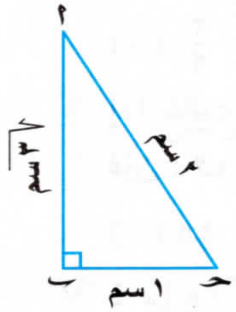
◄ **أجب عن جميع الأسئلة الآتية موضحًا خطوات الحل :**

١٠ أثبت أن المستقيم الذى يمر بالنقطتين (٥ ، ٧) ، (٤ ، ٥) يوازى المستقيم الذى معادلته :
ص - ٣ = ٢ س

١١ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٣) ويصنع زاوية قياسها ٤٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

١٢ إذا كان المستقيم الذى معادلته : ص = ٢ س + حـ (حيث حـ ثابت)
يمر بالنقطة (٢ ، ٥) فأوجد طول الجزء المقطوع من محور الصادات بواسطة هذا المستقيم.

١٣ **فى الشكل المقابل :**



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب
، أ حـ = ٢ سم ، ب حـ = ١ سم
، أ ب = $\sqrt{3}$ سم

① **أوجد :** ق (∠ أ)

② **أثبت أن :** ١ + جتا حـ = ٢ جتا^2 أ

١٤ أ ب حـ ء مربع فيه أ (صفر ، صفر) ، ب (٣ ، ص)
فإذا كان طول ضلعه ٥ وحدات فأوجد قيمة ص الموجبة.

١٥ **أوجد قيمة المقدار :** جا ٣٠° جتا ٦٠° - ظا^2 ٦٠° + جتا^2 ٣٠°

١٦ أثبت أن النقط أ (١ ، ١) ، ب (٤ ، ٢) ، حـ (٧ ، ٣) تقع على استقامة واحدة.

٢ محافظة الجيــزة

أجب عن الأسئلة الآتية :

المجموعة الأولى

◄ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

١ إذا كانت : جتا ٤ س = $\frac{1}{2}$ (حيث ٤ س قياس زاوية حادة) فإن : س = ...°

(أ) ١٥ (ب) ٣٠ (جـ) ٤٥ (د) ٦٠

٢ المستقيم الذى معادلته : ٢ س − ٣ ص + ٧ = صفر يكون عموديًا على المستقيم الذى ميله يساوى ....

(أ) $\frac{٢}{٣}$ (ب) $\frac{-٣}{٢}$ (جـ) $\frac{٣}{٢}$ (د) $\frac{-٢}{٣}$

٣ المثلث الذى فيه قياسا زاويتين ٧٠° ، ٥٠° يكون عدد محاور تماثله ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٤ أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب فيه أ ب = ب حـ فإن : جا حـ = ...

(أ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (ب) $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$ (جـ) ١ (د) $\frac{١}{٢}$

٥ إذا كانت : أ (٠ ، ٤) ، ب (−٣ ، ٠) وكان : $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{حـ ء}$ فإن : ميل $\overleftrightarrow{حـ ء}$ يساوى ....

(أ) $\frac{٣}{٤}$ (ب) $\frac{-٣}{٤}$ (جـ) $\frac{-٤}{٣}$ (د) $\frac{٤}{٣}$

٦ إذا كانت : أ ، ب زاويتين حادتين وكانت جا أ = جتا ب ،
فإن : ق (∠ أ) + ق (∠ ب) = ...°

(أ) ٤٥ (ب) ٦٠ (جـ) ٩٠ (د) ١٨٠

٧ ٤ جا ٤٥° جتا ٤٥° = ...

(أ) ٤ (ب) $\sqrt{٢}$ (جـ) ٢ (د) ١

٨ طول الضلع المقابل للزاوية التى قياسها ٣٠° فى المثلث القائم الزاوية يساوى .... طول الوتر.

(أ) ربع (ب) نصف (جـ) ضعف (د) ثلث

٩ بُعد النقطة (−٤ ، −٣) عن محور السينات يساوى .... وحدات طول.

(أ) ٤ (ب) −٤ (جـ) ٥ (د) ٣

المجموعة الثانية

◄ **أجب عن الأسئلة الآتية :**

١٠ إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (٣ ، ١) ، (٥ ، ك) يوازى المستقيم الذى معادلته : ص = س + ٢ **أوجد : قيمة ك**

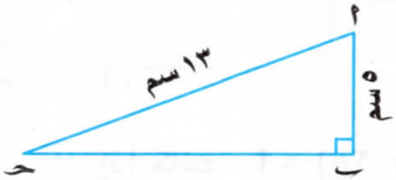
١١ مستقيم ميله = ٢ ويمر بالنقطة (−١ ، ٣)

أوجد : (١) معادلة هذا المستقيم.

(٢) إحداثيى نقطة تقاطعه مع محور الصادات.

١٢ أثبت أن النقط أ (٠ ، ١) ، ب (٤ ، ٥) ، حـ (١ ، ٨) ، ء (-٣ ، ٤) هى رؤوس المستطيل أ ب حـ ء

١٣ فى الشكل المقابل :



أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب

فيه أ ب = ٥ سم

، أ حـ = ١٣ سم

أوجد : ① طول $\overline{\text{ب حـ}}$ ② قيمة ١٣ جتا أ - ١٢ طا حـ

١٤ أثبت أن النقط أ (٤ ، ٣) ، ب (١ ، ١) ، حـ (-٥ ، -٣) على استقامة واحدة.

١٥ إذا كانت حـ (٤ ، ص) منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ حيث أ (س ، -٣) ، ب (٦ ، ٥)

أوجد قيمة : س - ص

١٦ إذا كان ٢ جا س = ٤ جتا ٣٠° - طا ٦٠° (حيث س زاوية حادة) أوجد : ق (∠ س)

٣ محافظة الإسكندريـة

أجب عن الأسئلة الآتية : *(يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)*

المجموعة الأولى

◄ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

١ بعد النقطة (-٤ ، ٣) عن محور الصادات يساوى .... وحدات طول.

(أ) -٤ (ب) ٢ (جـ) ٤ (د) ٧

٢ مكعب طول حرفه ٨ سم فإن حجمه .... سم^3

(أ) ٢ (ب) ٣٢ (جـ) ٦٤ (د) ٥١٢

٣ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعى يساوى ....°

(أ) ٩٠ (ب) ١٨٠ (جـ) ٣٦٠ (د) ٥٤٠

٤ إذا كان المثلث أ ب حـ قائم الزاوية فى ب فإن : جا أ + جتا حـ = ...

، ق (∠ أ) ≠ ق (∠ حـ)

(أ) ٢ جتا أ (ب) ٢ جا حـ (جـ) ٢ جا أ (د) ٢ طا أ

٥ إذا كانت : طا ٣ س = $\sqrt{3}$ حيث ٣ س قياس زاوية حادة فإن : س = ...°

(أ) ٢٠ (ب) ٣٠ (جـ) ٤٥ (د) ٦٠

٦ أ ب حـ مثلث متساوى الساقين وقائم الزاوية فى ب فإن : طا أ = ...

(أ) ١ (ب) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (جـ) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (د) $\frac{1}{2}$

٧ إذا كانت : أ = (−٢ ، ٥) ، ب = (−٢ ، −١) فإن نقطة منتصف $\overline{أب}$ هى ....

(أ) (−٢ ، ٢) (ب) (−٣ ، −٢) (جـ) (٠ ، −٢) (د) (٢ ، ٣)

٨ مستقيمان متعامدان ميلاهما $\frac{ك}{2}$ ، $\frac{-2}{3}$ فإن : ك = ...

(أ) $\frac{-4}{3}$ (ب) −٣ (جـ) ٣ (د) $\frac{-1}{3}$

٩ أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب ، أ ب = ٦ سم ، ق (∠ حـ) = ٣٠°

فإن طول $\overline{ب حـ}$ = ... سم

(أ) ١٢ (ب) ٦ $\sqrt{3}$ (جـ) ٦ (د) ٣

المجموعة الثانية

◀ **أجب عن جميع الأسئلة الآتية موضحًا خطوات الحل :**

١٠ بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة س إذا كانت : طا س = ٤ جا ٦٠° جا ٣٠° ، س قياس زاوية حادة.

١١ أثبت أن المستقيم الذى يمر بالنقطتين (−٣ ، −٢) ، (٤ ، ٥) يوازى المستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥°

١٢ أثبت أن النقط أ (٣ ، −١) ، ب (−٤ ، ٦) ، حـ (٢ ، −٢) الواقعة فى مستوى إحداثى متعامد تمر بها دائرة وحيدة مركزها النقطة م (−١ ، ٢) ، ثم أوجد محيط الدائرة (π = ٣,١٤)

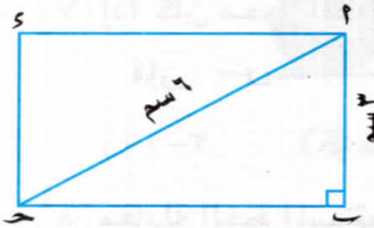
١٣ إذا كانت حـ منتصف $\overline{أب}$ ، أ (−٣ ، ص) ، ب (٩ ، ١١) ، حـ (س ، −٣)

فأوجد : س + ص

١٤ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (−٢ ، ٤) عموديًا على المستقيم الذى معادلته :
٢ س − ٣ ص + ٦ = ٠ .

١٥ أثبت أن النقط أ (−٢ ، ٥) ، ب (٣ ، ٣) ، حـ (−٤ ، ٢) ، ء (−٩ ، ٤) هى رؤوس لمتوازى أضلاع.

١٦ فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء مستطيل فيه أ ب = ٣ سم

، أ حـ = ٦ سم

أوجد : ① ق (∠ أ حـ ب)

② مساحة سطح المستطيل أ ب حـ ء

٤ محافظة القليوبيــة

أجب عن الأسئلة الآتية :

المجموعة الأولى

◄ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مجموع قياسات الزوايا الداخلة للشكل الخماسى هو ....°

(أ) ٥٤٠ (ب) ٣٦٠ (جـ) ١٨٠ (د) ٩٠

٢ المثلث الذى أطوال أضلاعه ٣ سم ، (س + ١) سم ، ٧ سم يكون متساوى الساقين عندما س = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٦ (د) ٧

٣ إذا كانت : ظا س = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ حيث س قياس زاوية حادة فإن : س = ...°

(أ) ١٥ (ب) ٣٠ (جـ) ٤٥ (د) ٦٠

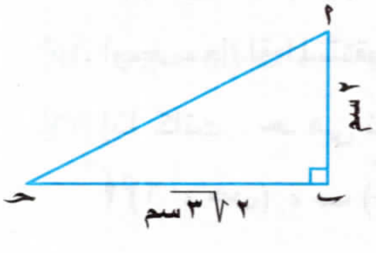
٤ فى المثلث أ ب حـ إذا كان : ق (∠ ب) = ٩٠° فإن : جا أ + جتا حـ = ...

(أ) ٢ جا حـ (ب) ٢ جتا أ (جـ) ٢ جا أ (د) ظا ب

٥ إذا كانت : جا ٢ س = $\frac{١}{٢}$ حيث ٢ س قياس زاوية حادة فإن : س = ...°

(أ) ١٥ (ب) ٣٠ (جـ) ٤٥ (د) ٦٠

٦ فى الشكل المقابل :



ق (∠ حـ) = ...°

(أ) ٣٠ (ب) ٦٠

(جـ) ٨٠ (د) ٩٠

٧ إذا كان محور الصادات ينصف $\overline{\text{أب}}$ حيث أ (٥ ، ٢) ، ب (س ، ٧)

فإن : س = ...

(أ) −٢ (ب) −٥ (جـ) −٧ (د) −٩

٨ معادلة الخط المستقيم الذى ميله ٢ ويمر بنقطة الأصل هى ....

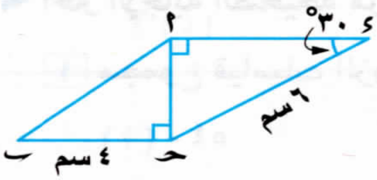
(أ) س = ٢ (ب) ص = ٢ (جـ) ص = ٢ س (د) ص = س

٩ إذا كانت نقطة الأصل هى مركز الدائرة التى طول قطرها ٤ وحدات طول ، فأى من النقط الآتية تنتمى للدائرة ؟

(أ) (٤ ، ٠) (ب) (٠ ، −٤) (جـ) (٢ ، ٢) (د) (√٣ ، ١)

المجموعة الثانية

◄ أجب عن جميع الأسئلة الآتية :



١٠ فى الشكل المقابل : ق (∠ ء) = ٣٠°

، ق (∠ ء أ حـ) = ق (∠ أ حـ ب) = ٩٠°

، ب حـ = ٤ سم ، حـ ء = ٦ سم **أوجد : ظا ب**

١١ إذا كانت : ٢ جا س = ظا^٢ ٤٥° ظا ٦٠°

فأوجد : قيمة س (حيث س قياس زاوية حادة)

١٢ أثبت أن المثلث أ ب حـ مثلث متساوى الساقين حيث :

أ (٠ ، ٠) ، ب (٣ ، ٤) ، حـ (−٤ ، ٣)

١٣ إذا كانت : أ (س ، ٢) ، ب (٢ ، ٣) ، حـ (−٤ ، ١) ، ء (−١ ، ٢)

وكان : $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ // $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ **فأوجد :** قيمة س

١٤ أوجد قياس الزاوية التى يصنعها الخط المستقيم ل مع الاتجاه الموجب لمحور السينات إذا كان الخط المستقيم ل عموديًا على المستقيم الذى يمر بالنقطتين (−٢ ، ٥) ، (٤ ، −١)

١٥ أوجد معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (٦ ، ٢) ويوازى المستقيم الذى ميله ٣

١٦ إذا كانت : حـ هى نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة $\overline{\text{أب}}$ حيث :

أ (٦ ، ص) ، ب (س ، ٥) ، حـ (٥ ، ٣) **أوجد قيمة :** س + ص

٥ محافظة الشرقيـة

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

المجموعة الأولى

◄ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان المستقيم : ٤ ص = ٢ س + ٣ يصنع مع محورى الإحداثيات فى الربع الأول مثلثًا متساوى الساقين فإن قيمة ٢ = ...

(أ) $\frac{٣}{٤}$ (ب) $\frac{٤}{٣}$ (جـ) ٤ (د) –٤

٢ المستقيم الذى يمر بالنقطة (٥ ، ٤) ويوازى محور الصادات معادلته هى ....

(أ) س = ٥ (ب) ص = ٤ (جـ) س = –٥ (د) ص = –٤

٣ النقطة التى تقع على المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، ٣) ، (٤ ، ٤) هى ....

(أ) (١ ، ١) (ب) (٤ ، ٢) (جـ) (٦ ، ٥) (د) (٣ ، ٦)

٤ ٢ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب ، ٣ ٢حـ = ٥ ب حـ فإن : طا ٢ = ...

(أ) $\frac{٣}{٥}$ (ب) $\frac{٥}{٣}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) $\frac{١}{٣}$

٥ ء هـ و مثلث قائم الزاوية فى و ، فإذا كانت : طا ء = ١ فإن : ....

(أ) ق (∠ ء) = ق (∠ و) (ب) ء هـ = ء و

(جـ) ق (∠ هـ) = ق (∠ و) (د) ء و = و هـ

٦ صورة النقطة (–٢ ، ١) بالانعكاس فى محور الصادات تقع فى الربع ....

(أ) الأول. (ب) الثاني. (جـ) الثالث. (د) الرابع.

٧ $\sqrt{٢}$ جتا ٤٥° جتا ٣٠° = ...

(أ) جا ٦٠° (ب) طا ٣٠° (جـ) جا ٣٠° (د) ٢ جا ٣٠°

٨ ٢ب حـ ء مربع فيه ٢ (–١ ، ٤) ، حـ (١ ، ٦) فإن مساحته = ... وحدة مربعة.

(أ) ٨ (ب) ١٦ (جـ) ٤ (د) $\sqrt{٢}$

٩ ٢ب حـ ء شكل رباعى فيه : جا ٢ = جتا ٢ ٢ ، ق (∠ ب) = ١٥٠° ، ق (∠ حـ) = ٥٠°
فإن : ق (∠ ء) = ...

(أ) ١٢٠° (ب) ١٠٠° (جـ) ١٣٠° (د) ١٥٠°

المجموعة الثانية

◄ أجب عن جميع الأسئلة الآتية موضحًا خطوات الحل :

١٠ $\overline{أب}$ قطر فى الدائرة التى مركزها النقطة (٥ ، ٧) فإذا كانت ب = (٨ ، ١١)
أوجد معادلة المستقيم العمودى على $\overline{أب}$ من نقطة أ

١١ أ ب جـ ء شبه منحرف فيه : $\overline{أء}$ // $\overline{ب جـ}$ ، ق (∠ب) = ٩٠° ، أ ب = ٣ سم ، ب جـ = ١٠ سم ، أ ء = ٦ سم **أوجد قيمة :** ٢ جتا (∠ء جـ ب) − ظا (∠أ جـ ب)

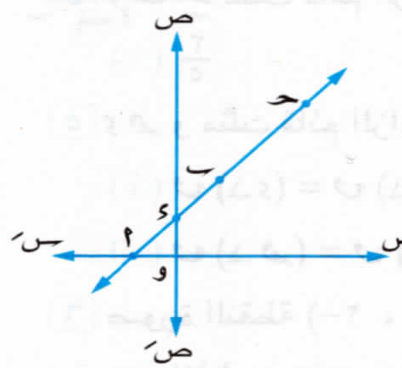
١٢ إذا كان البعد بين النقطتين (س ، ٥) ، (٦ ، ١) يساوى ٢ √٥ وحدة طول
أوجد : قيمة س

١٣ أوجد معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (٩ ، ٦) ويوازى المستقيم الذى معادلته : ٣ ص + س = ٥

١٤ **بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد قيمة هـ حيث (هـ + ٥)° قياس زاوية حادة :**
ظا (هـ + ٥)° = جا ٣٠° جتا ٦٠° + جتا² ٣٠° ظا ٤٥°

١٥ أوجد قيمة أ إذا كان المستقيم الذى معادلته : (أ − ٤) س − ٣ ص = ٥ يوازى المستقيم المار بالنقطتين (٠ ، ٥) ، (أ ، ٩)

١٦ **فى الشكل المقابل :**



ب (١ ، ٢) ، جـ (٣ ، ٤)

أوجد :

١ معادلة $\overleftrightarrow{أجـ}$

٢ مساحة △ و أ ء

٦ محافظة المنوفية

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

السؤال الأول

(أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ مربع محيطه ٢٠ سم فإن مساحة سطحه .... سم²

(أ) ١٠٠ (ب) ٢٥ (جـ) ١٦ (د) ٥

٢ عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الأضلاع ....

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

٣ إذا كانت : طا ٣ س = ١ حيث (٣ س قياس زاوية حادة)

فإن : س = ...°

(أ) ٣٠ (ب) ٤٥ (جـ) ١٥ (د) ٧٥

(ب) إذا كانت النقطة حـ (٤ ، ص) منتصف $\overline{أب}$ حيث أ (س ، ٣) ، ب (٦ ، ٥)

أوجد قيمة : س + ص

السؤال الثانى

(أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ ٢ جا ٦٠° = ...

(أ) ٢ (ب) ١ (جـ) ٣ (د) −١

٢ Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب فإذا كان : ٢ أ ب = $\sqrt{3}$ أ حـ

فإن : ق (∠ حـ) = ...°

(أ) ٣٠ (ب) ٤٥ (جـ) ٦٠ (د) ٧٥

٣ جا ٣٥° = جتا ....°

(أ) صفر (ب) ٣٥ (جـ) ٦٥ (د) ٥٥

(ب) أثبت أن النقط أ (٢ ، ١) ، ب (٠ ، −٣) ، حـ (٣ ، ٣) تقع على استقامة واحدة.

السؤال الثالث

(أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ بُعد النقطة (−٤ ، ٢) عن محور الصادات يساوى .... وحدة طول.

(أ) ٤ (ب) ٢ (جـ) −٤ (د) ٦

٢ معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣ ، −٢) ويوازى محور السينات هى ....

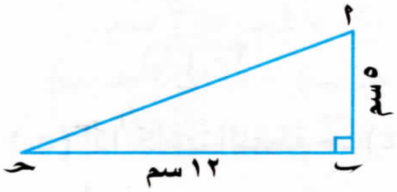
(أ) س = ٣ (ب) ص = −٢ (جـ) س = −٢ (د) ص = ٢

٣ إذا كانت : أ (٥ ، ٧) ، ب (١ ، −١)

فإن : نقطة منتصف $\overline{أب}$ هى ....

(أ) (٢ ، ٣) (ب) (٣ ، ٣) (جـ) (٣ ، ٢) (د) (٣ ، ٤)

(ب) فى الشكل المقابل :



إذا كان : Δ أ ب جـ قائم الزاوية فى ب

، أ ب = ٥ سم ، ب جـ = ١٢ سم

أوجد :

① جا أ جتا جـ + جتا أ جا جـ

② ق (∠ جـ)

السؤال الرابع

(أ) أوجد قيمة ك التى تجعل المستقيم الذى معادلته : ٣ ص + ك س − ٨ = ٠ موازيًا للمستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها ٤٥°

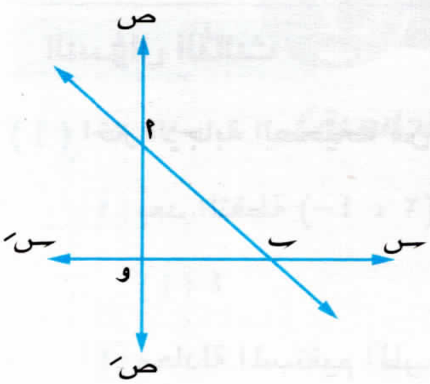
(ب) أوجد قيمة هـ التى تحقق :

٢ جتا هـ = ٤ جا^2 ٦٠° − ٢ ظا ٤٥° (حيث هـ قياس زاوية حادة)

السؤال الخامس

(أ) أثبت أن Δ أ ب جـ الذى رؤوسه أ (١ ، ٤) ، ب (−١ ، ٢) ، جـ (٢ ، −١) قائم الزاوية فى ب ثم أوجد مساحة سطحه.

(ب) فى الشكل المقابل :



إذا كان $\overleftrightarrow{أب}$ يقطع محورى الإحداثيات السينى والصادى فى النقطتين ب ، أ على الترتيب

، وكان : و ب = ٤ وحدات طول ، و أ = ٤ وحدات طول

أوجد :

① ميل $\overleftrightarrow{أب}$

② معادلة $\overleftrightarrow{أب}$

٧ محافظة الغربية

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

المجموعة الأولى

◄ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ بعد النقطة (-٢ ، -١) عن محور السينات يساوى .... وحدة طول.

(أ) -٢ (ب) -١ (جـ) ٢ (د) ١

٢ إذا كانت الزاويتان المتقابلتان بالرأس متكاملتين فإن قياس كل منهما .... °

(أ) ١٢٠ (ب) ٦٠ (جـ) ٩٠ (د) ١٨٠

٣ طا ٤٥° حا^٢ ٣٠° = ...

(أ) ١ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{١}{٤}$ (د) ٢

٤ مستقيمان متعامدان ميل أحدهما $\frac{-١}{٤}$ وميل الآخر ٤ ك فإن : ك = ...

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) صفر (جـ) -١ (د) ١

٥ ميل المستقيم الذى معادلته : ص - ٢ س = ٣ يساوى ....

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) ١ (د) -١

٦ إذا كانت : حا س = $\frac{١}{٢}$ حيث س قياس زاوية حادة فإن : حا ٢ س = ...

(أ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{١}{٨}$ (د) $\frac{٣}{٢}$

٧ إذا كانت : س حا ٦٠° = طا ٤٥° فإن س = ...

(أ) ٢ (ب) ١ (جـ) $\sqrt{٣}$ (د) $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$

٨ البعد بين النقطتين (٣ ، ٠) ، (٠ ، ٤) يساوى .... وحدات طول.

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٧ (د) ٥

٩ إذا كانت : طا (س + ٢٠°) = $\sqrt{٣}$ حيث س قياس زاوية حادة

فإن : س = ... °

(أ) ١٠ (ب) ٢٠ (جـ) ٣٠ (د) ٤٠

المجموعة الثانية

◄ أجب عن الأسئلة الآتية موضحًا خطوات الحل :

١٠ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة أ (–٣ ، ٤) وبنقطة منتصف $\overline{\text{ب ح}}$ حيث ب (٥ ، –١) ، ح (٣ ، ٥)

١١ إذا كان المثلث الذى رؤوسه النقط ص (٤ ، ٢) ، س (٣ ، ٥) ، ع (–٥ ، أ) قائم الزاوية فى ص **أوجد** : قيمة أ

١٢ **أوجد قيمة س التى تحقق** : ٢ حا س = ظا^{٢} ٦٠° – ٢ ظا ٤٥° حيث س قياس زاوية حادة.

١٣ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣ ، ٤) وميله = $\frac{١}{٢}$

١٤ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٤ ، ٥) ويصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ١٣٥°

١٥ أ ب ح مثلث قائم الزاوية فى ح ، أ ب = ١٣ سم ، ب ح = ١٢ سم

أوجد قيمة : (١) حا ب (٢) ١ + ظا^{٢} أ

١٦ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٢) ويوازى المستقيم الذى معادلته : س + ٢ ص = ٥

٨ محافظة الدقهلية

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

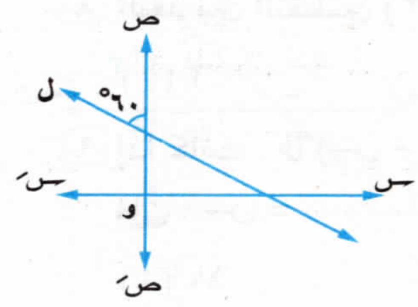
السؤال الأول

(أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : ظا هـ = $\frac{\text{حا } ٧٠°}{\text{حتا } ٢٠°}$ فإن : هـ = ... °

(أ) ٢٠ (ب) ٤٥ (جـ) ٧٠ (د) ٩٠

٢ **فى الشكل المقابل :**



ميل المستقيم ل = ...

(أ) $\frac{\sqrt{٣}}{٣}$ (ب) $\sqrt{٣}$

(جـ) $-\sqrt{٣}$ (د) $-\frac{\sqrt{٣}}{٣}$

٣ إذا كان طولا ضلعين فى مثلث هما ٣ سم ، ٨ سم فإن أكبر عدد صحيح يمثل طول الضلع الثالث هو .... سم.

(أ) ٥ (ب) ٨ (جـ) ١٠ (د) ١١

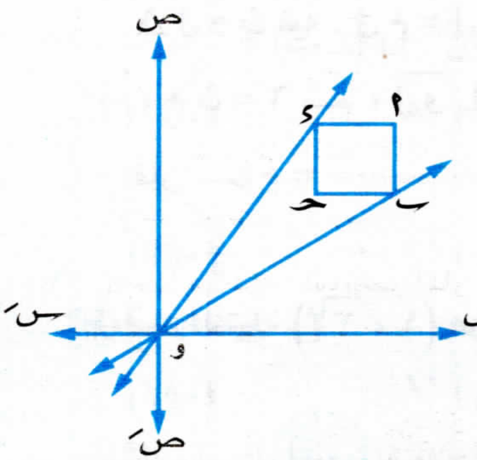
(ب) إذا كانت : أ (س ، ٣) ، ب (٣ ، ٢) ، حـ (٥ ، ١) وكان : أب = ب حـ

أوجد : قيمة س

السؤال الثانى

(أ) إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (٣ ، ١) ، (٢ ، ك) عموديًا على المستقيم الذى معادلته : ص − س = ٣ أوجد : قيمة ك

(ب) فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء مربع فيه أ (٨ ، ٩)

، $\overleftrightarrow{أء}$ // $\overleftrightarrow{س س َ}$ ، $\overline{أب}$ // $\overleftrightarrow{ص ص َ}$

، معادلة $\overleftrightarrow{و ب}$ هى : ص = $\frac{٣}{٤}$ س

أوجد : ① إحداثيى النقطة ء

② معادلة $\overleftrightarrow{و ء}$

السؤال الثالث

(أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان محور الصادات يُنصف $\overline{أب}$ حيث أ (٣ ، ٤) ، ب (س ، ٦)

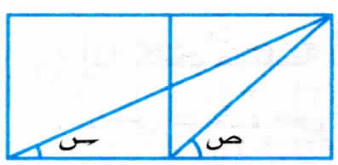
فإن : س = ...

(أ) −٦ (ب) −٤ (جـ) −٣ (د) صفر

٢ مربع مساحته ٥٠ سم² يكون طول قطره يساوى .... سم.

(أ) ٥ $\sqrt{٢}$ (ب) ١٠ (جـ) ١٠ $\sqrt{٢}$ (د) ٥

٣ فى الشكل المقابل :



مربعان متطابقان

فإن : ظا س + ظا ص = ...

(أ) ١ (ب) $\frac{٥}{٢}$ (جـ) ٢ (د) $\frac{٣}{٢}$

(ب) إذا كانت : ٤ جا س = ظا^٢ ٦٠° − ٢ جا ٣٠°

أوجد بدون استخدام الآلة الحاسبة قيمة س (حيث س قياس زاوية حادة)

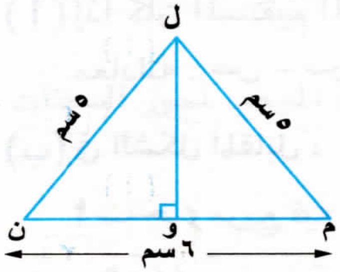
السؤال الرابع

(أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ ٢ جا ٣٠° جتا ٦٠° = ...

(أ) ٢ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (د) $\frac{\sqrt{٣}}{٤}$

٢ فى الشكل المقابل :



Δ ل م ن فيه : ل م = ل ن = ٥ سم

، م ن = ٦ سم ، $\overline{\text{ل و}} \perp \overline{\text{م ن}}$

فإن : جا م = ...

(أ) $\frac{٤}{٥}$ (ب) $\frac{٣}{٥}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) $\frac{٤}{٣}$

٣ بُعد النقطة ($\sqrt{٣}$ ، ١) عن نقطة الأصل يساوى .... وحدة طول.

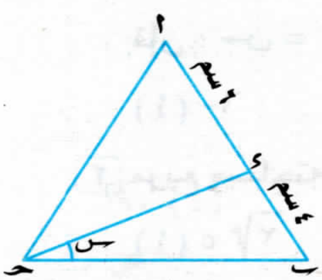
(أ) ٤ (ب) ٣ (جـ) ٢ (د) ١

(ب) أ ب جـ ء متوازى أضلاع فيه : أ (٣ ، ٤) ، ب (٢ ، −١) ، جـ (−٤ ، −٣)

أوجد إحداثيي النقطة ء

السؤال الخامس

(أ) فى الشكل المقابل :



أ ب جـ مثلث متساوى الأضلاع فيه ء ∈ $\overline{\text{أ ب}}$

حيث أ ء = ٦ سم ، ء ب = ٤ سم.

أوجد قيمة المقدار : ١ + ظا^٢ س

(ب) إذا كانت مساحة المثلث المحصور بين المستقيمات : $\frac{س}{أ} + \frac{ص}{ب} = ١$

، س = ٠ ، ص = ٠ تساوى ١٢ وحدة مساحة حيث أ > ٠ ، ب < ٠

أوجد قيمة : أ ب

٩ محافظة السويس

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

المجموعة الأولى

◀ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : جا ٣٠° = جتا هـ حيث هـ قياس زاوية حادة فإن : هـ = ...

(أ) ١٥° (ب) ٣٠° (جـ) ٦٠° (د) ٩٠°

٢ أ ب جـ د متوازى أضلاع فيه : ق (∠ د أ) = ٨٠° فإن : ق (∠ د ب) = ...

(أ) ٤٠° (ب) ١٠٠° (جـ) ٨٠° (د) ١٦٠°

٣ إذا كانت : س ظا ٤٥° = ٢ فإن : س = ...

(أ) ٢ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) ١ (د) ٤

٤ بُعد النقطة (٣ ، ٤) عن نقطة الأصل و (٠ ، ٠) يساوى .... وحدات طول.

(أ) ٥ (ب) ٧ (جـ) ١٢ (د) ١

٥ مثلث متساوى الساقين ، طولا ضلعين فيه ٣ سم ، ٧ سم فإن طول الضلع الثالث يساوى .... سم.

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٧ (د) ١٠

٦ إذا كانت : جتا س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ حيث س قياس زاوية حادة فإن : س = ...

(أ) ٩٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٤٥° (د) ٣٠°

٧ $٤٧\frac{١}{٢}$° = ... بالدرجات والدقائق.

(أ) ٥٠َ ٤٧° (ب) ٥َ ٤٧° (جـ) ٣٠َ ٤٧° (د) ٢٠َ ٤٧°

٨ أ ب جـ د مربع فيه أ (٣ ، ٤) ، جـ (٥ ، ٦) فإن نقطة تقاطع قطريه هى ....

(أ) (٨ ، ١٠) (ب) (٤ ، ٥)

(جـ) (١٠ ، ٨) (د) (١٥ ، ٢٤)

٩ إذا كان : $\overleftrightarrow{أ ب} \perp \overleftrightarrow{جـ د}$ ، وكان : ميل $\overleftrightarrow{أ ب}$ = $\frac{١}{٢}$ فإن : ميل $\overleftrightarrow{جـ د}$ = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) ٢ (جـ) $\frac{-١}{٢}$ (د) -٢

المجموعة الثانية

◄ أجب عن الأسئلة الآتية :

١٠ إذا كانت : ٢ جا س = ظا^٢ ٦٠° − ٢ ظا ٤٥° حيث س زاوية حادة **فأوجد :** ق (∠ س)

١١ بين نوع المثلث أ ب ح الذى رؤوسه أ (−٢ ، ٤) ، ب (٣ ، −١) ، ح (٤ ، ٥) من حيث الأضلاع.

١٢ أوجد معادلة المستقيم الذى ميله ٣ ويمر بالنقطة (١ ، ٥)

١٣ س ص ع مثلث قائم الزاوية فى ص فيه : س ص = ٣ سم ، س ع = ٥ سم
أوجد قيمة : ظا س + ظا ع

١٤ أوجد الميل والجزء المقطوع من محور الصادات بالمستقيم الذى معادلته :
٣ ص − ٢ س = ٦

١٥ إذا كانت النقطة ح (٥ ، ٣) هى منتصف $\overline{أب}$ حيث أ (٤ ، −١)
فأوجد إحداثيي نقطة ب

١٦ أثبت أن المستقيم الذى يمر بالنقطتين (٠ ، ٣) ، (١ ، ٤) يوازى المستقيم الذى يصنع زاوية قياسها ٤٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

١٠ محافظة بورسعيد

أجب عن الأسئلة الآتية :

المجموعة الأولى

◄ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ جا ٣٠° = جتا ....°

(أ) ٣٠ (ب) ٤٥ (جـ) ٦٠ (د) ٩٠

٢ معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢ ، ٣) ويوازى محور الصادات هى ....

(أ) س = ٢ (ب) س = ٣ (جـ) ص = ٢ (د) ص = ٣

٣ مربع طول ضلعه ٥ سم تكون مساحة سطحه تساوى .... سم^٢

(أ) ٥٠ (ب) ٢٥ (جـ) ٢٠ (د) ١٠

٤ جا ٣٠° + جتا ٦٠° − ظا² ٤٥° = ...

(أ) ٢　　(ب) ١　　(جـ) صفر　　(د) −١

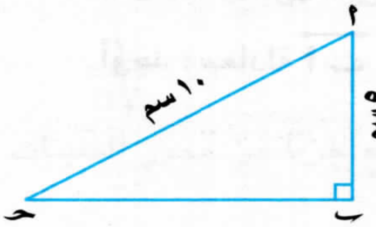
٥ مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة يساوى ....°

(أ) ٩٠　　(ب) ١٨٠　　(جـ) ٢٧٠　　(د) ٣٦٠

٦ إذا كان : $\frac{-٢}{٣}$ ، $\frac{ك}{٦}$ هما ميلا مستقيمين متوازيين　فإن : ك = ...

(أ) ٩　　(ب) −٤　　(جـ) ٤　　(د) −٩

٧ فى الشكل المقابل :



ق (∠ أ) = ...°

(أ) ٣٠　　(ب) ٤٥

(جـ) ٦٠　　(د) ٧٠

٨ بعد النقطة (٣ ، ٥) عن محور السينات يساوى .... وحدات طول.

(أ) ٣　　(ب) ٥　　(جـ) ٢　　(د) ٨

٩ إذا كانت : ظا (س + ٢٠)° = ١ حيث س قياس زاوية حادة　فإن : س = ...°

(أ) ٢٠　　(ب) ٢٥　　(جـ) ٤٠　　(د) ٧٠

المجموعة الثانية

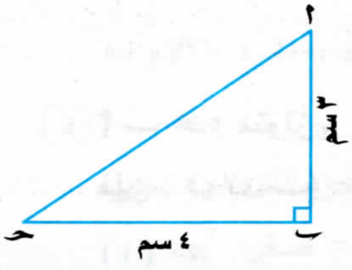
◄ أجب عن الأسئلة الآتية :

١٠ أوجد قيمة س التى تحقق : جتا س° = ظا² ٤٥° − جا² ٤٥° (حيث س قياس زاوية حادة)

١١ أثبت أن النقط أ (٤ ، ٤) ، ب (٧ ، ٠) ، جـ (١ ، ٠) هى رؤوس مثلث متساوى الساقين.

١٢ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٠ ، ٣) ويوازى المستقيم المار بالنقطتين (٣ ، ٦) ، (١ ، ٢)

١٣ من الشكل المقابل :



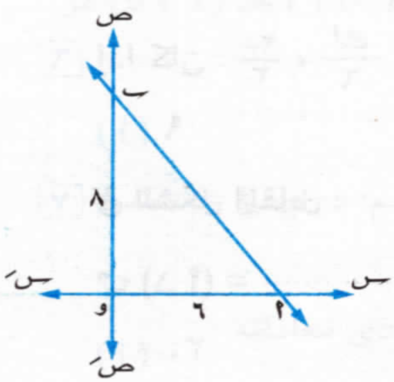
أوجد قيمة :

جا أ جا جـ − جتا أ جتا جـ

١٤ أثبت أن المستقيم الذى معادلته : س + ص = ٤ عمودى على المستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥°

١٥ إذا كانت : حـ (٣ ، ٢) هى منتصف $\overline{\text{أب}}$ حيث أ (١ ، ص) ، ب (س ، ٣)
أوجد : (س ، ص)

١٦ فى الشكل المقابل :



إذا كان : و أ = ٦ وحدات طول

، و ب = ٨ وحدات طول

أوجد : معادلة $\overleftrightarrow{\text{أب}}$

١١ محافظة كفر الشيخ

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

المجموعة الأولى

◄ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ صورة النقطة (٣ ، -٢) بالانعكاس فى نقطة الأصل هى ....

(أ) (-٣ ، ٢) (ب) (-٣ ، -٢) (جـ) (٣ ، ٢) (د) (٢ ، ٣)

٢ إذا كانت : ظا (س + ١٠°) = $\sqrt{٣}$ حيث س قياس زاوية حادة
فإن : س = ...

(أ) ٥٠° (ب) ٤٠° (جـ) ٧٠° (د) ٤٥°

٣ الدائرة التى مركزها (٧ ، ٤) وتمر بالنقطة (٣ ، ١) طول قطرها .... وحدات طول.

(أ) ٧ (ب) ١٠ (جـ) ٥ (د) ٤

٤ أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه : ق (∠ أ) + ق (∠ حـ) = ٢٠٠°
فإن : ق (∠ ب) = ...

(أ) ٥٠° (ب) ٨٠° (جـ) ١٠٠° (د) ١٦٠°

٥ إذا كان المستقيمان : س + ص = ٤ ، أ س + ٣ ص = ٠ متعامدين

فإن : أ = ...

(أ) −٣ (ب) −١ (جـ) ١ (د) ٣

٦ أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى حـ حيث ق (∠ أ) = ق (∠ ب) فإن النسبة بين أطوال أضلاع المثلث هى ....

(أ) ١ : ١ : $\sqrt{٢}$ (ب) $\sqrt{٣}$: ٢ : ١ (جـ) ١ : ٢ : $\sqrt{٥}$ (د) ٣ : ٤ : ٥

٧ إذا كانت : جا ٢ س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ حيث س قياس زاوية حادة فإن : جتا س = ...

(أ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) ١ (د) $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

٨ المستقيم الذى معادلته : ٤ س + ٥ ص − ٢٠ = صفر يقطع جزءًا من محور السينات طوله .... وحدات طول.

(أ) −٤ (ب) −٥ (جـ) ٤ (د) ٥

٩ س ص ع مثلث قائم الزاوية فى ص حيث س ع = ١٥ سم ، س ص = ١٢ سم

فإن : جتا س جتا ع = ...

(أ) جتا ص (ب) جتا س جا ع

(جـ) جا س جا ع (د) جا س جتا ع

المجموعة الثانية

◄ أجب عن الأسئلة التالية :

١٠ حدد نوع المثلث أ ب حـ الذى رؤوسه النقاط أ (١ ، ١) ، ب (٠ ، ٤) ، حـ (−١ ، ١) من حيث أطوال أضلاعه.

١١ إذا كانت : جا س جا^{٢} ٦٠° = ٣ جا^{٢} ٤٥° جتا^{٢} ٤٥° جتا ٦٠° حيث س زاوية حادة

أوجد : ق (∠ س) موضحًا خطوات الحل.

١٢ إذا كان أ ب حـ ء معينًا حيث أ (٣ ، ٢) ، ب (٤ ، −٣) ، حـ (−١ ، −٢)

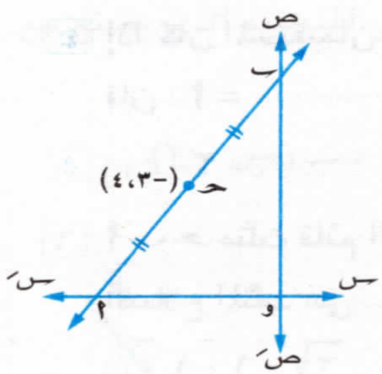
أوجد : معادلة $\overleftrightarrow{ب ء}$

١٣ أوجد معادلة المستقيم الذى يقطع جزءًا طوله ٥ وحدات من الجزء السالب لمحور الصادات ويوازى المستقيم الذى معادلته : س − ٣ ص − ٩ = صفر

١٤ فى الشكل المقابل :

النقطة حـ (−٣ ، ٤) هى منتصف $\overline{أ ب}$

أوجد إحداثيى كل من النقطتين أ ، ب

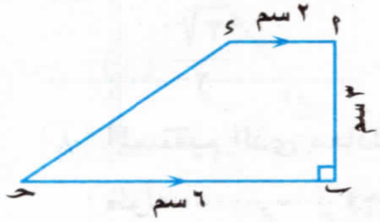


١٥ إذا كان المستقيم ل١ يمر بالنقطتين (٣ ، ١) ، (٢ ، ك)

ويوازى المستقيم ل٢ الذى يصنع زاوية قياسها ٤٥°

مع الاتجاه الموجب لمحور السينات **أوجد** : قيمة ك

١٦ فى الشكل المقابل :



أ ب حـ ء شبه منحرف فيه : ق (∠ب) = ٩٠°

، $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$ حيث أ ب = ٣ سم

، ب حـ = ٦ سم ، أ ء = ٢ سم

أوجد بالخطوات : ① طول $\overline{ء حـ}$ ② ق (∠ب حـ ء)

١٢ محافظة البحيرة

أجب عن الأسئلة الآتية :

المجموعة الأولى

◄ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

١ فى Δ أ ب حـ إذا كان : ق (∠أ) = ٨٥° ، حاب = حتا ٢ ب

فإن : ق (∠حـ) = ... °

(أ) ٣٠ (ب) ٤٥ (جـ) ٦٠ (د) ٦٥

٢ المستقيم الذى معادلته : ٣ س − ٢ ص + ٦ = ٠ يقطع من محور السينات جزءًا طوله

.... وحدة طول.

(أ) ٢ (ب) −٢ (جـ) ٣ (د) −٣

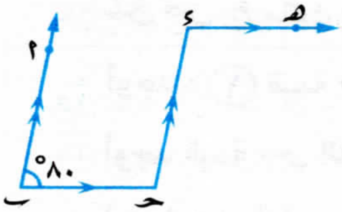
٣ إذا كانت : أ (٥ ، ٧) ، ب (١ ، −١) فإن : ميل $\overleftrightarrow{أ ب}$ = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) ٢ (جـ) $\frac{-١}{٢}$ (د) −٢

٤ إذا كانت : طا (س + ١٠°) = ١ ، س قياس زاوية حادة فإن : س = ... °

(أ) ٤٥ (ب) ٥٥ (جـ) ٦٠ (د) ٣٥

٥ فى الشكل المقابل :



ب أ // حـ ء ، ب حـ // ء هـ ، ق (∠ ب) = ٨٠°

فإن : ق (∠ هـ ء حـ) = ... °

(أ) ٨٠ (ب) ١٠٠

(جـ) ١٢٠ (د) ٩٠

٦ مثلث أ ب حـ فيه : أ ب = أ حـ ، ق (∠ حـ) = ٥٥° فإن : ق (∠ أ) = ... °

(أ) ٥٥ (ب) ١١٠ (جـ) ٧٠ (د) ٧٥

٧ مثلث أ ب حـ قائم الزاوية فى ب فإذا كان : ٣ أ ب = ٤ ب حـ

فإن : طا (∠ حـ) = ...

(أ) $\frac{٤}{٣}$ (ب) $\frac{٤}{٥}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) $\frac{٣}{٥}$

٨ إذا كانت : س حا^{٢} ٤٥° = طا^{٢} ٦٠° فإن : س = ...

(أ) ٣ (ب) ٤ (جـ) ٦ (د) ٨

٩ إذا كانت : أ (٠ ، ١) ، ب (س ، ٣) ، حـ (٢ ، ٥) على استقامة واحدة

فإن : س = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) -١ (د) ٣

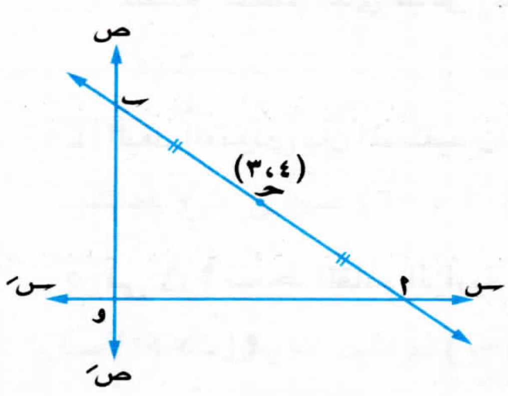
المجموعة الثانية

◄ أجب عن الأسئلة الآتية :

١٠ أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطتين أ (٢ ، -٣) ، ب (١ ، -١)

١١ أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين (-١ ، ٣) ، (٢ ، ٤) يوازى المستقيم الذى معادلته :
٣ ص - س - ١ = ٠

١٢ فى الشكل المقابل :



إذا كانت : أ ∈ محور السينات ، ب ∈ محور الصادات وكانت حـ (٤ ، ٣) هى منتصف أ ب فأوجد : طول أ ب

١٣ إذا كان بعد النقطة (س ، ٥) عن النقطة (٦ ، ١) يساوى ٢ $\sqrt{٥}$ وحدة طول

أوجد : قيمة س

١٤ س ص ع مثلث قائم الزاوية فى ص حيث س ص = ٥ سم ، س ع = ١٣ سم

أوجد : (١) قيمة ظا (د س) + ظا (د ع) (٢) ق (د ع) لأقرب دقيقة.

١٥ **أوجد قيمة س التى تحقق أن :** جا س جا ٣٠° ظا ٦٠° = ظا ٤٥° − جتا^{٢} ٦٠°

(حيث س قياس زاوية حادة)

١٦ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٠ ، ٥) عموديًا على المستقيم :

س + ٢ ص − ٧ = ٠

١٣ محافظة الفيوم

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

السؤال الأول

◄ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كان : م$_{١}$ ، م$_{٢}$ ميلى مستقيمين متوازيين فإن : ....

(أ) م$_{١}$ − م$_{٢}$ = ٠ (ب) م$_{١}$ + م$_{٢}$ = ٠

(جـ) م$_{١}$ م$_{٢}$ = ٠ (د) م$_{١}$ م$_{٢}$ = −١

٢ نقطة تقاطع متوسطات المثلث تقسم كلًا منها بنسبة .... : ٥ من جهة الرأس.

(أ) ٥ (ب) ٢ (جـ) ١ (د) ١٠

٣ المضلع المنتظم الذى قياس إحدى زواياه ١٣٥° يكون عدد أضلاعه .... أضلاع.

(أ) ٦ (ب) ٧ (جـ) ٨ (د) ٩

٤ البعد العمودى بين المستقيمين : س = ٥ ، س + ٣ = ٠ يساوى .... وحدات طول.

(أ) ٢ (ب) ٨ (جـ) −٨ (د) ٤

٥ فى Δ أ ب حـ القائم الزاوية فى ب يكون جا أ − جتا حـ = ...

(أ) ٢ جا أ (ب) ٢ جتا حـ (جـ) صفر (د) ١

٦ فى Δ ؟ ب حـ إذا كان : ق (∠ ؟) = ٦٠° ، حا حـ = حتا حـ

فإن : ق (∠ ب) = ... °

(أ) ٣٠ (ب) ٤٥ (جـ) ٦٠ (د) ٧٥

السؤال الثانى

(أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ بعد النقطة (٥ ، طا² ٦٠°) عن محور السينات يساوى .... وحدات طول.

(أ) ٥ (ب) ٥ $\sqrt{٣}$ (جـ) ٣ (د) ٣ $\sqrt{٣}$

٢ ؟ ب حـ ء مستطيل فيه : ؟ (–٤ ، –١) ، حـ (٤ ، ٥)

فإن : طول $\overline{\text{ب ء}}$ = ... وحدات طول.

(أ) ٤ (ب) ٥ (جـ) ٦ (د) ١٠

٣ إذا كانت : حا ٧٠° = حتا (٢ س)° حيث (٢ س) قياس زاوية حادة

فإن : س = ... °

(أ) ١٠ (ب) ٢٠ (جـ) ٤٥ (د) ٦٠

(ب) إذا كانت : طا $\left(\frac{\text{٣ س}}{\text{٢}}\right)^{\circ}$ = ١ حيث س قياس زاوية حادة **فأوجد قيمة :** حا² س + حتا² س

السؤال الثالث

(أ) إذا كان البعد بين النقطتين ؟ (٢ ، س) ، ب (٣ ، –١) هو $\sqrt{١٧}$ وحدة طول

فأوجد : قيمة س

(ب) إذا كانت حـ منتصف $\overline{\text{؟ ب}}$ فأوجد قيمتى س ، ص إذا كانت ؟ (–٣ ، ص) ، ب (٩ ، ١١) ، حـ (س ، –٣)

السؤال الرابع

(أ) أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين ؟ (–٣ ، ٤) ، حـ (–٣ ، –٢) عمودى على المستقيم المار بالنقطتين ب (١ ، ٢) ، ء (–٣ ، ٢)

(ب) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين (٤ ، ٢) ، (–٢ ، –١) ثم أثبت أنه يمر بنقطة الأصل.

السؤال الخامس

(أ) أوجد معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (٠ ، -٢) ويوازى المستقيم : س - ٢ ص = ٧

(ب) أثبت أن النقط أ (٠ ، ١) ، ب (٤ ، ٥) ، حـ (١ ، ٨) ، د (-٣ ، ٤) هى رؤوس مستطيل ثم احسب طول قطره.

١٤ محافظة المنيا

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

المجموعة الأولى

◄ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ عدد أقطار الشكل السداسى يساوى ....

(أ) ٦ (ب) ٣ (جـ) ١٢ (د) ٩

٢ فى المثلث القائم الزاوية المتساوى الساقين يكون ظل زاويته الحادة مساويًا ....

(أ) $\sqrt{٣}$ (ب) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ (جـ) ١ (د) $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$

٣ ميل المستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها هـ يساوى ....

(أ) جا هـ (ب) جتا هـ

(جـ) ظا هـ (د) جا هـ + جتا هـ

٤ إذا كان المستقيمان : ص = أ س + ب ، ص = حـ س + د متعامدين

فإن : .... = -١

(أ) أ × د (ب) ب × حـ (جـ) أ × حـ (د) ب × د

٥ إذا كان : أ ب حـ د مربعًا فإن : ق (∠ حـ أ ب) = ...

(أ) ٩٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٦٠° (د) ٣٠°

٦ إذا كان : س ، ص قياسى زاويتين متتامتين فإن : حا س = ...

(أ) حا ص (ب) حتا ص (جـ) طا س (د) طا ص

٧ إذا كانت : ٢ حا س = طا ٦٠° حيث س قياس زاوية حادة

فإن : س = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٦٠° (د) ٤٠°

٨ إذا كانت : حـ منتصف $\overline{أب}$ حيث أ (٥ ، -٣) ، ب (٧ ، -٥)

فإن : نقطة حـ = ...

(أ) (٦ ، ٤) (ب) (٦ ، -٤) (جـ) (-٦ ، ٤) (د) (-٤ ، ٦)

٩ أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب حيث ٣ أ حـ = ٥ ب حـ

فإن : حا أ = ...

(أ) $\frac{٣}{٥}$ (ب) $\frac{٥}{٣}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) $\frac{٤}{٣}$

المجموعة الثانية

◄ **أجب عن الأسئلة الآتية :**

١٠ **بدون استخدام الآلة الحاسبة أثبت أن :**

٥ حا^{٢} ٣٠° = ٩ حتا^{٢} ٦٠° - طا^{٢} ٤٥°

١١ أثبت أن المثلث الذى رؤوسه أ (١ ، ٤) ، ب (-١ ، -٢) ، حـ (٢ ، -٣) قائم الزاوية.

١٢ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣ ، -٥) ويوازى المستقيم : س + ٢ ص - ٧ = ٠

١٣ أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب فيه : أ حـ = ١٣ سم ، ب حـ = ١٢ سم.
أوجد طول $\overline{أب}$ **ثم أوجد قيمة :** (١ + طا^{٢} حـ)

١٤ إذا كان المستقيم المار بالنقطتين (-١ ، ٧) ، (٩ ، ٣) عموديًا على المستقيم الذى معادلته : س + ك ص - ١٣ = ٠ **أوجد : قيمة ك**

١٥ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣ ، ٢) ويصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها ٤٥°

١٦ أثبت أن النقط أ (٣ ، -١) ، ب (-٤ ، ٦) ، حـ (٢ ، -٢) تقع على دائرة مركزها النقطة م (-١ ، ٢) ثم أوجد محيط الدائرة (π = ٣,١٤)

١٥ محافظة أسيوط

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

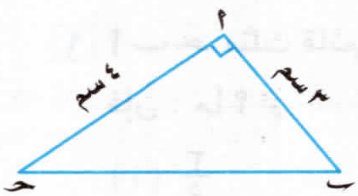
المجموعة الأولى

◄ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : س جا ٣٠° = ظا² ٦٠° − ٢ ظا ٤٥° فإن : س = ...

(أ) ٢ (ب) ٣ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) ١

٢ فى الشكل المقابل :

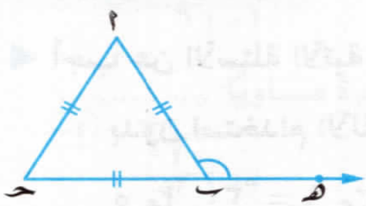


إذا كان : ق (∠ ب أ جـ) = ٩٠° ، أ ب = ٣ سم

، أ جـ = ٤ سم فإن : جا ب = ...

(أ) $\frac{٤}{٣}$ (ب) $\frac{٣}{٤}$ (جـ) $\frac{٤}{٥}$ (د) $\frac{٣}{٥}$

٣ فى الشكل المقابل :



إذا كان : أ ب = ب جـ = أ جـ

فإن : ق (∠ أ ب هـ) = ...°

(أ) ٦٠ (ب) ١٢٠

(جـ) ١٥٠ (د) ١٨٠

٤ دائرة مركزها نقطة الأصل وطول نصف قطرها ٢ وحدة طول فإن النقطة .... تنتمى إليها.

(أ) (١ ، −٢) (ب) (−٢ ، $\sqrt{٥}$) (جـ) ($\sqrt{٣}$ ، ١) (د) (٠ ، ١)

٥ النقط (٠ ، ٠) ، (٣ ، ٠) ، (٠ ، ٤) ....

(أ) تكون مثلثًا منفرج الزاوية. (ب) تكون مثلثًا حاد الزوايا.

(جـ) تكون مثلثًا قائم الزاوية. (د) تقع على استقامة واحدة.

٦ معادلة المستقيم المار بالنقطة (٣ ، −٨) ويوازى محور السينات هى ....

(أ) س = ٣ (ب) ص = −٨ (جـ) ص = ٣ (د) س = −٨

٧ إذا كانت : طا (س + ٣٠°) = $\sqrt{3}$ (حيث س قياس زاوية حادة)

فإن : س = ...°

(أ) ٣٠ (ب) ٦٠ (جـ) ٨٠ (د) ٩٠

٨ إذا كانت الأطوال ٥ ، ٧ ، م هى أطوال أضلاع مثلث فإن م يمكن أن تساوى ....

(أ) ٢ (ب) ٧ (جـ) ١٢ (د) ١٤

٩ إذا كانت : حا س = حتا س فإن : طا س = ... (حيث س زاوية حادة)

(أ) $\sqrt{3}$ (ب) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ (جـ) ١ (د) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

المجموعة الثانية

أجب عن الأسئلة الآتية :

١٠ أوجد معادلة المستقيم الذى ميله ٢ ويمر بالنقطة (٠ ، ١)

١١ إذا كان المستقيم $\overleftrightarrow{أب}$ // محور الصادات حيث أ (س ، ٧) ، ب (٣ ، ٥)

فأوجد : قيمة س

١٢ أوجد مساحة المثلث بالوحدات المربعة المحدد بالمستقيمات :

٣ س + ٤ ص = ١٢ ، س = صفر ، ص = صفر

١٣ إذا كانت النقط : أ (٣ ، ٢) ، ب (٤ ، −٣) ، حـ (−١ ، −٢) ، ء (−٢ ، ٣) هى رؤوس معين **فأوجد :** (١) إحداثيى نقطة تقاطع القطرين.

(٢) مساحة المعين أ ب حـ ء

١٤ أوجد معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (٣ ، ٤) وعمودى على المستقيم :

٥ س − ٢ ص + ٧ = صفر

١٥ سلم $\overline{أب}$ طوله ٦ أمتار يستند طرفه العلوى أ على حائط رأسى وطرفه ب على أرض أفقية فإذا كانت حـ هى مسقط نقطة أ على سطح الأرض وكان قياس زاوية ميل السلم على سطح الأرض ٦٠° **فأوجد :** طول $\overline{أحـ}$

١٦ إذا كانت النسبة بين قياسات زوايا مثلث كنسبة ٣ : ٧ : ٨

فأوجد القياس الستينى لكل زاوية من زواياه.

١٦ محافظة سوهاج

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

المجموعة الأولى

◄ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : ظا (س + ٢٠°) = $\sqrt{٣}$ حيث س قياس زاوية حادة

فإن : س = ...

(أ) ٢٠° (ب) ٣٠° (جـ) ٤٠° (د) ٥٠°

٢ جا ٣٠° + جتا ٦٠° = ...

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) صفر (جـ) ١ (د) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

٣ معادلة المستقيم الذى يمر بالنقطة (٥ ، −٤) وعمودى على محور الصادات هى ....

(أ) ص = −٤ (ب) س = ٥ (جـ) ص = ٤ (د) س = −٥

٤ إذا كانت : جتا $\frac{س}{٢}$ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ حيث س قياس زاوية حادة فإن : جاس = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ (جـ) $\frac{٢}{\sqrt{٣}}$ (د) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

٥ بُعد النقطة (−٣ ، ٤) عن نقطة الأصل يساوى .... وحدات طول.

(أ) ٧ (ب) ٥ (جـ) ١٠ (د) ١٢

٦ عدد متوسطات المثلث المتساوى الساقين يساوى ....

(أ) ١ (ب) صفر (جـ) ٣ (د) ٢

٧ المستقيم الذى معادلته : حـ س + أ ص + ب = صفر ، ميله = ...

(أ) $\frac{-أ}{ب}$ (ب) $\frac{-أ}{حـ}$ (جـ) $\frac{-ب}{حـ}$ (د) $\frac{-حـ}{أ}$

٨ لأى زاوية حادة قياسها أ يكون المقدار : جا أ − جتا أ ظا أ = ...

(أ) −١ (ب) صفر (جـ) ١ (د) ٢

٩ مجموع قياسات الزوايا الخارجة عن المثلث المتساوى الأضلاع يساوى ....

(أ) ١٢٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٣٦٠° (د) ١٨٠°

المجموعة الثانية

◄ أجب عن الأسئلة الآتية :

١٠ إذا كان المستقيم ل١ يمر بالنقطتين (٣ ، ١) ، (٢ ، ك) والمستقيم ل٢ يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥°

أوجد قيمة ك إذا كان المستقيمان ل١ ، ل٢ متوازيين.

١١ أوجد معادلة الخط المستقيم العمودى على $\overline{أب}$ من نقطة منتصفها حيث أ (١ ، ٣) ، ب (٣ ، ٥)

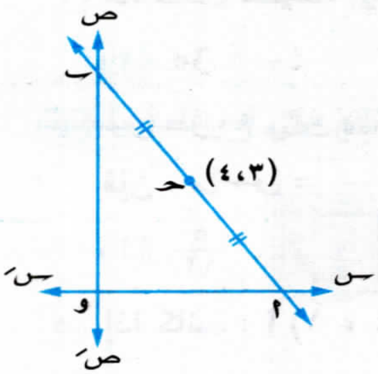
١٢ أوجد الميل وطول الجزء المقطوع من محور الصادات بالخط المستقيم الذى معادلته :

٣ ص = ٢ س − ٦

١٣ إذا كانت : ٢ جتا س = جا ٣٠° جتا ٦٠° + جتا ٣٠° جا ٦٠°

أوجد : س حيث س قياس زاوية حادة.

١٤ **فى الشكل المقابل :**

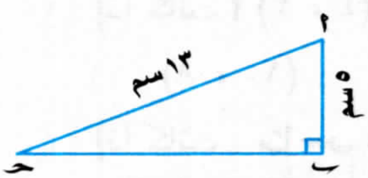


حـ منتصف $\overline{أب}$ حيث حـ (٣ ، ٤)

أوجد : (١) إحداثيى كل من أ ، ب

(٢) مساحة Δ أ و ب

١٥ **فى الشكل المقابل :**



Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب ، أ ب = ٥ سم

، أ حـ = ١٣ سم

أوجد : (١) جتا أ جتا حـ − جا أ جا حـ

(٢) ق (∠ أ)

١٦ بين نوع المثلث الذى رؤوسه النقط أ (−٢ ، ٤) ، ب (٣ ، −١) ، حـ (٤ ، ٥) بالنسبة لأضلاعه.

١٧ محافظة اسوان

أجب عن الأسئلة الآتية :

المجموعة الأولى

◄ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب فإذا كان : أ ب = ٣ سم ، ب حـ = ٤ سم
فإن : أ حـ = ... سم.

(أ) ٧ (ب) ٥ (جـ) ١ (د) ١٢

٢ الخط المستقيم الذى معادلته : ٢ س − ٣ ص = ٧ ميله ....

(أ) $\frac{٣}{٢}$ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (جـ) $\frac{-٢}{٣}$ (د) $\frac{-٣}{٢}$

٣ إذا كانت : جا ٦٥° = جتا هـ حيث هـ زاوية حادة فإن : ق (∠ هـ) = ...°

(أ) ٦٥ (ب) ٣٥ (جـ) ٢٥ (د) ١٥

٤ س ص ع مثلث فيه : ق (∠ ص) = ٩٠° ، س ص = ٥ سم ، ص ع = ١٢ سم
فإن : جا س = ...

(أ) $\frac{٥}{١٢}$ (ب) $\frac{٥}{١٣}$ (جـ) $\frac{١٢}{١٣}$ (د) $\frac{١٢}{٥}$

٥ إذا كانت : أ (١ ، ٤) ، ب (٣ ، ٦) فإن : ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ...

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

٦ إذا كانت أ (٣ ، ٤) ، ب (٥ ، ٦) فإن منتصف $\overline{أب}$ هى ....

(أ) (٨ ، ١٠) (ب) (١٠ ، ٨) (جـ) (٤ ، ٥) (د) (٥ ، ٤)

٧ إذا كانت : جتا س = $\frac{١}{٢}$ حيث س زاوية حادة فإن : ق (∠ س) = ...°

(أ) ٣٠ (ب) ٦٠ (جـ) ٤٥ (د) ٩٠

٨ بعد النقطة (٣ ، −٥) عن محور السينات يساوى .... وحدات طول.

(أ) ٣ (ب) ٥ (جـ) −٣ (د) −٥

٩ إذا كانت : ظا (س + ١٠)° = ١ حيث (س + ١٠) قياس زاوية حادة
فإن : س = ...°

(أ) ٣٠ (ب) ٣٥ (جـ) ٤٥ (د) ٦٠

المجموعة الثانية

◄ أجب عن الأسئلة الآتية :

[١٠] بدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد القيمة العددية للمقدار :

حا ٤٥° حتا ٤٥° − حا ٣٠° حتا ٦٠°

[١١] $\overline{\text{أ ب}}$ قطر فى الدائرة م ، فإذا كانت أ (١ ، ٤) ، م (٣ ، −٤) أوجد إحداثيى ب

[١٢] أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (٢ ، ٣) ويوازى المستقيم الذى معادلته : س + ص + ٢ = ٠

[١٣] أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب فإذا كان : ق (∠ أ) = ٢ ق (∠ حـ)

أوجد قيمة المقدار : حتا أ + حا حـ

[١٤] أثبت أن المستقيم الذى يمر بالنقطتين (−٣ ، ٢) ، (−٢ ، ١) عمودى على المستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية موجبة قياسها ٤٥°

[١٥] أوجد الميل والجزء المقطوع من محور الصادات بالمستقيم الذى معادلته ص = ٣ س − ٢

[١٦] أثبت أن النقط أ (١ ، ١) ، ب (٤ ، ٣) ، حـ (−٥ ، −٣) تقع على استقامة واحدة.

١٨ محافظة جنوب سيناء

أجب عن الأسئلة الآتية :

السؤال الأول

◄ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

[١] إذا كانت : ل = (٤ ، ٥) ، م = (٢ ، ٣) فإن نقطة منتصف $\overline{\text{ل م}}$ هى ....

(أ) (٤ ، ٢) (ب) (٣ ، ٤) (جـ) (٥ ، ٢) (د) (٢ ، ٢)

[٢] عدد محاور تماثل المربع يساوى ....

(أ) ١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (د) ٤

[٣] حا ٤٥° حتا ٤٥° = ...

(أ) $\frac{1}{2}$ (ب) ١ (جـ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (د) صفر

٤ إذا كانت : م (٣ ، ٠) ، ن (٠ ، ٤) فإن : طول $\overline{\text{م ن}}$ = ... وحدات طول.

(أ) ٧ (ب) ٦ (جـ) ٥ (د) ٤

٥ مربع مساحته = ٣٦ سم^2 فإن محيطه = ... سم.

(أ) ١٦ (ب) ٢٤ (جـ) ٤ (د) ٦

٦ لأى زاويتين متتامتين س ، ص إذا كانت : جا س = $\frac{٣}{٥}$ فإن : جتا ص = ...

(أ) $\frac{٤}{٥}$ (ب) $\frac{٣}{٥}$ (جـ) $\frac{٣}{٤}$ (د) $\frac{٥}{٣}$

السؤال الثانى

(أ) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ إذا كانت : س زاوية حادة وكانت ٢ جا س − ١ = ٠

فإن : ق (∠ س) = ... °

(أ) ٩٠ (ب) ٦٠ (جـ) ٤٥ (د) ٣٠

٢ بُعد النقطة (−٥ ، −٢) عن محور الصادات يساوى .... وحدات طول.

(أ) −٥ (ب) −٢ (جـ) ٢ (د) ٥

٣ إذا كانت : جا س = جتا ص فإن : ق (∠ س) + ق (∠ ص) = ... °

(أ) ٣٠ (ب) ٦٠ (جـ) ٩٠ (د) ١٨٠

(ب) أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين (١ ، ٣) ، (صفر ، ٥)

السؤال الثالث

(أ) أوجد قيمة س إذا كانت : ٢ جا س = جا ٣٠° جتا ٦٠° + جتا ٣٠° جا ٦٠°

(ب) إذا كانت النقطة (٤ ، ٦) هى منتصف $\overline{\text{ل م}}$

حيث ل = (س ، ٧) ، م = (٥ ، ص) أوجد قيمتى : س ، ص

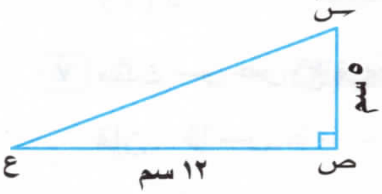
السؤال الرابع

(أ) أوجد معادلة المستقيم الذى ميله ٧ ويمر بالنقطة (−٤ ، ٥)

(ب) أثبت أن النقط أ (−٢ ، ٤) ، ب (٣ ، −١) ، حـ (−٤ ، ٦) تقع على استقامة واحدة.

السؤال الخامس

(أ) فى الشكل المقابل :



س ص ع مثلث قائم الزاوية فى ص

فيه : ص ع = ١٢ سم ، س ص = ٥ سم

أوجد قيمة : جتا س جتا ع + جا س جا ع

(ب) إذا كانت النقطة (٠ ، أ) تنتمى إلى الخط المستقيم

الذى معادلته : ٣ س + ٤ ص = ١٢ **أوجد : قيمة أ**

١٩ محافظة البحر الاحمر

أجب عن الأسئلة الآتية :

المجموعة الأولى

◄ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

١ عدد محاور تماثل المثلث المتساوى الساقين يساوى ....

(أ) صفر (ب) ١ (جـ) ٢ (د) ٣

٢ إذا كانت : جتا س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ فإن : جا ٢ س = ...

(حيث س قياس زاوية حادة).

(أ) $\sqrt{٣}$ (ب) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (جـ) ٢ (د) $\frac{١}{٢}$

٣ المستقيم الذى معادلته : ص = ٢ س + ٣ يكون ميله = ...

(أ) ٣ (ب) $\frac{٣}{٢}$ (جـ) ٢ (د) $\frac{٢}{٣}$

٤ البعد بين النقطة (٣ ، ٤) ونقطة الأصل يساوى .... وحدات طول.

(أ) ٥ (ب) ٤ (جـ) ٣ (د) ١

٥ إذا كان : $ل_١$ ، $ل_٢$ مستقيمين متوازيين وكان ميل المستقيم $ل_١$ يساوى $\frac{٢}{٣}$ فإن ميل المستقيم $ل_٢$ يساوى ....

(أ) $\frac{-٢}{٣}$ (ب) $\frac{٢}{٣}$ (جـ) $\frac{٣}{٢}$ (د) $\frac{-٣}{٢}$

٦ مربع طول ضلعه ٥ سم فإن مساحته .... سم^{٢}

(أ) ٥ (ب) ١٠ (جـ) ٢٠ (د) ٢٥

٧ مثلث سـ ص ع فيه : ق (∠ ص) = ٩٠° ، ص سـ = ص ع

فإن : طا سـ = ...

(أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) ١ (جـ) $\sqrt{٣}$ (د) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

٨ إذا كانت : حا سـ = حتا سـ حيث سـ قياس زاوية حادة فإن : سـ = ...

(أ) ٣٠° (ب) ٦٠° (جـ) ٤٥° (د) ٩٠°

٩ مثلث أ ب حـ قائم الزاوية فى ب ، أ حـ = ٥ سم ، ب حـ = ٣ سم

فإن : ٥ طا حـ حتا حـ = ...

(أ) $\frac{١٦}{٣}$ (ب) $\frac{٩}{٤}$ (جـ) $\frac{٤}{٥}$ (د) ٤

المجموعة الثانية

أجب عن الأسئلة التالية :

١٠ أ ب حـ مثلث حيث أ (١ ، ١) ، ب (٣ ، ١) ، حـ (١ ، ٣)

أثبت أن المثلث أ ب حـ متساوى الساقين.

١١ **بدون استخدام الآلة الحاسبة أثبت أن : حا ٦٠° = ٢ حا ٣٠° حتا ٣٠°**

١٢ أوجد معادلة المستقيم المار بالنقطتين (٢ ، –١) ، (١ ، ١)

١٣ **أوجد قيمة سـ إذا كانت : ٣ حا سـ = طا ٦٠° حتا ٣٠° (حيث سـ قياس زاوية حادة)**

١٤ إذا كانت : أ = (–٣ ، ص) ، ب = (٩ ، ٠) ، حـ = (سـ ، –٣)

وكانت حـ منتصف $\overline{أب}$ **أوجد قيمة كل من : سـ ، ص**

١٥ أثبت أن المستقيم الذى معادلته : ص + سـ + ١ = ٠ عمودى على المستقيم الذى يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ٤٥°

١٦ أوجد معادلة المستقيم الذى ميله يساوى ٤ ويقطع جزءًا مقداره ٣ وحدات من الجزء الموجب لمحور الصادات ثم أوجد نقطة تقاطعه مع محور السينات.

٢٠ محافظة مطروح

أجب عن الأسئلة الآتية : (يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

المجموعة الأولى

◄ **اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :**

١ مجموع قياسات الزوايا الداخلة لمتوازى الأضلاع يساوى ....

(أ) ٩٠° (ب) ١٨٠° (جـ) ٢٧٠° (د) ٣٦٠°

٢ إذا كانت : جا ٣٠° = جتا هـ حيث هـ قياس زاوية حادة فإن : هـ = ...

(أ) ١٥° (ب) ٣٠° (جـ) ٤٥° (د) ٦٠°

٣ إذا كان المستقيمان اللذان ميلاهما $-\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{٦}{ك}$ متوازيين فإن : ك = ...

(أ) −٤ (ب) $\frac{٣}{٢}$ (جـ) ٢ (د) ٩

٤ إذا كان : $\overline{أب}$ قطرًا فى دائرة م حيث أ (−١ ، ٤) ، ب (−٣ ، −٢) فإن نقطة م مركز الدائرة = ...

(أ) (−٤ ، −٦) (ب) (−٢ ، ١) (جـ) (−٢ ، −٣) (د) (٢ ، ٣)

٥ إذا كانت : جا س + جتا ٦٠° = ١ حيث س قياس زاوية حادة فإن : س = ...°

(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (جـ) ٦٠° (د) ٩٠°

٦ معادلة المستقيم المار بالنقطة (٢ ، ٣) ويوازى محور الصادات هى ....

(أ) س = ٢ (ب) س = ٣ (جـ) ص = ٢ (د) ص = ٣

٧ ٢ جتا س × ظا س + جا س = ...

(أ) ٢ جا س (ب) ٣ جا س (جـ) ٢ جتا س (د) ٣ جتا س

٨ زاويتان متتامتان قياس إحداهما ٥٥° يكون قياس الثانية ....

(أ) ٤٥° (ب) ٣٥° (جـ) ٢٥° (د) ١٥°

٩ إذا كانت : جتا (س + ١٥)° = $\frac{١}{٢}$ حيث س قياس زاوية حادة فإن : ظا س = ...

(أ) ١ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $-\frac{١}{٢}$ (د) −١

المجموعة الثانية

◄ أجب عن الأسئلة الآتية :

١٠ أوجد معادلة الخط المستقيم المار بالنقطة (١ ، ٥) وميله ٢

١١ أثبت أن المستقيم المار بالنقطتين (٣ ، ٢) ، (٦ ، ٥) عمودى على المستقيم الذى معادلته : ٢ ص + ٢ س + ٥ = ٠

١٢ إذا كانت : حـ (٣ ، ٤) هى نقطة منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ حيث أ (١ ، ٢) فأوجد إحداثيى نقطة ب

١٣ **أثبت أن :** جا^{٢} ٣٠° + جتا^{٢} ٣٠° = ظا ٤٥°

١٤ أوجد طول $\overline{\text{أ ب}}$ حيث أ (٢ ، ٥) ، ب (−٤ ، −٣)

١٥ إذا كانت : أ (−٣ ، ٤) ، ب (٥ ، −١) ، حـ (٣ ، ٥)

أوجد معادلة الخط المستقيم الذى يمر بالنقطة أ وينصف $\overline{\text{ب حـ}}$

١٦ فى المثلث أ ب حـ القائم الزاوية فى حـ ، أ ب = ١٣ سم ، ب حـ = ١٢ سم **أثبت أن :**
جا أ جتا ب + جتا أ جا ب = ١

مذکـــرات

مذکـــرات



احرص على اقتناء

كتب **المعاصر**

في الرياضيات و اللغة الإنجليزية

للصف 3 الإعدادى

الفصل الدراسي الثانى

الجزء الخاص بالتقويم المستمر
يصرف مجانًا مع الكتاب



الصف الثالث الإعدادى
الفصل الدراسى الأول

الرياضيات

GPS
مكتبة الطلبة
للطبع والنشر والتوزيع
٣ شارع كامل صدقى - الفجالة
تليفون: ٢٥٩٠٢٩٩٧ - ٢٥٩٣٧٧٩١ - ٢٥٩٣٤٠١٢ / ٠٢
www.gpseducation.com
الخط الساخن
١٥٠١٤
6 223007 310512

2026

المعاصر

إعداد نخبة من خبراء التعليم



الإجابات

الصف الثالث الإعدادى

الفصل الدراسى الأول

الرياضيات

المعاصر

إعداد نخبة من خبراء التعليم

الإجابات

٢٠٢٦



الصف الثالث الإعدادى

الفصل الدراسى الأول

الرياضيات

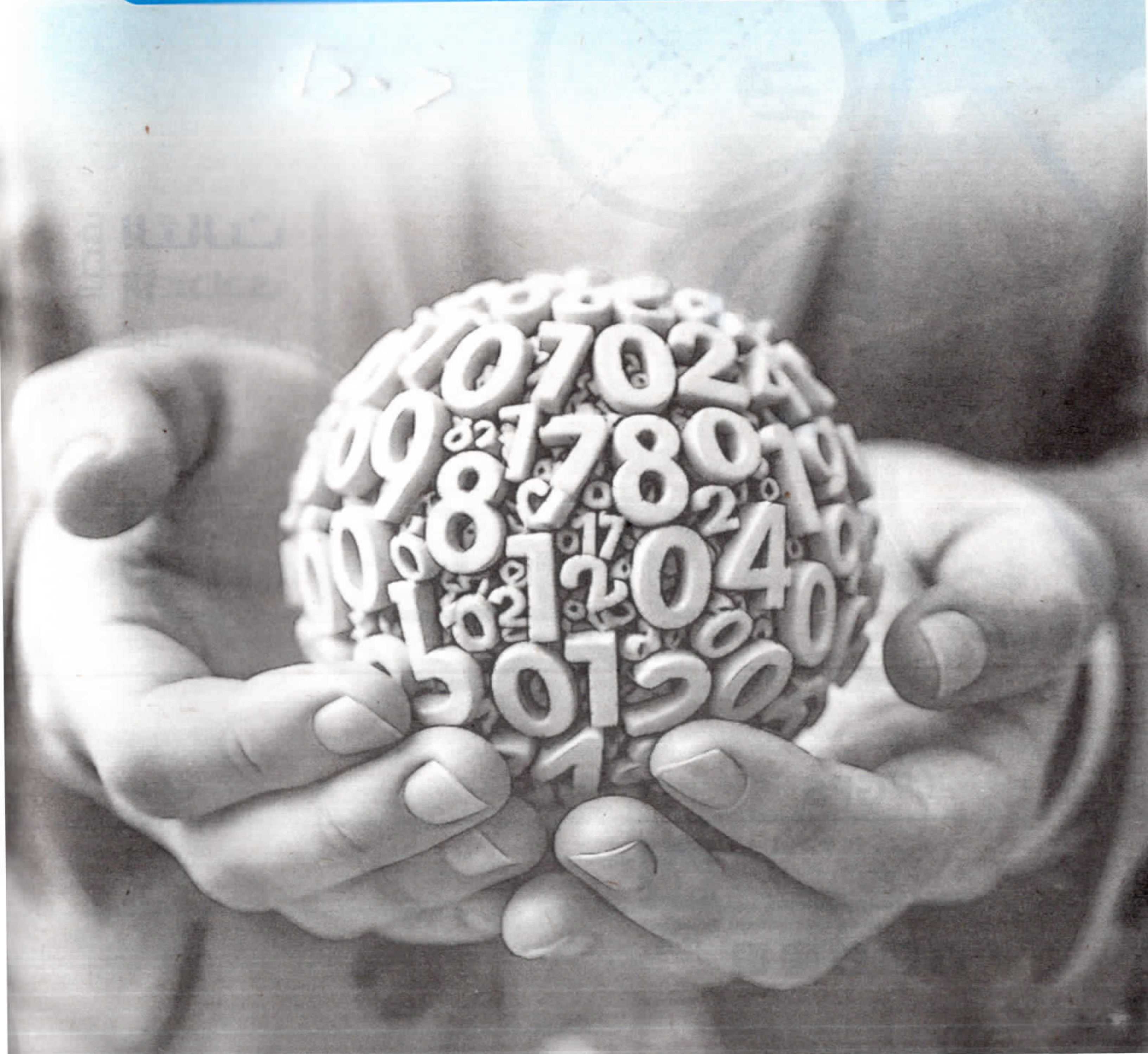
GPS

مكتبة الطلبة
للطبع والنشر والتوزيع
٣ شارع كامل صدقى - الفجالة
تليفون: ٢٥٩٠٢٩٩٧ - ٢٥٩٣٧٧٩١ - ٠٢/ ٢٥٩٣٤٠١٢
www.gpseducation.com

الخط الساخن
١٥٠١٤

إجابات تمارين

الجبر والإحصاء



إجابات الوحدة الأولى

إجابات تمارين ١

١

[١] أ = −٥ ، ب = ٩

[٢] أ = $\sqrt{٢٥}$ = ٥ ، ب = $\sqrt[٣]{٢٧}$ = ٣

[٣] أ − ٢ = ٢ ∴ أ = ٤

، ب + ١ = −٣ ∴ ب = −٤

[٤] ٢ − أ = ٦ ∴ أ = −٤

، ب − ٣ = −١ ∴ ب = ٢

[٥] أ − ٧ = −٢ ∴ أ = ٥

، $ب^{٣}$ − ١ = ٢٦ ∴ $ب^{٣}$ = ٢٧ ∴ ب = $\sqrt[٣]{٢٧}$ = ٣

[٦] أ = ٢ − أ ∴ ٢ أ = ٢ ∴ أ = ١

، ب = ٢ ب − ٣ ∴ ب = ٣

[٧] $أ^{٥}$ = ٣٢ ∴ $أ^{٥}$ = $٢^{٥}$ ∴ أ = ٢

، $ب^{٢}$ − ١ = $\sqrt[٣]{٢٧}$ ∴ $ب^{٢}$ − ١ = ٣

∴ $ب^{٢}$ = ٤ ∴ ب = ± ٢

[٨] ب = ٧ ، أ = $ب^{٢}$ = ٤٩

[٩] أ = ٧ ، ٢ أ = ٢ ب + ١ ∴ ٢ ب + ١ = ١٤

∴ ٢ ب = ١٣ ∴ ب = ٦,٥

[١٠] ٥ أ − ١ = ٣ ∴ ٥ أ = ٤ ∴ أ = $\frac{٤}{٥}$

، ب = ٤ أ ∴ ب = ٤ × $\frac{٤}{٥}$ ∴ ب = $\frac{١٦}{٥}$

٢

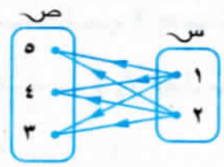
[١] (أ) [٢] (د) [٣] (جـ)

[٤] (جـ) [٥] (د)

٣

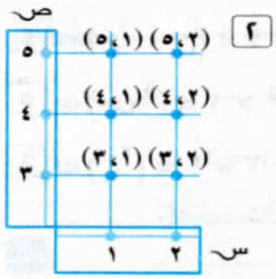
س × ص = {(١ ، ٣) ، (١ ، ٤) ، (١ ، ٥) ، (٢ ، ٣) ، (٢ ، ٤) ، (٢ ، ٥)}

[١]



المخطط السهمي

[٢]

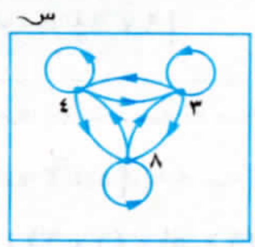


المخطط البياني

٤

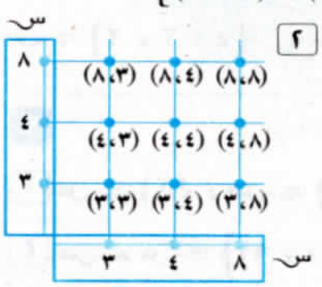
$س^{٢}$ = {(٣ ، ٣) ، (٣ ، ٤) ، (٣ ، ٨) ،
(٤ ، ٣) ، (٤ ، ٤) ، (٤ ، ٨) ،
(٨ ، ٣) ، (٨ ، ٤) ، (٨ ، ٨)}

[١]



المخطط السهمي

[٢]



المخطط البياني

٥

[١] س × ص = {(١ ، ٤) ، (٢ ، ٤) ، (٣ ، ٤)}

[٢] ص × س = {(٤ ، ١) ، (٤ ، ٢) ، (٤ ، ٣)}

[٣] $ص^{٢}$ = {(٤ ، ٤)}

[٤] ن($س^{٢}$) = $٣^{٢}$ = ٩

٦

[١] س × ص = {(٢ ، ٤) ، (٢ ، ٠) ، (−١ ، ٤) ،
(−١ ، ٠)}

[٢] ص × ع = {(٤ ، ٤) ، (٤ ، ٥) ، (٤ ، −٢) ،
(٠ ، ٤) ، (٠ ، ٥) ، (٠ ، −٢)}

[٣] $س^{٢}$ = {(٢ ، ٢) ، (٢ ، −١) ، (−١ ، ٢) ،
(−١ ، −١)}

٤ ن(س × ع) = ٢ × ٣ = ٦

٥ ن(ص^2) = ٢ × ٢ = ٤

٦ ن(ع^2) = ٣ × ٣ = ٩

٧

١ (ب)	٢ (ب)	٣ (د)	٤ (د)
٥ (أ)	٦ (د)	٧ (أ)	٨ (أ)
٩ (ب)	١٠ (ب)	١١ (أ)	١٢ (د)
١٣ (ب)	١٤ (جـ)	١٥ (جـ)	١٦ (جـ)

٨

س = {٢ ، ٣ ، ٥} ، ص = {٦ ، ٩}

٩

١ س = {١} ، ص = {١ ، ٣ ، ٥}

٢ ص × س = {(١ ، ١) ، (٣ ، ١) ، (٥ ، ١)}

٣ ص^2 = {(١ ، ١) ، (١ ، ٣) ، (١ ، ٥) ،
(٣ ، ١) ، (٣ ، ٣) ، (٣ ، ٥) ،
(٥ ، ١) ، (٥ ، ٣) ، (٥ ، ٥)}

١٠

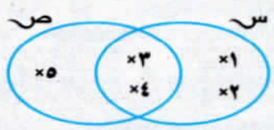
س = {١ ، ٢}

١١

س = {٣}

∴ س^2 = {٣} × {٣} = {(٣ ، ٣)}

١٢



١ (س ∩ ص) × ص

= {٣ ، ٤} × {٣ ، ٤ ، ٥}

= {(٣ ، ٣) ، (٣ ، ٤) ، (٣ ، ٥) ، (٤ ، ٣) ،
(٤ ، ٤) ، (٤ ، ٥)}

٢ (س − ص) × ص = {١ ، ٢} × {٣ ، ٤ ، ٥}

= {(١ ، ٣) ، (١ ، ٤) ، (١ ، ٥) ،
(٢ ، ٣) ، (٢ ، ٤) ، (٢ ، ٥)}

٣ (ص − س) × س = {٥} × {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤}

= {(٥ ، ١) ، (٥ ، ٢) ، (٥ ، ٣) ، (٥ ، ٤)}

١٣

١ س × (ص ∩ ع) = {٣ ، ٤} × {٥}

= {(٣ ، ٥) ، (٤ ، ٥)}

٢ (س − ص) × ع = {٣} × {٦ ، ٥}

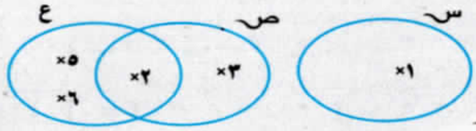
= {(٣ ، ٦) ، (٣ ، ٥)}

٣ (س − ص) × (ص − ع) = {٣} × {٤}

= {(٣ ، ٤)}

١٤

أولاً :



١ س × ص

= {(١ ، ٢) ، (١ ، ٣)}

٢ ص × ع = {(٢ ، ٢) ، (٢ ، ٥) ، (٢ ، ٦) ،
(٣ ، ٢) ، (٣ ، ٥) ، (٣ ، ٦)}

٣ س × ع = {(١ ، ٢) ، (١ ، ٥) ، (١ ، ٦)}

٤ ص^2 = {(٢ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٢) ، (٣ ، ٣)}

ثانيًا : (س × ص) ∪ (ص × ع)

= {(١ ، ٢) ، (١ ، ٣) ، (٢ ، ٢) ، (٢ ، ٥) ،
(٢ ، ٦) ، (٣ ، ٢) ، (٣ ، ٥) ، (٣ ، ٦)}

ثالثًا : س × (ص ∩ ع) = {١} × {٢} = {(١ ، ٢)}

رابعًا : (س × ص) ∩ (س × ع) = {(١ ، ٢)}

خامسًا : (ع − ص) × (س ∪ ص)

= {٥ ، ٦} × {١ ، ٢ ، ٣}

= {(٥ ، ١) ، (٥ ، ٢) ، (٥ ، ٣) ،
(٦ ، ١) ، (٦ ، ٢) ، (٦ ، ٣)}

١٥

[١] ∵ ص = {٢ ، ٣}   ∴ ن(ص) = ٢

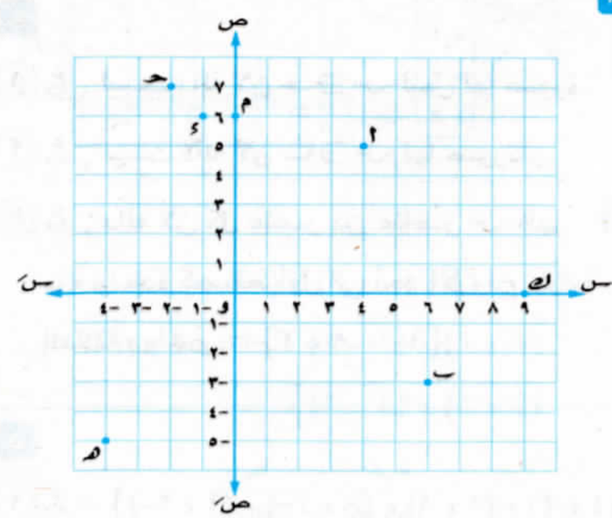
، ∵ ن(س × ص) = ٦   ∴ ن(س) = ٣

∴ س = {١ ، ٢ ، ٣}

[٢] (س ∩ ص) × ص = {٢ ، ٣} × {٢ ، ٣}

= {(٢ ، ٢) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٢) ، (٣ ، ٣)}

١٦



أ في الربع الأول ، ب في الربع الرابع

، حـ في الربع الثاني ، ء في الربع الثاني

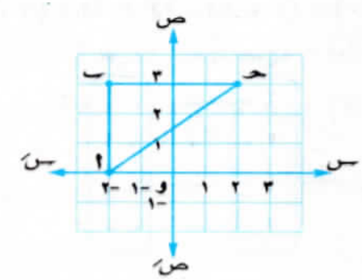
، هـ في الربع الثالث ، م على محور الصادات.

، ك على محور السينات.

١٧

[١] (ب)	[٢] (أ)	[٣] (جـ)	[٤] (ب)
[٥] (د)	[٦] (ب)	[٧] (د)	[٨] (د)
[٩] (جـ)	[١٠] (ب)	[١١] (أ)	[١٢] (جـ)
[١٣] (د)	[١٤] (أ)	[١٥] (ب)	[١٦] (جـ)

١٨



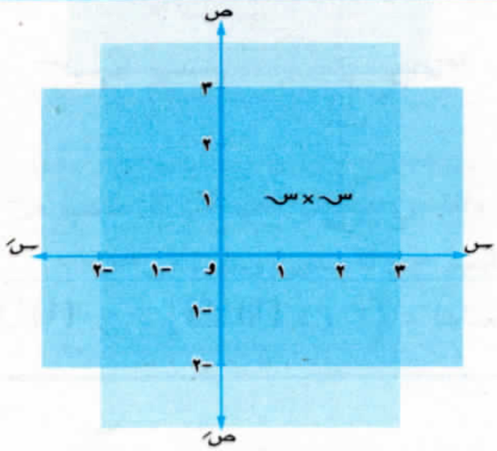
∵ أب = ٣ وحدات طولية ، ب حـ = ٤ وحدات طولية.

∴ مساحة Δ أ ب حـ = $\frac{1}{2}$ × أب × ب حـ

= $\frac{1}{2}$ × ٣ × ٤

= ٦ وحدات مربعة.

١٩

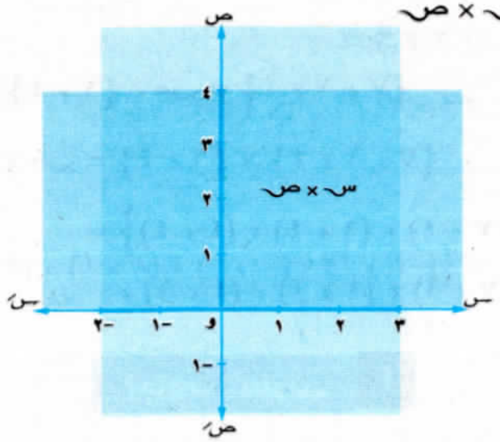


أ ∈ س × س ، ب ∈ س × س

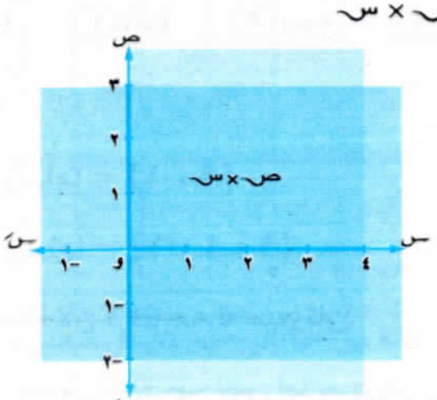
حـ ∉ س × س ، ء ∈ س × س

٢٠

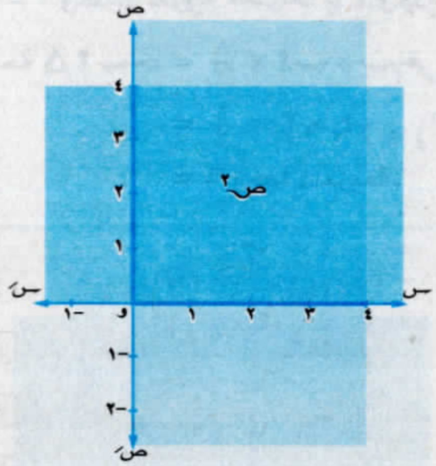
[١] س × ص



[٢] ص × س



٣ ص^{٢}



٢١ ١ (أ) ٢ (أ)

٢٢

∵ س = {أ ، ٢} ، ص = {١ ، ٢ ، ٣}

، س ⊂ ص

∴ أ = ١ أ، أ = ٣

٢٣

س = {٤ ، ١} ، ص = {٤ ، ١ ، ٧}

، س × ص = {٤ ، ١} × {٤ ، ١ ، ٧}

= {(٤ ، ٤) ، (٤ ، ١) ، (٤ ، ٧)

، (١ ، ٤) ، (١ ، ١) ، (١ ، ٧)}

إجابات تمارين ٢

١ ١ (ب) ٢ (ب) ٣ (جـ) ٤ (أ)

٢

ع$_{١}$ دالة ، ومداها = {١ ، ٩}

ع$_{٢}$ دالة ، ومداها = {١ ، ٤ ، ٩}

ع$_{٣}$ ليست دالة لأن ١ ∈ س له صورتان.

ع$_{٤}$ ليست دالة لأن ٢ ∈ س ليس لها صورة.

٣

ت$_{١}$ ليست دالة لأن ٣ ∈ س ليس لها صورة

ت$_{٢}$ ليست دالة لأن ٢ ∈ س لها صورتان.

ت$_{٣}$ دالة ، وبيانها = {(أ ، ٣) ، (ب ، ٣) ، (حـ ، ٣)

، (ء ، ٣) ، (هـ ، ٣)}

، ومداها = {٣}

٤

١ ع$_{١}$ ليست دالة لأن حـ ∈ س ليس لها صورة.

٢ ع$_{٢}$ ليست دالة لأن ب ∈ س لها صورتان.

٣ ع$_{٣}$ دالة لأن كل عنصر من عناصر س ظهر مرة واحدة كمسقط أول فى أحد الأزواج المرتبة للعلاقة، والمدى = {٢ ، ٨ ، ١٠}

٥

١ ع = {(-٣ ، ١) ، (-٣ ، ٨) ، (١ ، ٢) ، (٤ ، ٤)}

٢ ع ليست دالة لأن -٣ ∈ س لها صورتان.

٣ ∵ (س ، ٢) ∈ بيان ع ∴ س = ١

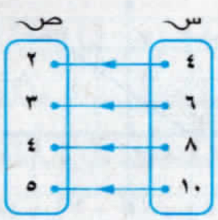
٦

ع = {(١ ، ٣) ، (٢ ، ٦) ، (٣ ، ٩)}

، ع دالة من س إلى ص لأن كل عنصر من عناصر س له صورة وحيدة فى ص ، ومداها = {٣ ، ٦ ، ٩}

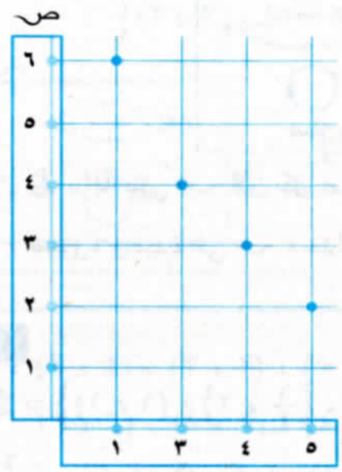
٧

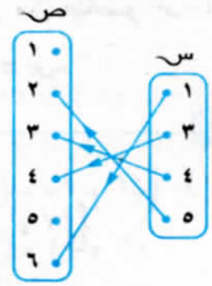
ع = {(٤ ، ٢) ، (٦ ، ٣) ، (٨ ، ٤) ، (١٠ ، ٥)}



٨

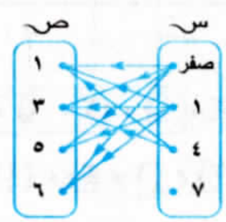
ع = {(١ ، ٦) ، (٣ ، ٤) ، (٤ ، ٣) ، (٥ ، ٢)}





٩

ع = {(٠ ، ١) ، (٠ ، ٣) ، (٠ ، ٥) ، (٠ ، ٦) ،
(١ ، ١) ، (١ ، ٣) ، (١ ، ٥) ، (١ ، ٦) ،
(٤ ، ١) ، (٤ ، ٣)}



ع ليست دالة لأن ٠ ∈ س ، ١ ∈ س ، ٤ ∈ س
لهم أكثر من صورة فى ص وكذلك ٧ ∈ س ليس لها
صورة فى ص

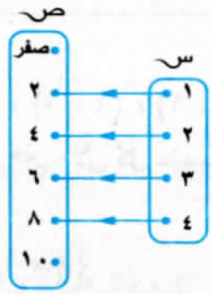
١٠

ع = {(٢ ، ٤) ، (٢ ، ٥) ، (٢ ، ٦) ، (٢ ، ٧) ،
(٢ ، ٩) ، (٤ ، ٤) ، (٤ ، ٥) ، (٤ ، ٦) ،
(٤ ، ٧) ، (٤ ، ٩) ، (٥ ، ٥) ، (٥ ، ٦) ،
(٥ ، ٧) ، (٥ ، ٩) ، (٧ ، ٧) ، (٧ ، ٩)}

، مثل بنفسك.

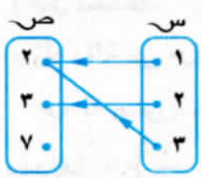
١١

١ ع = {(١ ، ٢) ، (٢ ، ٤) ، (٣ ، ٦) ، (٤ ، ٨)}



٢ ع دالة من س إلى ص لأن كل عنصر من
عناصر س له صورة وحيدة فى ص
، مداها = {٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨}

١٢



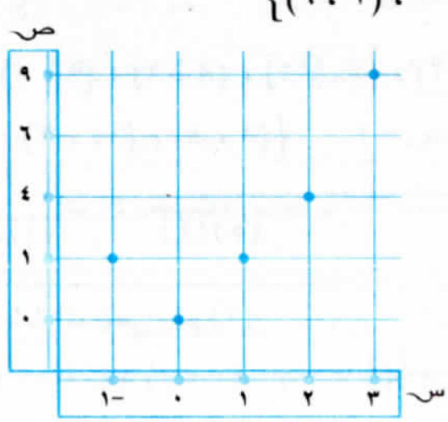
١ ع = {(١ ، ٢) ، (٢ ، ٣)
، (٣ ، ٢)}

نعم ع دالة

٢ ∵ (٢ ، ٣) ∈ بيان ع
، ∵ ٢ م ع ٣
∴ ٢ م = ٢ ∴ م = ١

١٣

١ ع = {(-١ ، ١) ، (٠ ، ٠) ، (١ ، ١) ، (٢ ، ٤)
، (٣ ، ٩)}



٢ ع دالة من س إلى ص لأن كل عنصر من عناصر
س له صورة وحيدة فى ص

١٤

ع = {(١ ، ١) ، (٢ ، ٨)} ، ومثل بنفسك.

١٥

ع = {(-١ ، -١) ، (١ ، ١) ، (٢ ، ٨)}

ع دالة من س إلى ص لأن كل عنصر فى س له صورة وحيدة فى ص

، مداها = {-١ ، ١ ، ٨}

١٦

ع = {(-٢ ، ١/٤) ، (-١ ، ١/٢) ، (٠ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (٢ ، ٤)}

، مثل بنفسك.

، ع دالة من س إلى ص لأن كل عنصر من عناصر س له صورة وحيدة فى ص

ومداها = {١/٤ ، ١/٢ ، ١ ، ٢ ، ٤}

١٧

ع = {(٢ ، ١٠) ، (٢ ، ١٦) ، (٢ ، ٢٤) ، (٢ ، ٣٠) ، (٥ ، ١٠) ، (٥ ، ٣٠) ، (٨ ، ١٦) ، (٨ ، ٢٤)}

، ومثل بنفسك.

ع ليست دالة لأن ٢ ∈ س لها أكثر من صورة فى ص

وكذلك ٥ ∈ س ، ٨ ∈ س لهما صورتان فى ص

١٨

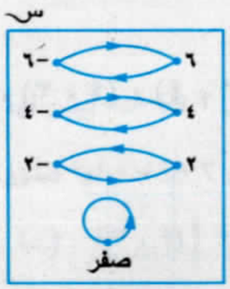
ع = {(٢ ، ٦) ، (٢ ، ٨) ، (٢ ، ١٠) ، (٣ ، ٦) ، (٣ ، ١٥) ، (٤ ، ٨)}

١٩ [١] (أ) [٢] (جـ)

٢٠ المخطط السهمى رقم (٢)

٢١

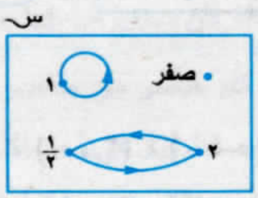
ع = {(٦ ، -٦) ، (٤ ، -٤) ، (٢ ، -٢) ، (٠ ، ٠) ، (-٢ ، ٢) ، (-٤ ، ٤) ، (-٦ ، ٦)}



∴ ع دالة على س لأن كل عنصر من عناصر س له صورة وحيدة فى س ، مداها = س

٢٢

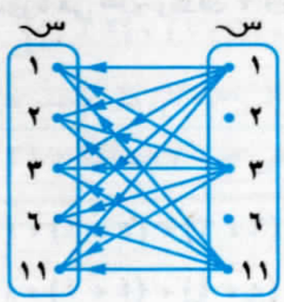
ع = {(١ ، ١) ، (٢ ، ١/٢) ، (١/٢ ، ٢)}



∴ ع ليست دالة لأن ٠ ∈ س ليس له صورة فى س

٢٣

ع = {(١ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (١ ، ٣) ، (١ ، ٦) ، (١ ، ١١) ، (٣ ، ١) ، (٣ ، ٢) ، (٣ ، ٣) ، (٣ ، ٦) ، (٣ ، ١١) ، (١١ ، ١) ، (١١ ، ٢) ، (١١ ، ٣) ، (١١ ، ٦) ، (١١ ، ١١)}



ع ليست دالة لأن كلاً من ١ ∈ س ، ٣ ∈ س ، ١١ ∈ س لهم أكثر من صورة فى س وكذلك كل من ٢ ∈ س ، ٦ ∈ س ليس لهما صور فى س

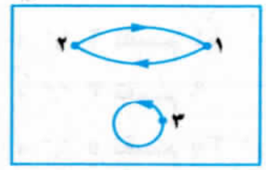
٢٤

∵ س = {١ ، ٢ ، ٣}

∴ ع = {(١ ، ٢) ، (٢ ، ١) ، (٣ ، ٣)}

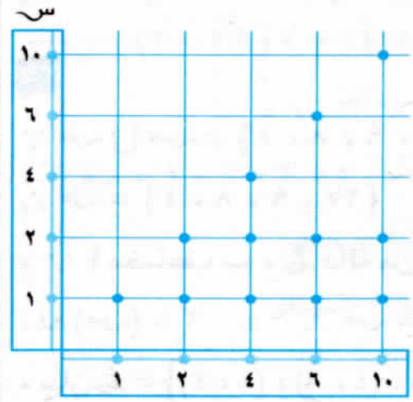
∴ ع دالة.

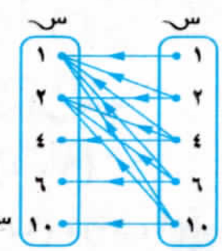
، ومداها = {١ ، ٢ ، ٣}



٢٥

ع = {(١ ، ١) ، (٢ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٤ ، ١) ،
(٤ ، ٢) ، (٤ ، ٤) ، (٦ ، ١) ، (٦ ، ٢) ،
(٦ ، ٦) ، (١٠ ، ١) ، (١٠ ، ٢) ، (١٠ ، ١٠)}

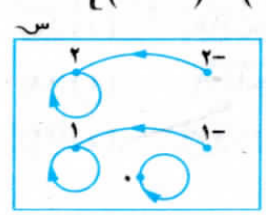




ع ليست دالة لأن كلاً من ٢ ∈ س ، ٤ ∈ س
، ٦ ∈ س ، ١٠ ∈ س لهم أكثر من صورة فى س

٢٦

ع = {(−٢ ، ٢) ، (−١ ، ١) ، (٠ ، ٠)
، (١ ، ١) ، (٢ ، ٢)}



ع دالة على س

٢٧

١ لكى تكون ع دالة من س إلى ص يجب أن كل عنصر فى س يكون له صورة وحيدة فى ص

، ∵ −٢ صورتها ٣ ، ٢ صورتها ٣

فإن ٥ صورتها يجب أن تكون ٢٥ − ١ = ٢٤

∴ ل = ٢٤

٢ مثل بنفسك.

٢٨

١ ع$_1$ = {(٠ ، ٠) ، (٤ ، ٢) ، (١٦ ، ٤)}

∴ ع$_1$ دالة من س إلى ص

٢ ع$_2$ = {(٠ ، ٠)}

∴ ع$_2$ ليست دالة لأن كلاً من ٤ ∈ س ، ١٦ ∈ س ليس لهما صورة فى ص

٣ ع$_3$ = {(٠ ، ٠) ، (٤ ، ٢)}

∴ ع$_3$ ليست دالة لأن ١٦ ∈ س ليس لها صورة فى ص

٢٩

أ ع ب ، أ × ب = ١٢

١ ∵ س ع ٤ ∴ س × ٤ = ١٢

∴ س = ٣

٢ ∵ ص ع ٣ ص ∴ ص × ٣ ص = ١٢

∴ ٣ ص^2 = ١٢ ∴ ص^2 = ٤

∴ ص = ٢

أ، ص = −٢ مرفوض (لأن ص ∈ ط)

٣٠

∵ ع$_1$ = {(١ ، −١) ، (٠ ، ٠) ، (−١ ، ١)}

، ع$_2$ = {(١ ، ١) ، (−١ ، −١)} ، ع = ع$_1$ ∩ ع$_2$

∴ ع = ∅ ، ع ليست دالة.

٣١

١ ع = {(١ ، ١٣) ، (١ ، ٣١) ، (٢ ، ٢٣) ، (٣ ، ١٣) ، (٣ ، ٣١) ، (٣ ، ٢٣)}

، ومثل بنفسك.

٢ ٢ ع ٦٥ خطأ ، اذكر السبب بنفسك.

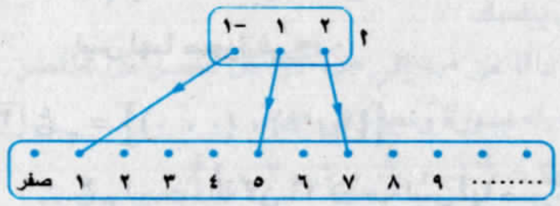
١ ع ٣١ صواب ، اذكر السبب بنفسك.

٣ ع ١٣ صواب ، اذكر السبب بنفسك.

٣ م = {(٢ ، ٢٣) ، (٣ ، ٢٣)}

٣٢

ع = {(−١ ، ١) ، (١ ، ٥) ، (٢ ، ٧)}



٣٣

١ ل لا تمثل علاقة لأن : ل ⊄ س × ص

٢ م تمثل علاقة لأن : م ⊂ س × ص

٣٤

١ مدى الدالة = {٣ ، ١ ، ٥}

٢ ∵ ع دالة على س

∴ يجب أن كل عنصر فى س يظهر كمسقط أول مرة واحدة فى بيان ع

∴ أ = ٣ ، ب = ٥ أو أ = ٥ ، ب = ٣

∴ أ + ب = ٣ + ٥ = ٨

٣٥

ع = {(−١ ، ١) ، (٠ ، ٠) ، (١ ، ١)}

ع ليست دالة لأن −٢ ∈ س ، ٢ ∈ س لم يظهر أى منهما كمسقط أول فى بيان العلاقة.

٣٦

∵ أ تقسم ب

، س ∪ ص = {٢ ، ٣ ، ٥ ، ١١ ، ١٤ ، ٩ ، ٣٥}

، ع دالة

، ∵ ٢ تقسم ١٤ ∴ ٢ ∈ س ، ١٤ ∈ ص

، ∵ ٣ تقسم ٩ ∴ ٣ ∈ س ، ٩ ∈ ص

، ∵ ٥ تقسم ٣٥ ∴ ٥ ∈ س ، ٣٥ ∈ ص

، ∵ ن(س) = ٣ ∴ س = {٢ ، ٣ ، ٥}

، ∵ ن(س × ص) = ١٢ ∴ ن(ص) = ٤

∴ ص = {١٤ ، ٩ ، ٣٥ ، ١١}

، ع = {(٢ ، ١٤) ، (٣ ، ٩) ، (٥ ، ٣٥)}

ومداها = {١٤ ، ٩ ، ٣٥}

٣٧

∵ س ∪ ص = {٤ ، ٨ ، ٩ ، ٢٧} ، ن(س) = ٤

∴ س = {٤ ، ٨ ، ٩ ، ٢٧}

، ∵ أ مضاعف ب ، ع دالة من س إلى ص

، ن(ص) = ٢ ∴ ص = {٤ ، ٩}

، بيان ع = {(٤ ، ٤) ، (٨ ، ٤) ، (٩ ، ٩) ، (٢٧ ، ٩)}

، مدى الدالة = {٤ ، ٩}

إجابات تمارين ٣

١

١ (جـ)	٢ (د)	٣ (ب)	٤ (جـ)
٥ (د)	٦ (جـ)	٧ (أ)	٨ (د)
٩ (جـ)	١٠ (ب)	١١ (د)	١٢ (د)
١٣ (جـ)	١٤ (د)	١٥ (جـ)	١٦ (أ)
١٧ (جـ)	١٨ (أ)	١٩ (جـ)	٢٠ (أ)
٢١ (ب)	٢٢ (د)	٢٣ (د)	٢٤ (د)

٢

الدرجة	د(−٢)	د(٠)	د($\frac{1}{2}$)
١ الأولى	٧	٣	٢
٢ الثانية	صفر	−٤	−٣ $\frac{3}{4}$

٣

∵ د (٢) = ٢ × (٢)^{٢} − ٥ × ٢ + ٢ = صفر

، د ($\frac{١}{٢}$) = ٢ × ($\frac{١}{٢}$)^{٢} − ٥ × $\frac{١}{٢}$ + ٢ = صفر

∴ د (٢) = د ($\frac{١}{٢}$)

٤

∵ د (٢) = ٢ × ٢ − ١ = ٣ ، د (١) = ٢ × ١ − ١ = ١

∴ د (٢) − ٣ د (١) = ٣ − ٣ × ١ = صفر

٥

[١] د ($\sqrt{٢}$) + ٣ ى ($\sqrt{٢}$)

= ($\sqrt{٢}$)^{٢} − ٣ × $\sqrt{٢}$ + ٣ ($\sqrt{٢}$ − ٣)

= ٢ − ٣ $\sqrt{٢}$ + ٣ $\sqrt{٢}$ − ٩ = −٧

[٢] ∵ د (٣) = (٣)^{٢} − ٣ × ٣ = ٩ − ٩ = صفر

، ى (٣) = ٣ − ٣ = صفر

∴ د (٣) = ى (٣) = صفر

٦

∵ د (١ + $\sqrt{٦}$) = (١ + $\sqrt{٦}$)^{٢} − ٢ (١ + $\sqrt{٦}$) − ٥

= ١ + ٢ $\sqrt{٦}$ + ٦ − ٢ − ٢ $\sqrt{٦}$ − ٥

= صفر

، د (١ − $\sqrt{٦}$) = (١ − $\sqrt{٦}$)^{٢} − ٢ (١ − $\sqrt{٦}$) − ٥

= ١ − ٢ $\sqrt{٦}$ + ٦ − ٢ + ٢ $\sqrt{٦}$ − ٥

= صفر

∴ د (١ + $\sqrt{٦}$) = د (١ − $\sqrt{٦}$) = ٠

٧

[١] ∵ أ = صفر ∴ د (س) = ب س + ٥

∴ د من الدرجة الأولى

[٢] ∵ د (٣) = ١١ ∴ ب × ٣ + ٥ = ١١

∴ ٣ ب = ٦ ∴ ب = $\frac{٦}{٣}$ = ٢

٨

د (١) = ٥ × ١ − ب = ٥ − ب ، ى (٣) = ٣ − ٢ ب

، ∵ د (١) + ى (٣) = −٧

∴ ٥ − ب + ٣ − ٢ ب = −٧

∴ ٨ − ٣ ب = −٧ ∴ ٨ + ٧ = ٣ ب

∴ ١٥ = ٣ ب ∴ ب = $\frac{١٥}{٣}$ = ٥

∴ د (س) = ٥ س − ٥

∴ د (٣) = ٥ × ٣ − ٥ = ١٥ − ٥ = ١٠

، ى (س) = س − ١٠ ∴ ى (١) = ١ − ١٠ = −٩

∴ د (٣) + ى (١) = ١٠ − ٩ = ١

٩

∵ د (س) = ى (س) ∴ (س − ٣)^{٢} = س − ٣

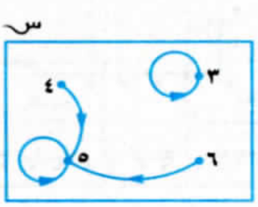
∴ س^{٢} − ٦ س + ٩ − س + ٣ = ٠

∴ س^{٢} − ٧ س + ١٢ = ٠

∴ (س − ٣) (س − ٤) = ٠ ∴ س = ٣ أ، س = ٤

١٠

[١]



[٢] بيان د = {(٣ ، ٣) ، (٤ ، ٥) ، (٥ ، ٥) ، (٦ ، ٥)}

ومداها = {٣ ، ٥}

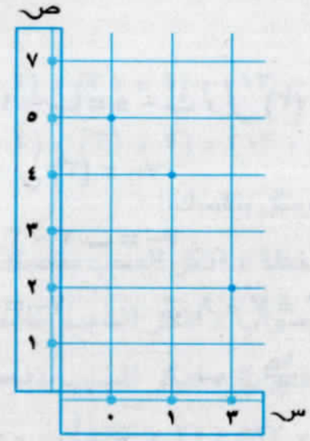
١١

[١] ∵ د (٠) = ٥ − ٠ = ٥

، وهكذا د (١) = ٤ ، د (٣) = ٢

∴ مدى الدالة د = {٥ ، ٤ ، ٢}

٢



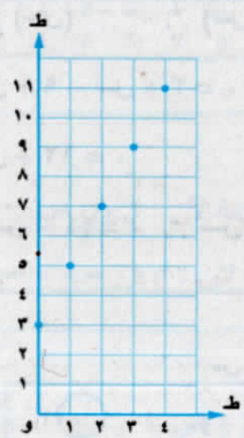
١٢

١ ت (٠) = ٢ × ٠ + ٣ = ٣

وهكذا ت (١) = ٥ ، ت (٢) = ٧

، ت (٣) = ٩ ، ت (٤) = ١١ ، ت (٥) = ١٣

٢



٣ مدى ت = {٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ، ١١ ، ١٣ ، ...}

= مجموعة الأعداد الطبيعية الفردية ما عدا {١}

١٣

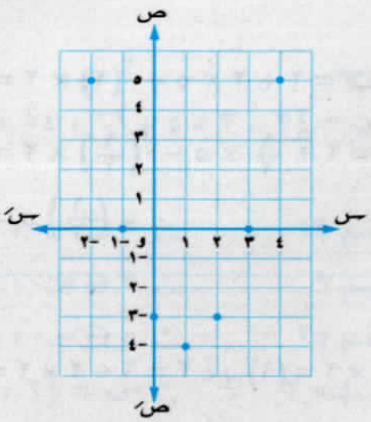
١ د (٤) = (٤)^{٢} − ٢ × ٤ − ٣ = ١٦ − ٨ − ٣ = ٥

وهكذا د (٣) = ٠ ، د (٢) = −٣

، د (١) = −٤ ، د (٠) = −٣ ، د (−١) = ٠

، د (−٢) = ٥

٢



٣ من ١ ∵ د (٤) = ٥ ، د (−٢) = ٥

∴ س = ٤ أ، −٢

١٤

∵ د (أ) = ب ∴ ب = أ^{٢} + ب

∴ أ^{٢} = ٠ ∴ أ = ٠

∴ أ ب^{٢} + ٥ = (٠) ب^{٢} + ٥ = ٥

١٥

١ المجال = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥}

٢ المدى = {٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ، ١١}

٣ قاعدة الدالة هى : د (س) = ٢ س + ١

١٦

∵ د (٠) = ٠ ∴ ٢ × (٠)^{٢} + ب × ٠ + حـ = ٠

∴ حـ = ٠ ∴ د (س) = ٢ س^{٢} + ب س

، ∵ د (٣) = ٠

∴ ٠ = ٢ (٣)^{٢} + ٣ ب ∴ ب = −٦

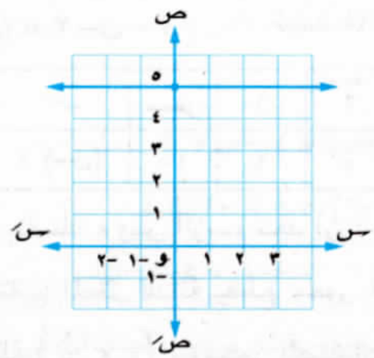
إجابات تمارين ٤

١

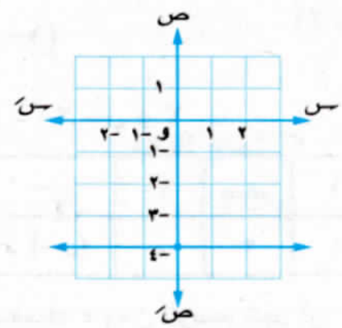
١ (أ)	٢ (ب)	٣ (جـ)	٤ (ب)
٥ (أ)	٦ (أ)	٧ (جـ)	٨ (د)
٩ (ب)	١٠ (ب)	١١ (ب)	١٢ (جـ)
١٣ (جـ)	١٤ (أ)	١٥ (أ)	١٦ (ب)

٢

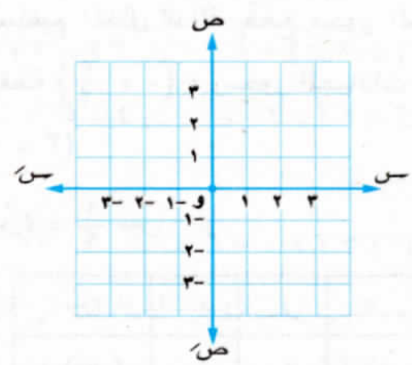
١



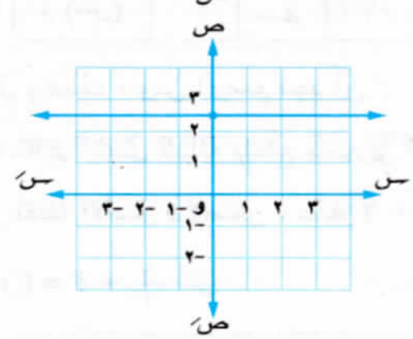
٢



٣



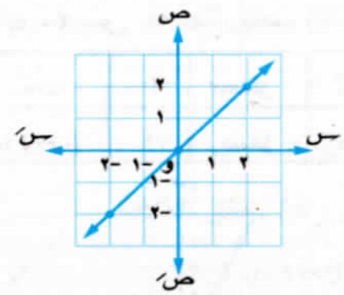
٤



٣

١ د (س) = س

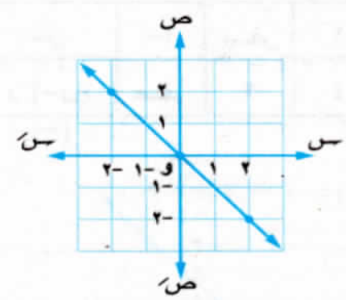
س	-٢	صفر	٢
د (س)	-٢	صفر	٢



• المستقيم الممثل للدالة يقطع محورى الإحداثيات فى نقطة الأصل و (صفر ، صفر)

٢ د (س) = - س

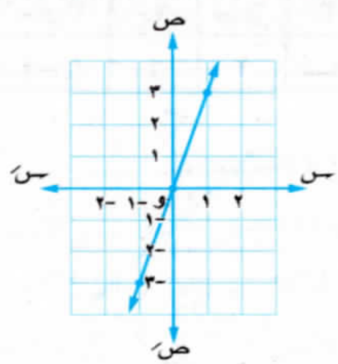
س	-٢	صفر	٢
د (س)	٢	صفر	-٢



• المستقيم الممثل للدالة يقطع محورى الإحداثيات فى نقطة الأصل و (صفر ، صفر)

٣ د (س) = ٣ س

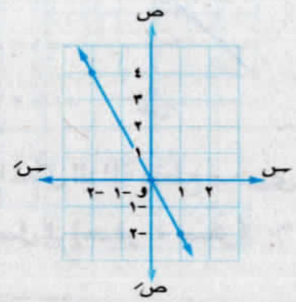
س	-١	صفر	١
د (س)	-٣	صفر	٣



• المستقيم الممثل للدالة يقطع محورى الإحداثيات فى نقطة الأصل و (صفر ، صفر)

٤ د (س) = −٢ س

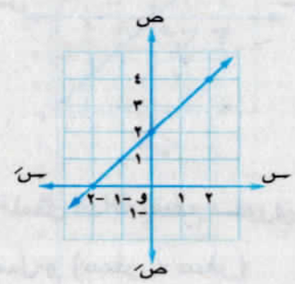
س	−٢	صفر	١
د (س)	٤	صفر	−٢



● المستقيم الممثل للدالة يقطع محورى الإحداثيات فى نقطة الأصل و (صفر ، صفر)

٥ د (س) = س + ٢

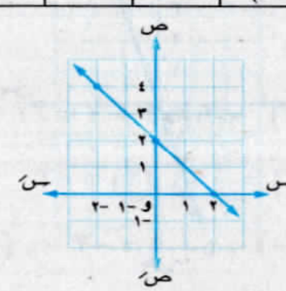
س	−٢	صفر	٢
د (س)	صفر	٢	٤



● المستقيم الممثل للدالة يقطع محور السينات فى النقطة (−٢ ، ٠) ، ومحور الصادات فى النقطة (٠ ، ٢)

٦ د (س) = ٢ − س

س	−٢	صفر	٢
د (س)	٤	٢	صفر



● المستقيم الممثل للدالة يقطع محور السينات فى النقطة (٢ ، ٠) ، ومحور الصادات فى النقطة (٠ ، ٢)

٧ د (س) = ٣ س − ١

س	صفر	١	٢
د (س)	−١	٢	٥

● مثل بنفسك ، ومن الرسم نجد أن :

المستقيم الممثل للدالة يقطع محور السينات فى النقطة $\left(\frac{١}{٣} ، ٠\right)$ ، ومحور الصادات فى النقطة (٠ ، −١)

٨ د (س) = −٢ س + ٣

س	−١	صفر	١
د (س)	٥	٣	١

● مثل بنفسك ، ومن الرسم نجد أن :

المستقيم الممثل للدالة يقطع محور السينات فى النقطة $\left(\frac{٣}{٢} ، ٠\right)$ ، ومحور الصادات فى النقطة (٠ ، ٣)

٩ د (س) = $\frac{١}{٢}$ س

س	−٢	صفر	٢
د (س)	−١	صفر	١

● مثل بنفسك ، ومن الرسم نجد أن :

المستقيم الممثل للدالة يقطع محورى الإحداثيات فى نقطة الأصل و (صفر ، صفر)

١٠ د (س) = ٥ − $\frac{١}{٢}$ س

س	صفر	٢	٤
د (س)	٥	٤	٣

● مثل بنفسك ، ومن الرسم نجد أن :

المستقيم الممثل للدالة يقطع محور السينات فى النقطة (١٠ ، ٠) ، ومحور الصادات فى النقطة (٠ ، ٥)

٤ ∵ د دالة خطية

∴ أ = صفر

∴ د (س) = ٥ س + ٤

∴ د (–٢) = ٥ × –٢ + ٤

= –١٠ + ٤ = –٦

٥ ∵ المستقيم يقطع محور الصادات فى النقطة (ب ، ٢)

∴ ب = ٠

، ∵ (٠ ، ٢) تحقق الدالة

∴ ٦ × ٠ – أ = ٢   ∴ – أ = ٢

∴ أ = –٢

٦ ∵ (أ ، ٢ أ) تحقق العلاقة

∴ ٢ أ = ٣ × أ – ٦   ∴ ٢ أ = ٣ أ – ٦

∴ ٣ أ – ٢ أ = ٦   ∴ أ = ٦

، عند س = ٠

∴ د (٠) = ٣ × ٠ – ٦ = –٦

∴ المستقيم يقطع محور الصادات فى النقطة (٠ ، –٦)

٧

[١] ∵ د (٣) = ٩   ∴ ٢ × ٣ + أ = ٩

∴ ٦ + أ = ٩   ∴ أ = ٣

[٢] عند ص = ٠   ∴ ٢ س + ٣ = ٠

∴ ٢ س = –٣   ∴ س = –٣/٢

∴ المستقيم يقطع محور السينات فى النقطة (–٣/٢ ، ٠)

٨ ∵ المستقيم الممثل للدالة يقطع جزءًا موجبًا من محور الصادات طوله ٣ وحدات.

∴ المستقيم يمر بالنقطة (٠ ، ٣)

∴ (٠ ، ٣) تحقق العلاقة

∴ ٣ = أ × ٠ + ب   ∴ ب = ٣

∴ د (س) = أ س + ٣

، ∵ (١ ، ٥) تحقق العلاقة

∴ ٥ = أ × ١ + ٣   ∴ أ = ٢

٩ ∵ النقطة (٠ ، –٣) تحقق العلاقة د (س) = أ س + ب

∴ –٣ = أ × ٠ + ب   ∴ ب = –٣

∴ د (س) = أ س – ٣

، ∵ النقطة (٣ ، ٠) تحقق العلاقة د (س) = أ س – ٣

∴ ٠ = ٣ × أ – ٣   ∴ ٣ أ = ٣

∴ أ = ١   ∴ د (س) = س – ٣

∴ د (١) = ١ – ٣ = –٢

١٠

[١] ∵ ر (٢) = ٩ – ٢ = ٧ وهكذا ر (٣) = ٦

، ر (٦) = ٣

∴ مجموعة صور عناصر المجموعة س بالدالة

ر = {٧ ، ٦ ، ٣}

[٢] ر ليست دالة خطية وذلك لأن كلًا من المجال والمجال المقابل ليسا مجموعة الأعداد الحقيقية.

١١

[١] بفرض أن أ (س ، ٠)

، ∵ النقطة أ (س ، ٠) تنتمى للخط المستقيم الممثل للدالة د

∴ ٤ – ٢ س = ٠   ∴ –٢ س = –٤

∴ س = –٤/–٢ = ٢   ∴ أ (٢ ، ٠)

، وبفرض أن ب (٠ ، ص)

، ∵ النقطة ب (٠ ، ص) تنتمى للخط المستقيم الممثل للدالة د

∴ ٤ − ٢ × ٠ = ص ∴ ص = ٤

∴ ب (٠ ، ٤)

[٢] مساحة Δ أ و ب = $\frac{١}{٢}$ × ٢ × ٤ = ٤ وحدة مربعة.

١٢

[١] ∵ د دالة ثابتة

تمثل بخط مستقيم يوازى محور السينات ويمر بالنقطة أ (٢ ، ٣)

∴ قاعدة الدالة د هى : د (س) = ٣

، ∵ ر دالة خطية تمثل بخط مستقيم يمر بالنقطتين أ (٢ ، ٣) ، و (٠ ، ٠)

∴ قاعدة الدالة ر هى ر (س) = ب س + حـ

، ∵ (٠ ، ٠) ∈ $\overleftrightarrow{\text{أو}}$ ∴ ٠ = ب × ٠ + حـ

∴ حـ = ٠ ∴ ر (س) = ب س

، ∵ (٢ ، ٣) ∈ $\overleftrightarrow{\text{أو}}$ ∴ ٣ = ب × ٢

∴ ب = $\frac{٣}{٢}$ ∴ ر (س) = $\frac{٣}{٢}$ س

[٢] د (−١٠) + ر (٦) = ٣ + $\frac{٣}{٢}$ × ٦ = ١٢

١٣

∵ $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ يمثل الدالة د : د (س) = ٤

، نقطة ب ∈ محور الصادات

∴ ب = (٠ ، ٤) ∴ و ب = ٤ وحدة طول.

، ∵ مساحة Δ أ ب و = ٤ وحدة مربعة

∴ $\frac{١}{٢}$ أ ب × و ب = ٤

∴ $\frac{١}{٢}$ أ ب × ٤ = ٤ ∴ $\frac{١}{٢}$ أ ب = ١

∴ أ ب = ٢ وحدة طول. ∴ أ = (٢ ، ٤)

، ∵ النقطة و (٠ ، ٠) تنتمى للخط المستقيم الممثل

للدالة ر : ر (س) = م س + ك

∴ ٠ = م × ٠ + ك ∴ ك = ٠

∴ ر (س) = م س

، ∵ النقطة أ (٢ ، ٤) تنتمى للخط المستقيم الممثل للدالة ر : ر (س) = م س

∴ ٤ = ٢ م ∴ م = ٢

١٤

نفرض أن النقطة أ (٠ ، ص)

، ∵ النقطة أ (٠ ، ص) تنتمى للخط المستقيم الممثل للدالة د

∴ ص = ٠ + ٣ ∴ ص = ٣ ∴ أ (٠ ، ٣)

، ∵ النقطة أ (٠ ، ٣) تنتمى للخط المستقيم الممثل للدالة ر

∴ ٣ = م × ٠ + ك ∴ ك = ٣

∴ ر (س) = م س + ٣

نفرض أن : حـ (س ، ٠)

، ∵ النقطة حـ (س ، ٠) تنتمى للخط المستقيم الممثل للدالة د

∴ ٠ = س + ٣ ∴ س = −٣

∴ حـ (−٣ ، ٠) ∴ و حـ = ٣ وحدة طول

، ∵ ب حـ = ٧ وحدة طول

∴ ب و = ٧ − ٣ = ٤ وحدة طول

∴ ب (٤ ، ٠)

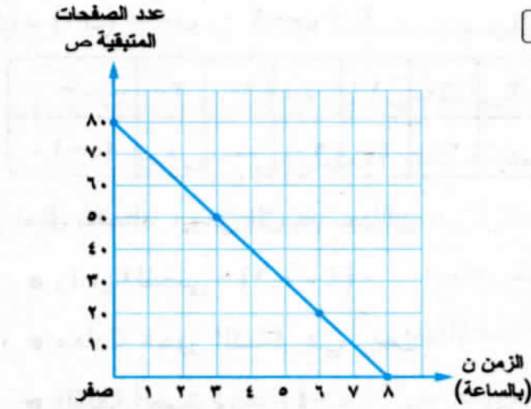
، ∵ ب (٤ ، ٠) تنتمى للخط المستقيم الممثل للدالة ر

∴ ٠ = م × ٤ + ٣ ∴ م = $\frac{-٣}{٤}$

∴ ر (س) = $\frac{-٣}{٤}$ س + ٣

∴ ر (٨) = $\frac{-٣}{٤}$ × ٨ + ٣ = −٦ + ٣ = −٣

١٥ [١]



يمكن إيجاد العلاقة الجبرية بسهولة بعد دراسة درس معادلة الخط المستقيم وهو الدرس الأخير بالهندسة ، ويكون الحل كالتالى :

بأخذ النقطتين (٣ ، ٥٠) ، (٦ ، ٢٠)

∴ الميل = $\frac{٥٠ - ٢٠}{٣ - ٦}$ = −١٠

∴ ص = −١٠ ن + ٨٠

[٢] ٨ ساعات. [٣] ٨٠ صفحة.

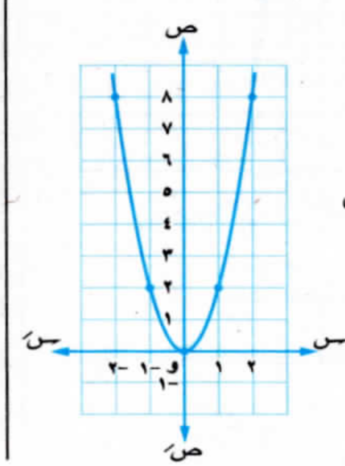
١٦ [١] (أ) [٢] (ب) [٣] (ب) [٤] (ب) [٥] (جـ)

[٦] (د) [٧] (د) [٨] (جـ) [٩] (د) [١٠] (جـ)

١٧

[١] د (س) = ٢ س^{٢}

س	−٢	−١	٠	١	٢
د (س)	٨	٢	٠	٢	٨

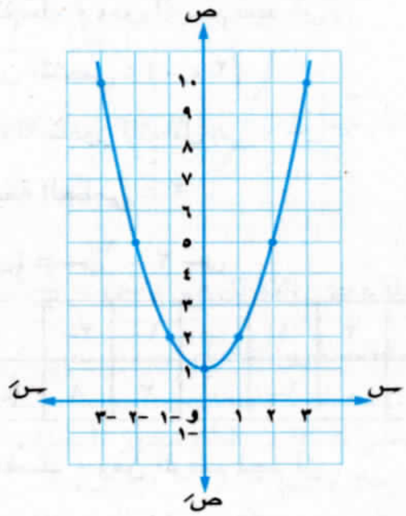


من الرسم :

- رأس المنحنى : (٠ ، ٠)
- معادلة محور التماثل هى : س = ٠
- القيمة الصغرى = صفر

[٢] د (س) = س^{٢} + ١

س	−٣	−٢	−١	٠	١	٢	٣
د (س)	١٠	٥	٢	١	٢	٥	١٠

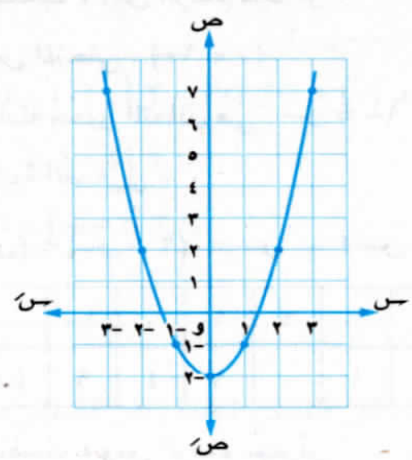


من الرسم :

- رأس المنحنى : (٠ ، ١)
- معادلة محور التماثل هى : س = ٠
- القيمة الصغرى = ١

[٣] د (س) = س^{٢} − ٢

س	−٣	−٢	−١	٠	١	٢	٣
د (س)	٧	٢	−١	−٢	−١	٢	٧



من الرسم :

- رأس المنحنى : (٠ ، −٢)
- معادلة محور التماثل هى : س = ٠
- القيمة الصغرى = −٢

٤ د (س) = ٢ − س^{٢}

س	−٣	−٢	−١	٠	١	٢	٣
د (س)	−٧	−٢	١	٢	١	−٢	−٧

مثل بنفسك ، ومن الرسم نجد أن :

- رأس المنحنى : (٠ ، ٢)
- معادلة محور التماثل هى : س = ٠
- القيمة العظمى = ٢

٥ د (س) = س^{٢} − ٢ س

س	−٢	−١	٠	١	٢	٣	٤
د (س)	٨	٣	٠	−١	٠	٣	٨

مثل بنفسك ، ومن الرسم نجد أن :

- رأس المنحنى : (١ ، −١)
- معادلة محور التماثل هى : س = ١
- القيمة الصغرى = −١

٦ د (س) = س^{٢} + ٢ س + ١

س	−٤	−٣	−٢	−١	٠	١	٢
د (س)	٩	٤	١	٠	١	٤	٩

مثل بنفسك ، ومن الرسم نجد أن :

- رأس المنحنى : (−١ ، ٠)
- معادلة محور التماثل هى : س = −١
- القيمة الصغرى = ٠

٧ د (س) = (س − ٢)^{٢} = س^{٢} − ٤ س + ٤

س	−١	٠	١	٢	٣	٤	٥
د (س)	٩	٤	١	٠	١	٤	٩

مثل بنفسك ، ومن الرسم نجد أن :

- رأس المنحنى : (٢ ، ٠)
- معادلة محور التماثل هى : س = ٢
- القيمة الصغرى = ٠

٨ د (س) = س^{٢} − ٢ س − ٣

س	−٢	−١	٠	١	٢	٣	٤
د (س)	٥	٠	−٣	−٤	−٣	٠	٥

مثل بنفسك ، ومن الرسم نجد أن :

- رأس المنحنى : (١ ، −٤)
- معادلة محور التماثل هى : س = ١
- القيمة الصغرى = −٤

٩ د (س) = ٣ − ٢ س − س^{٢}

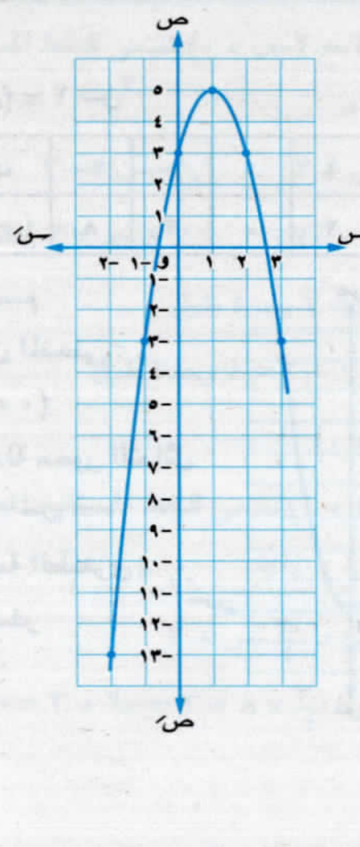
س	−٤	−٣	−٢	−١	٠	١	٢
د (س)	−٥	٠	٣	٤	٣	٠	−٥

مثل بنفسك ، ومن الرسم نجد أن :

- رأس المنحنى : (−١ ، ٤)
- معادلة محور التماثل هى : س = −١
- القيمة العظمى = ٤

١٠ د (س) = ٤ س + ٣ − ٢ س^{٢}

س	−٢	−١	٠	١	٢	٣
د (س)	−١٣	−٣	٣	٥	٣	−٣



من الرسم :

● رأس المنحنى : (١ ، ٥)

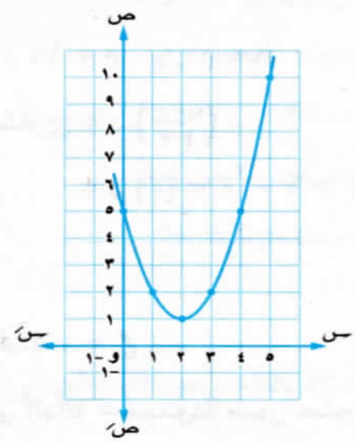
● معادلة محور التماثل هى : س = ١

«**لاحظ أن** : مجال د هو ح والفترة المعطاة لتسهيل التمثيل فقط»

● القيمة العظمى = ٥

١١ د (س) = س^{٢} − ٤ س + ٥

س	٠	١	٢	٣	٤	٥
د (س)	٥	٢	١	٢	٥	١٠



من الرسم : ● رأس المنحنى : (٢ ، ١)

● معادلة محور التماثل هى : س = ٢

«**لاحظ أن** : مجال د هو ح والفترة المعطاة لتسهيل التمثيل فقط»

● القيمة الصغرى = ١

١٢ د (س) = ١ − ٣ س + س^{٢}

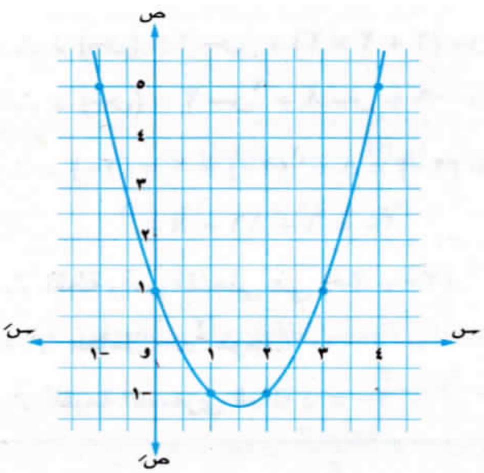
س	−١	٠	١	٢	٣	٤
د (س)	٥	١	−١	−١	١	٥

∵ الإحداثى السينى لنقطة رأس المنحنى

$= \frac{-ب}{٢أ} = \frac{-(-٣)}{٢} = \frac{٣}{٢} = ١\frac{١}{٢}$

، د $\left(\frac{٣}{٢}\right) = ١ - ٣ \left(\frac{٣}{٢}\right) + \frac{٩}{٤} = -\frac{٥}{٤} = -١\frac{١}{٤}$

∴ رأس المنحنى : $\left(١\frac{١}{٢} ، -١\frac{١}{٤}\right)$



● معادلة محور التماثل هى : س = $١\frac{١}{٢}$

● القيمة الصغرى = $-١\frac{١}{٤}$

١٨ ∵ منحنى الدالة د يقطع محور السينات فى النقطة (−٢ ، ب) ∴ ب = ٠

∴ (−٢ ، ٠) تحقق العلاقة د (س) = م − س^{٢}

∴ م − (−٢)^{٢} = ٠ ∴ م − ٤ = ٠

∴ م = ٤

∴ م^{ب} + ٢ م = ٤^{صفر} + ٢ × ٤ = ٩

١٩ ∵ ٣ د (٢) + ٣ ل (س) = ٦

∴ د (٢) + ل (س) = ٢

∴ أ + ٢^{٢} + حـ = ٢ ∴ أ + ٤ + حـ = ٢

∴ أ + حـ = −٢

∴ ٢ د (٠) + ٢ ل (٧) = ٢ [د (٠) + ل (٧)]

= ٢ [أ + (٠)^{٢} + حـ]

= ٢ [أ + حـ] = ٢ × (−٢)

= −٤

٢٠

١ ∵ الإحداثى السينى لنقطة رأس المنحنى

$= \frac{-ب}{٢أ} = -٢$

∴ $\frac{-(٣ك + ٢)}{٢ك} = -٢$

∴ −٣ك − ٢ = −٤ك

∴ −٣ك + ٤ك = ٢ ∴ ك = ٢

∴ د (س) = ٢ س^{٢} + (٣ × ٢ + ٢) س + ٦

∴ د (س) = ٢ س^{٢} + ٨ س + ٦

[٢] ∴ د (−٢) = ٢ × (−٢)^{٢} + ٨ × (−٢) + ٦

= ٨ − ١٦ + ٦ = −٢

∴ نقطة رأس المنحنى هى (−٢ ، −٢)

، ∵ معامل س^{٢} موجب

∴ القيمة الصغرى للدالة د = −٢

٢١

∵ أ و = ٤ وحدات. ∴ نقطة أ = (٠ ، ٤)

، ∵ النقطة أ (٠ ، ٤) تنتمى لمنحنى الدالة د

∴ أ تحقق معادلة المنحنى ∴ ٤ = م − (٠)^{٢}

∴ م = ٤ (المطلوب أولاً)

، ∵ منحنى الدالة يقطع محور السينات فى النقطتين ب ، حـ

∴ ٠ = ٤ − س^{٢} ∴ س^{٢} = ٤

∴ س = ٢ أ، −٢

∴ ب = (٢ ، ٠) ، حـ = (−٢ ، ٠) (المطلوب ثانيًا)

∴ ب حـ = ٤ وحدات طول.

∴ مساحة Δ أ ب حـ = $\frac{١}{٢}$ × ٤ × ٤ = ٨ وحدات مربعة (المطلوب ثالثًا)

٢٢

∵ أ (٠ ، −٧) ∴ و أ = ٧ وحدات طول.

، ∵ مساحة Δ أ ب حـ = $\frac{١}{٢}$ × ب حـ × أ و

∴ ٢١ = $\frac{١}{٢}$ × ب حـ × ٧

∴ ب حـ = $\frac{٢١ \times ٢}{٧}$ = ٦ وحدات طول.

∴ و ب = و حـ = $\frac{٦}{٢}$ = ٣ وحدات طول.

∴ ب = (٣ ، ٠)

، ∵ ب (٣ ، ٠) ∈ منحنى الدالة د

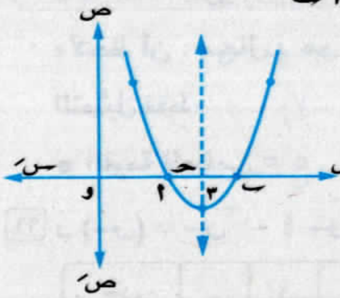
∴ ل × ٣^{٢} − ٧ = ٠ ∴ ٩ ل − ٧ = ٠

∴ ٩ ل = ٧ ∴ ل = $\frac{٧}{٩}$

٢٣

∵ معادلة محور التماثل : س = $\frac{-ب}{٢أ}$ = $\frac{٦}{٢}$ = ٣

∵ محور التماثل ينصف $\overline{أب}$



∴ حـ أ = ١ وحدة طول

∴ أ و = ٣ − ١

= ٢ وحدة طول

∴ أ (٢ ، ٠)

، ∵ أ (٢ ، ٠) تحقق الدالة

∴ ٠ = ٢^{٢} − ٦ × ٢ + م

∴ ٠ = ٤ − ١٢ + م ∴ م = ٨

، القيمة الصغرى = د ($\frac{-ب}{٢أ}$)

= د (٣) = ٣^{٢} − ٦ × ٣ + ٨ = −١

٢٤

[١] مجال الدالة د = ح

[٢] ∵ مدى الدالة = مجموعة صور عناصر مجموعة المجال ح بالدالة د

∴ مدى الدالة د =]−∞ ، ٤ $\frac{١}{٢}$]

[٣] معادلة محور تماثل منحنى الدالة د هى : س = ٢

[٤] القيمة العظمى للدالة د = ٤ $\frac{١}{٢}$

[٥] د (١) = ٤

[٦] ∵ النقطة (٢ ، ٤ $\frac{١}{٢}$) ∈ منحنى الدالة د

∴ أ (٢ − ٢)^{٢} + ك = ٤ $\frac{١}{٢}$

∴ ك = ٤ $\frac{١}{٢}$

، ∵ النقطة (٥ ، ٠) ∈ منحنى الدالة د

∴ أ (٥ − ٢)^{٢} + ٤ $\frac{١}{٢}$ = صفر

∴ ٩ أ = − ٤ $\frac{١}{٢}$ ∴ أ = $\frac{-٤\frac{١}{٢}}{٩}$ = −$\frac{١}{٢}$

∴ أ + ك = −$\frac{١}{٢}$ + ٤ $\frac{١}{٢}$ = ٤

٢٥

[١] ∵ مساحة Δ أ ب حـ = $\frac{١}{٢}$ × أ ب × حـ و

∴ ٣ = $\frac{١}{٢}$ × ٢ × حـ و

∴ حـ و = ٣ وحدة طول ∴ حـ = (٠ ، ٣)

، ∵ معادلة محور التماثل هى : س = ٢

، أ ب = ٢ وحدة طول.

∴ أ = (١ ، ٠) ، ب = (٣ ، ٠)

، ∵ حـ ∈ ر (س)

∴ ر (٠) = ٠ + هـ = ٣ ∴ هـ = ٣

، ب ∈ ر (س)

∴ ر (٣) = ٣ م + ٣ = ٠

∴ ٣ م = -٣ ∴ م = -١

∴ ر (س) = -س + ٣

[٢] ر (٤) = -٤ + ٣ = -١

٢٦

∵ منحنى الدالة يقطع محور السينات فى النقطتين

أ (١ ، ٠) ، ب (٤ ، ٠)

∴ د (١) = ٠ ، د (٤) = ٠ ∴ د (١) = د (٤)

، ∵ الدالة متماثلة.

∴ معادلة محور التماثل هى : س = $\frac{١ + ٤}{٢}$ = $\frac{٥}{٢}$

، ∵ $\frac{-٢ + ٧}{٢}$ = $\frac{٥}{٢}$ ∴ د (-٢) = د (٧)

∴ د (-٢) + د (-٢) = ٨ ∴ د (-٢) = ٤

٢٧

بفرض أن : حـ (٠ ، ل)

، ∵ منحنى الدالة د يمر بالنقطة حـ

∴ ل = ٠^{٢} - (ك - ٢) × ٠ - ك + ٤

∴ ل = ٤ - ك

، ∵ الإحداثى السينى لنقطة رأس المنحنى

= $\frac{-ب}{٢أ}$ = $\frac{ك - ٢}{٢}$

، ∵ أ و = ٢ × $\frac{ك - ٢}{٢}$ = ك - ٢

، ∵ ل = أ و ∴ ٤ - ك = ك - ٢

∴ ٢ ك = ٦ ∴ ك = ٣

٢٨

∵ و ب = ٥ و أ ∴ $\frac{و ب}{و أ}$ = $\frac{٥}{١}$

∴ و ب = ٥ م ، و أ = م

∴ ب (٥ م ، ٠) ، أ (-م ، ٠)

∴ د (٥ م) = د (-م)

∴ -٢٥ م^{٢} + ٢٠ م + ك - ١ = -م^{٢} - ٤ م + ك - ١

∴ ٢٤ م^{٢} - ٢٤ م = ٠ ∴ ٢٤ م (م - ١) = ٠

∴ م = ٠ (مرفوض) أ، م = ١ ∴ ب (٥ ، ٠)

وبالتعويض فى قاعدة الدالة د

∴ ٠ = -٢٥ + ٢٠ + ك - ١ ∴ ك = ٦

إجابات الوحدة الثانية

إجابات تمارين ٥

١

١ (أ)	٢ (د)	٣ (جـ)	٤ (جـ)
٥ (جـ)	٦ (د)	٧ (د)	٨ (د)
٩ (أ)	١٠ (ب)	١١ (ب)	١٢ (د)
١٣ (ب)	١٤ (جـ)	١٥ (أ)	١٦ (ب)
١٧ (أ)	١٨ (أ)	١٩ (ب)	٢٠ (ب)
٢١ (ب)	٢٢ (د)	٢٣ (أ)	٢٤ (جـ)
٢٥ (أ)	٢٦ (ب)	٢٧ (أ)	٢٨ (د)
٢٩ (جـ)			

٢

١ نفرض أن الأول المتناسب = س

∴ $\frac{س}{\sqrt{٨}} = \frac{٧}{١٤\sqrt{٢}}$

∴ $س = \frac{٧ \times \sqrt{٨}}{١٤\sqrt{٢}} = \frac{٧ \times ٢\sqrt{٢}}{١٤\sqrt{٢}} = ١$

٢ نفرض أن الثالث المتناسب = س

∴ $\frac{أ}{(أ+ب)} = \frac{س}{(أ^٢ - ب^٢)}$

∴ $س = \frac{أ(أ^٢ - ب^٢)}{أ+ب} = \frac{أ(أ-ب)(أ+ب)}{أ+ب}$

= أ (أ − ب)

٣ نفرض أن الرابع المتناسب = س

∴ $\frac{أ+ب}{أ-ب} = \frac{أ-ب}{س}$

∴ $س = \frac{(أ-ب)^٢}{أ+ب}$

٣

١ ∵ $\frac{٢س - ٣}{س - ٥} = \frac{١}{٤}$

∴ س − ٥ = ٤ (٢س − ٣)

∴ س − ٥ = ٨س − ١٢

∴ ٧س = ٧ ∴ س = ١

٢ ∵ $\frac{س - ٥}{٥س + ٣} = \frac{٢}{٣}$

∴ ٣ (س − ٥) = ٢ (٥س + ٣)

∴ ٣س − ١٥ = ١٠س + ٦

∴ −٧س = ٢١ ∴ س = −٣

٣ ∵ $\frac{س^٢ - ٨}{٢س^٢ + ١} = \frac{١}{٣}$

∴ $٣س^٢ - ٢٤ = ٢س^٢ + ١$

∴ $س^٢ = ٢٥$ ∴ س = ± ٥

٤ ∵ $\frac{س^٢ + ١٠س}{٢س^٢ - ٣} = \frac{٢٤}{٥}$

∴ $٥س^٢ + ٥٠س = ٤٨س^٢ - ٧٢$

∴ $٤٣س^٢ - ٥٠س - ٧٢ = ٠$

∴ (س − ٢) (٤٣س + ٣٦) = ٠

∴ س = ٢ أ، $س = \frac{-٣٦}{٤٣}$ (مرفوض)

٤

∵ ٣س − ٦ص = س + ٣ص

∴ ٢س = ٩ص ∴ $\frac{ص}{س} = \frac{٢}{٩}$

٥

∵ $\frac{٢س + ٣}{٢س - ٣} = \frac{٢ص + ٥}{٢ص - ٥}$

∴ ٤سص + ٦ص − ١٠س − ١٥

= ٤سص − ٦ص + ١٠س − ١٥

∴ ١٢ص = ٢٠س ∴ $\frac{س}{ص} = \frac{١٢}{٢٠} = \frac{٣}{٥}$

٦

∵ $س^٢ - ٣سص - ٤ص^٢ = ٠$

∴ (س + ص) (س − ٤ص) = ٠

∴ س + ص = ٠ ∴ س = − ص

∴ س : ص = −١ : ١

أ، س − ٤ص = ٠ ∴ س = ٤ص

∴ س : ص = ٤ : ١

٧

∵ ٣ س^{٢} − ١٠ س ص + ٧ ص^{٢} = ٠

∴ (س − ص) (٣ س − ٧ ص) = ٠

∴ س = ص (مرفوض) أ، ٣ س − ٧ ص = ٠

∴ ٣ س = ٧ ص ∴ س : ص = ٧ : ٣

٨

∵ س^{٢} − ٤ س ص + ٤ ص^{٢} = ٠

∴ (س − ٢ ص)^{٢} = ٠ ∴ س − ٢ ص = ٠

∴ س = ٢ ص ∴ $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{٢}{١}$ = م

∴ س = ٢ م ، ص = م

∴ $\frac{\text{س + ٣ ص}}{\text{٣ س − ص}} = \frac{\text{٢ م + ٣ م}}{\text{٦ م − م}} = \frac{\text{٥ م}}{\text{٥ م}}$ = ١

٩

∵ $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{٢}{٣}$ ∴ س = ٢ م ، ص = ٣ م

∴ $\frac{\text{٣ س + ٢ ص}}{\text{٦ ص − س}} = \frac{\text{٦ م + ٦ م}}{\text{١٨ م − ٢ م}} = \frac{\text{١٢ م}}{\text{١٦ م}} = \frac{٣}{٤}$

١٠

∵ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{٣}{٥}$ ∴ أ = ٣ م ، ب = ٥ م

∴ $\frac{\text{٧ أ + ٩ ب}}{\text{٤ أ + ٢ ب}} = \frac{\text{٢١ م + ٤٥ م}}{\text{١٢ م + ١٠ م}} = \frac{\text{٦٦ م}}{\text{٢٢ م}}$ = ٣

١١

∵ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{٣}{٤}$ ∴ أ = ٣ م ، ب = ٤ م

(١) $\frac{\text{٤ أ + ب}}{\text{٢ أ − ب}} = \frac{\text{١٢ م + ٤ م}}{\text{٦ م − ٤ م}} = \frac{\text{١٦ م}}{\text{٢ م}}$ = ٨

(٢) $\frac{\text{ب}^{٢}\text{ − أ}^{٢}}{\text{أ}^{٢}\text{ − ب}^{٢}} = \frac{\text{١٦ م}^{٢}\text{ − ٩ م}^{٢}}{\text{٩ م}^{٢}\text{ − ١٦ م}^{٢}} = \frac{\text{٧ م}^{٢}}{\text{−٧ م}^{٢}}$ = −١

١٢

∵ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{١}{٣}$ ∴ أ = م ، ب = ٣ م

، ∵ $\frac{\text{حـ}}{\text{ء}} = \frac{٧}{٢}$ ∴ حـ = ٧ ك ، ء = ٢ ك

∴ $\frac{\text{٢ أ حـ + ب ء}}{\text{ب حـ − ٣ أ ء}} = \frac{\text{٢ × م × ٧ ك + ٣ م × ٢ ك}}{\text{٣ م × ٧ ك − ٣ × م × ٢ ك}}$

= $\frac{\text{١٤ م ك + ٦ م ك}}{\text{٢١ م ك − ٦ م ك}} = \frac{\text{٢٠ م ك}}{\text{١٥ م ك}} = \frac{٤}{٣}$

١٣

∵ $\frac{\text{٧ س − ٣ ص}}{\text{س + ص}} = \frac{٣}{١}$

∴ ٧ س − ٣ ص = ٣ س + ٣ ص

∴ ٤ س = ٦ ص

∴ $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{٦}{٤} = \frac{٣}{٢}$ ∴ س = ٣ م ، ص = ٢ م

∴ $\frac{\text{١٢ س + ٩ ص}}{\text{١١ س − ٣ ص}} = \frac{\text{٣٦ م + ١٨ م}}{\text{٣٣ م − ٦ م}} = \frac{\text{٥٤ م}}{\text{٢٧ م}} = \frac{٢}{١}$

١٤

∵ $\frac{\text{٢١ س + أ}}{\text{٧ س + ب}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}}$

∴ ٢١ ب س + أ ب = ٧ أ س + أ ب

∴ ٢١ ب س = ٧ أ س ∴ ٣ ب = أ

∴ $\frac{\text{أ + ٢ ب}}{\text{٢ أ}} = \frac{\text{٣ ب + ٢ ب}}{\text{٦ ب}} = \frac{\text{٥ ب}}{\text{٦ ب}} = \frac{٥}{٦}$

١٥

نفرض أن العدد = س

∴ ٣ + س ، ٥ + س ، ٨ + س ، ١٢ + س متناسبة.

∴ $\frac{\text{٣ + س}}{\text{٥ + س}} = \frac{\text{٨ + س}}{\text{١٢ + س}}$

∴ (٥ + س) (٨ + س) = (٣ + س) (١٢ + س)

∴ ٤٠ + ١٣ س + س^{٢} = ٣٦ + ١٥ س + س^{٢}

∴ ٤٠ − ٣٦ = ١٥ س − ١٣ س

∴ ٤ = ٢ س ∴ س = ٢

∴ العدد المطلوب = ٢

١٦

نفرض أن العدد = س

∴ ١٦ − س ، ٢١ − س ، ١٤ − س ، ١٨ − س متناسبة.

∴ $\frac{١٦ - س}{٢١ - س} = \frac{١٤ - س}{١٨ - س}$

∴ (٢١ − س) (١٤ − س) = (١٦ − س) (١٨ − س)

∴ ٢٩٤ − ٣٥ س + $س^٢$ = ٢٨٨ − ٣٤ س + $س^٢$

∴ س = ٦ ∴ العدد المطلوب = ٦

١٧

[١] ∵ $\frac{أ + ب}{ب} = \frac{ح + ء}{ء}$

∴ ء (أ + ب) = ب (ح + ء)

∴ أء + ب ء = ب ح + ب ء

∴ أء = ب ح ∴ $\frac{أ}{ب} = \frac{ح}{ء}$

∴ أ ، ب ، ح ، ء متناسبة.

حل آخر:

∵ $\frac{أ + ب}{ب} = \frac{ح + ء}{ء}$ ∴ $\frac{أ}{ب} + \frac{ب}{ب} = \frac{ح}{ء} + \frac{ء}{ء}$

∴ $\frac{أ}{ب} + ١ = \frac{ح}{ء} + ١$ ∴ $\frac{أ}{ب} = \frac{ح}{ء}$

[٢] ∵ $\frac{أ}{ب - أ} = \frac{ح}{ء - ح}$ ∴ أ (ء − ح) = ح (ب − أ)

∴ أء − أح = ب ح − أح

∴ أء = ب ح ∴ $\frac{أ}{ب} = \frac{ح}{ء}$

∴ أ ، ب ، ح ، ء متناسبة.

حل آخر:

∵ $\frac{أ}{ب - أ} = \frac{ح}{ء - ح}$ ∴ $\frac{ب - أ}{أ} = \frac{ء - ح}{ح}$

∴ $\frac{ب}{أ} - ١ = \frac{ء}{ح} - ١$ ∴ $\frac{ب}{أ} = \frac{ء}{ح}$

∴ $\frac{أ}{ب} = \frac{ح}{ء}$

[٣] ∵ $\frac{أ - ب}{أ + ب} = \frac{ح - ء}{ح + ء}$

∴ (أ − ب) (ح + ء) = (أ + ب) (ح − ء)

∴ أح + أء − ب ح − ب ء

= أح − أء + ب ح − ب ء

∴ ٢ أء = ٢ ب ح ∴ أء = ب ح

∴ $\frac{أ}{ب} = \frac{ح}{ء}$ ∴ أ ، ب ، ح ، ء متناسبة.

[٤] ∵ $\frac{أ^٢ - ٢ ح^٢}{ب^٢ - ٢ ء^٢} = \frac{أ^٢}{ب^٢}$

∴ $أ^٢ (ب^٢ - ٢ ء^٢) = ب^٢ (أ^٢ - ٢ ح^٢)$

∴ $أ^٢ ب^٢ - ٢ أ^٢ ء^٢ = أ^٢ ب^٢ - ٢ ب^٢ ح^٢$

∴ $أ^٢ ء^٢ = ب^٢ ح^٢$ ∴ أء = ب ح

∴ $\frac{أ}{ب} = \frac{ح}{ء}$ ∴ أ ، ب ، ح ، ء متناسبة.

١٨

∵ أ : ب : ح = ٥ : ٧ : ٣

∴ أ = ٥ م ، ب = ٧ م ، ح = ٣ م

، ∵ أ + ب = ٢٧,٦ ∴ ٥ م + ٧ م = ٢٧,٦

∴ ١٢ م = ٢٧,٦ ∴ م = ٢,٣

∴ أ = ٥ × ٢,٣ = ١١,٥ ، ب = ٧ × ٢,٣ = ١٦,١

، ح = ٣ × ٢,٣ = ٦,٩

١٩

∵ أ : ب : ح = ٣ : ٤ : ٥

∴ أ = ٣ م ، ب = ٤ م ، ح = ٥ م

∴ $\frac{أ^٢ + ب^٢ + ح^٢}{أ (ب + ح)} = \frac{٩ م^٢ + ١٦ م^٢ + ٢٥ م^٢}{٣ م (٤ م + ٥ م)}$

$= \frac{٥٠ م^٢}{٢٧ م^٢} = \frac{٥٠}{٢٧}$

٢٠

∵ ٢ أ = ٣ ب = ٤ ح ∴ ٢ أ = ٣ ب

∴ أ = $\frac{٣}{٢}$ ب

، ٣ ب = ٤ ح ∴ ح = $\frac{٣}{٤}$ ب

∴ أ : ب : ح = $\frac{٣}{٢}$ ب : ب : $\frac{٣}{٤}$ ب (بالضرب فى ٤)

∴ أ : ب : ح = ٦ ب : ٤ ب : ٣ ب = ٦ : ٤ : ٣

حل آخر:

∵ ٢ أ = ٣ ب = ٤ ح بالقسمة على ١٢

∴ $\frac{٢ أ}{١٢} = \frac{٣ ب}{١٢} = \frac{٤ ح}{١٢}$ ∴ $\frac{أ}{٦} = \frac{ب}{٤} = \frac{ح}{٣}$

∴ أ : ب : ح = ٦ : ٤ : ٣

٢١

∵ ٤ أ = ٣ ب = ٦ حـ   ∴ ٤ أ = ٣ ب

∴ أ = $\frac{٣}{٤}$ ب

، ∵ ٦ حـ = ٣ ب   ∴ حـ = $\frac{٣}{٦}$ ب = $\frac{١}{٢}$ ب

، ∵ أ + ب + حـ = ٣٦

∴ $\frac{٣}{٤}$ ب + ب + $\frac{١}{٢}$ ب = ٣٦

∴ $\frac{٩}{٤}$ ب = ٣٦   ∴ ب = ٣٦ × $\frac{٤}{٩}$ = ١٦

∴ أ = $\frac{٣}{٤}$ × ١٦ = ١٢ ، حـ = $\frac{١}{٢}$ × ١٦ = ٨

٢٢

١ نفرض أن العدد = س   ∴ $\frac{\text{٧ + س}}{\text{١١ + س}} = \frac{٢}{٣}$

∴ ٢١ + ٣ س = ٢٢ + ٢ س

∴ س = ١   ∴ العدد المطلوب = ١

٢ نفرض أن العدد = س   ∴ $\frac{\text{٤٩ − ٣ س}}{\text{٦٩ − ٣ س}} = \frac{٢}{٣}$

∴ ١٤٧ − ٩ س = ١٣٨ − ٦ س

∴ ٩ = ٣ س   ∴ س = ٣

∴ العدد المطلوب = ٣

٣ نفرض أن العدد = س   ∴ $\frac{\text{٧ + س}^٢}{\text{١١ + س}^٢} = \frac{٤}{٥}$

∴ ٣٥ + ٥ $\text{س}^٢$ = ٤٤ + ٤ $\text{س}^٢$

∴ $\text{س}^٢$ = ٩   ∴ س = ± ٣

∴ العدد المطلوب = ٣ أ، −٣

٤ نفرض أن العدد = س   ∴ $\frac{\text{٥ + س}^٢}{\text{١١ + س}^٢} = \frac{٣}{٥}$

∴ ٢٥ + ٥ $\text{س}^٢$ = ٣٣ + ٣ $\text{س}^٢$

∴ ٢ $\text{س}^٢$ = ٨   ∴ $\text{س}^٢$ = ٤

∴ س = ٢ أ، س = −٢ (مرفوض)

∴ العدد المطلوب = ٢

٥ نفرض أن العدد = س   ∴ $\frac{\text{١٥ − س}}{\text{١٣ + س}} = \frac{٣}{٤}$

∴ ٦٠ − ٤ س = ٣٩ + ٣ س

∴ ٧ س = ٢١   ∴ س = ٣

∴ العدد المطلوب = ٣

٦ نفرض أن العددين هما : أ ، ب   ∴ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{٣}{٧}$

∴ أ = ٣ م ، ب = ٧ م   ∴ $\frac{\text{٣ م − ٥}}{\text{٧ م − ٥}} = \frac{١}{٣}$

∴ ٩ م − ١٥ = ٧ م − ٥

∴ ٢ م = ١٠   ∴ م = ٥

∴ العددان هما : ١٥ ، ٣٥

٧ نفرض أن العددين هما : أ ، ب   ∴ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{٢}{٣}$

∴ أ = ٢ م ، ب = ٣ م   ∴ $\frac{\text{٢ م + ٧}}{\text{٣ م − ١٢}} = \frac{٥}{٣}$

∴ ٦ م + ٢١ = ١٥ م − ٦٠

∴ ٨١ = ٩ م   ∴ م = ٩

∴ العددان هما : ١٨ ، ٢٧

٨ نفرض أن العددين هما : أ ، ب   ∴ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{٤}{٧}$

∴ أ = ٤ م ، ب = ٧ م

∴ $(\text{٤ م})^٢$ − ٥ (٧ م) = ٣٩

∴ ١٦ $\text{م}^٢$ − ٣٥ م − ٣٩ = ٠

∴ (م − ٣) (١٦ م + ١٣) = ٠

∴ م = ٣ أ، م = − $\frac{١٣}{١٦}$ (مرفوض)

∴ العددان هما : ١٢ ، ٢١

٩ ∵ مساحة الجزء غير المظلل من الدائرة

= ١ − $\frac{٥}{٦}$ = $\frac{١}{٦}$ مساحة الدائرة.

، مساحة الجزء غير المظلل من المثلث

= ١ − $\frac{٢}{٣}$ = $\frac{١}{٣}$ مساحة المثلث.

، ∵ $\frac{١}{٦}$ مساحة الدائرة = $\frac{١}{٣}$ مساحة المثلث.

∴ مساحة الدائرة : مساحة المثلث = $\frac{١}{٣}$: $\frac{١}{٦}$

= ٢ : ١

٢٣

نفرض أن تكاليف بناء المدرسة = س

، تكاليف بناء الوحدة الصحية = ص

، تكاليف بناء مركز الشباب = ع

∴ س = $\frac{٣}{٢}$ ص ، ص = $\frac{٥}{٦}$ ع

∴ ع = $\frac{٦}{٥}$ ص

، ∵ س + ص + ع = ١,٨٥ × $١٠^{٦}$

∴ $\frac{٣}{٢}$ ص + ص + $\frac{٦}{٥}$ ص = ١,٨٥ × $١٠^{٦}$

∴ $\frac{٣٧}{١٠}$ ص = ١,٨٥ × $١٠^{٦}$

∴ ٣٧ ص = ١,٨٥ × $١٠^{٧}$

∴ ص = ٥ × $١٠^{٥}$ جنيه.

، س = $\frac{٣}{٢}$ × ٥ × $١٠^{٥}$ = ٧,٥ × $١٠^{٥}$ جنيه.

، ع = $\frac{٦}{٥}$ × ٥ × $١٠^{٥}$ = ٦ × $١٠^{٥}$ جنيه.

٢٤

نفرض أن عدد البنين = س ، عدد البنات = ص

∴ عدد التلاميذ الكلى = س + ص

∴ عدد الناجحين من البنين = س × $\frac{٧٩}{١٠٠}$

= (٠,٧٩) س تلميذًا .

، عدد الناجحات من البنات = ص × $\frac{٨٩}{١٠٠}$

= (٠,٨٩) ص تلميذة.

∴ عدد الناجحين الكلى = (٠,٧٩) س + (٠,٨٩) ص

∴ نسبة النجاح فى الصف الثالث الإعدادى

= $\frac{(٠,٧٩) س + (٠,٨٩) ص}{س + ص}$ = ٠,٨٣

∴ (٠,٧٩) س + (٠,٨٩) ص

= (٠,٨٣) س + (٠,٨٣) ص

∴ (٠,٨٩) ص − (٠,٨٣) ص

= (٠,٨٣) س − (٠,٧٩) س

∴ (٠,٠٦) ص = (٠,٠٤) س

∴ س : ص = ٠,٠٦ : ٠,٠٤ = ٦ : ٤ = ٣ : ٢

∴ عدد البنين : عدد البنات = ٣ : ٢

٢٥

نفرض أن محيط الدائرة = أ سم

، محيط المربع = ب سم ∴ $\frac{أ}{ب}$ = $\frac{١١}{٨}$

∴ أ = ١١ س ، ب = ٨ س

∴ ١١ س + ٨ س = ١٥٢

∴ ١٩ س = ١٥٢ ∴ س = ٨

∴ محيط الدائرة = ١١ × ٨ = ٨٨ سم

∴ ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × نق = ٨٨ ∴ نق = ١٤ سم

∴ مساحة الدائرة = $\frac{٢٢}{٧}$ × $(١٤)^{٢}$ = ٦١٦ $سم^{٢}$

، محيط المربع = ٨ × ٨ = ٦٤ سم

∴ طول ضلع المربع = ١٦ سم

∴ مساحة المربع = ٢٥٦ $سم^{٢}$

∴ مساحة المربع : مساحة الدائرة = $\frac{٢٥٦}{٦١٦}$ = $\frac{٣٢}{٧٧}$

٢٦

نفرض أن الثانى المتناسب = س

∴ الأعداد هى : س − ٢ ، س ، ٨ ، $س^{٢}$

∴ $\frac{س − ٢}{س}$ = $\frac{٨}{س^{٢}}$

∴ $س^{٣}$ − ٢ $س^{٢}$ = ٨ س

∴ $س^{٣}$ − ٢ $س^{٢}$ − ٨ س = ٠

∴ س ($س^{٢}$ − ٢ س − ٨) = ٠

∴ س (س − ٤) (س + ٢) = ٠

∴ س = ٠ (مرفوض)

أ، س = ٤ ومنها الأعداد هى : ٢ ، ٤ ، ٨ ، ١٦

أ، س = −٢ ومنها الأعداد هى : −٤ ، −٢ ، ٨ ، ٤

٢٧

نفرض أن العدد = س

∴ معكوسه الضربى = $\frac{١}{س}$ ∴ $\frac{٢}{٣ + \frac{١}{س}}$ = $\frac{٣}{٥}$

وبضرب حدى النسبة بالطرف الأيمن فى العدد س

∴ $\frac{٢ س}{٣ س + ١}$ = $\frac{٣}{٥}$

∴ ١٠ س = ٩ س + ٣ ∴ س = ٣

∴ العدد هو : ٣

إجابات تمارين ٦

١

١ (د)	٢ (ب)	٣ (جـ)	٤ (ب)
٥ (ب)	٦ (د)	٧ (ب)	٨ (جـ)

٩ (أ) ١٠ (جـ) ١١ (د) ١٢ (ب)

١٣ (د) ١٤ (د) ١٥ (د) ١٦ (جـ)

١٧ (ب)

٢

١ نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د} = م$

∴ أ = ب م ، جـ = د م

∴ الطرف الأيمن $= \frac{٣أ + جـ}{٥أ - ٢جـ} = \frac{٣ب م + د م}{٥ب م - ٢د م}$

$= \frac{م(٣ب + د)}{م(٥ب - ٢د)} = \frac{٣ب + د}{٥ب - ٢د}$

= الطرف الأيسر.

٢ نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د} = م$

∴ أ = ب م ، جـ = د م

∴ الطرف الأيمن

$= \frac{٣أ - ٢جـ}{٥أ + ٣جـ} = \frac{٣ب م - ٢د م}{٥ب م + ٣د م}$

$= \frac{م(٣ب - ٢د)}{م(٥ب + ٣د)} = \frac{٣ب - ٢د}{٥ب + ٣د}$ = الطرف الأيسر.

٣ نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د} = م$

∴ أ = ب م ، جـ = د م

∴ الطرف الأيمن

$= \frac{أ^٢ + جـ^٢}{أب + جـ د} = \frac{ب^٢م^٢ + د^٢م^٢}{ب^٢م + د^٢م}$

$= \frac{م^٢(ب^٢ + د^٢)}{م(ب^٢ + د^٢)} = م$ (١)

، الطرف الأيسر $= \frac{أ}{ب} = \frac{ب م}{ب} = م$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ الطرفان متساويان.

٤ نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د} = م$

∴ أ = ب م ، جـ = د م

∴ الطرف الأيمن $= \frac{أ^٢ + جـ^٢}{ب^٢ + د^٢} = \frac{ب^٢م^٢ + د^٢م^٢}{ب^٢ + د^٢}$

$= \frac{م^٢(ب^٢ + د^٢)}{ب^٢ + د^٢} = م^٢$ (١)

، الطرف الأيسر $= \frac{أ جـ}{ب د} = \frac{ب م \times د م}{ب د} = م^٢$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ الطرفان متساويان.

٥ نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د} = م$

∴ أ = ب م ، جـ = د م

∴ الطرف الأيمن $= \frac{أ جـ}{ب د} = \frac{ب م \times د م}{ب د} = م^٢$ (١)

، الطرف الأيسر $= \left(\frac{أ - جـ}{ب - د}\right)^٢ = \left(\frac{ب م - د م}{ب - د}\right)^٢$

$= \left(\frac{م(ب - د)}{ب - د}\right)^٢ = م^٢$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ الطرفان متساويان.

٦ نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د} = م$

∴ أ = ب م ، جـ = د م

∴ الطرف الأيمن $= \left(\frac{أ + ب}{جـ + د}\right)^٢ = \left(\frac{ب م + ب}{د م + د}\right)^٢$

$= \left(\frac{ب(م + ١)}{د(م + ١)}\right)^٢ = \frac{ب^٢}{د^٢}$ (١)

، الطرف الأيسر $= \frac{٢أ^٢ - ٣ب^٢}{٢جـ^٢ - ٣د^٢} = \frac{٢ب^٢م^٢ - ٣ب^٢}{٢د^٢م^٢ - ٣د^٢}$

$= \frac{ب^٢(٢م^٢ - ٣)}{د^٢(٢م^٢ - ٣)} = \frac{ب^٢}{د^٢}$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ الطرفان متساويان.

٧ نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د} = م$

∴ أ = ب م ، جـ = د م

∴ الطرف الأيمن $= \sqrt{\frac{٣أ^٢ - ٥جـ^٢}{٣ب^٢ - ٥د^٢}}$

$= \sqrt{\frac{٣ب^٢م^٢ - ٥د^٢م^٢}{٣ب^٢ - ٥د^٢}}$

$= \sqrt{\frac{م^٢(٣ب^٢ - ٥د^٢)}{٣ب^٢ - ٥د^٢}} = م$ (١)

، الطرف الأيسر $= \frac{أ}{ب} = \frac{ب م}{ب} = م$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ الطرفان متساويان.

[٨] نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{ح}{ء} = م$

∴ $أ = ب م$ ، $ح = ء م$

∴ الطرف الأيمن $= \sqrt[3]{\frac{٥ أ^{٣} - ٣ ح^{٣}}{٥ ب^{٣} - ٣ ء^{٣}}}$

$= \sqrt[3]{\frac{٥ ب^{٣} م^{٣} - ٣ ء^{٣} م^{٣}}{٥ ب^{٣} - ٣ ء^{٣}}}$

$= \sqrt[3]{\frac{م^{٣}(٥ ب^{٣} - ٣ ء^{٣})}{٥ ب^{٣} - ٣ ء^{٣}}} = م$ (١)

، الطرف الأيسر $= \frac{أ + ح}{ب + ء} = \frac{ب م + ء م}{ب + ء}$

$= \frac{م(ب + ء)}{ب + ء} = م$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ الطرفان متساويان.

[٩] نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{ح}{ء} = م$

∴ $أ = ب م$ ، $ح = ء م$

∴ الطرف الأيمن $= \frac{أ^{٢} - ٢ أ ح + ح^{٢}}{أ ح} = \frac{(أ - ح)^{٢}}{أ ح}$

$= \frac{(ب م - ء م)^{٢}}{ب م \times ء م} = \frac{(م(ب - ء))^{٢}}{ب ء م^{٢}}$

$= \frac{م^{٢}(ب - ء)^{٢}}{ب ء م^{٢}} = \frac{(ب - ء)^{٢}}{ب ء}$ (١)

، الطرف الأيسر $= \frac{ب^{٢} - ٢ ب ء + ء^{٢}}{ب ء}$

$= \frac{(ب - ء)^{٢}}{ب ء}$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ الطرفان متساويان.

٣

[١] نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{ح}{ء} = \frac{هـ}{و} = م$

∴ $أ = ب م$ ، $ح = ء م$ ، $هـ = و م$

∴ الطرف الأيمن $= \frac{أ + ٥ ح}{ب + ٥ ء} = \frac{ب م + ٥ ء م}{ب + ٥ ء}$

$= \frac{م(ب + ٥ ء)}{ب + ٥ ء} = م$ (١)

، الطرف الأيسر $= \frac{ح - ٣ هـ}{ء - ٣ و} = \frac{ء م - ٣ و م}{ء - ٣ و}$

$= \frac{م(ء - ٣ و)}{ء - ٣ و} = م$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ الطرفان متساويان.

[٢] نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{ح}{ء} = \frac{هـ}{و} = م$

∴ $أ = ب م$ ، $ح = ء م$ ، $هـ = و م$

∴ الطرف الأيمن $= \frac{٢ أ + ٧ ح - ٤ هـ}{٢ ب + ٧ ء - ٤ و}$

$= \frac{٢ ب م + ٧ ء م - ٤ و م}{٢ ب + ٧ ء - ٤ و}$

$= \frac{م(٢ ب + ٧ ء - ٤ و)}{٢ ب + ٧ ء - ٤ و} = م$ (١)

، الطرف الأيسر $= \frac{أ - ٨ هـ}{ب - ٨ و} = \frac{ب م - ٨ و م}{ب - ٨ و}$

$= \frac{م(ب - ٨ و)}{ب - ٨ و} = م$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ الطرفان متساويان.

[٣] نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{ح}{ء} = \frac{هـ}{و} = م$

∴ $أ = ب م$ ، $ح = ء م$ ، $هـ = و م$

∴ الطرف الأيمن $= \frac{٢ أ^{٤} ب^{٢} + ٣ أ^{٢} هـ^{٢} - ٥ هـ^{٤} و}{٢ ب^{٦} + ٣ ب^{٢} و^{٢} - ٥ و^{٥}}$

$= \frac{٢ ب^{٦} م^{٤} + ٣ ب^{٢} و^{٢} م^{٤} - ٥ و^{٥} م^{٤}}{٢ ب^{٦} + ٣ ب^{٢} و^{٢} - ٥ و^{٥}}$

$= \frac{م^{٤}(٢ ب^{٦} + ٣ ب^{٢} و^{٢} - ٥ و^{٥})}{٢ ب^{٦} + ٣ ب^{٢} و^{٢} - ٥ و^{٥}} = م^{٤}$ (١)

، الطرف الأيسر $= \frac{أ^{٤}}{ب^{٤}} = \frac{ب^{٤} م^{٤}}{ب^{٤}} = م^{٤}$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ الطرفان متساويان.

[٤] نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{ح}{ء} = \frac{هـ}{و} = م$ (حيث $م > ٠$)

∴ $أ = ب م$ ، $ح = ء م$ ، $هـ = و م$

∴ الطرف الأيمن $= \sqrt{\frac{\text{٥ أ}^{٢} - \text{٧ حـ هـ}}{\text{٥ ب}^{٢} - \text{٧ ء و}}}$

$= \sqrt{\frac{\text{٥ ب}^{٢}\text{م}^{٢} - \text{٧ ء و م}^{٢}}{\text{٥ ب}^{٢} - \text{٧ ء و}}}$

$= \sqrt{\frac{\text{م}^{٢}(\text{٥ ب}^{٢} - \text{٧ ء و})}{\text{٥ ب}^{٢} - \text{٧ ء و}}} = \text{م}$ (١)

، الطرف الأيسر $= \frac{\text{٢ أ} + \text{حـ}}{\text{٢ ب} + \text{ء}} = \frac{\text{٢ ب م} + \text{ء م}}{\text{٢ ب} + \text{ء}}$

$= \frac{\text{م}(\text{٢ ب} + \text{ء})}{\text{٢ ب} + \text{ء}} = \text{م}$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ الطرفان متساويان.

٤

[١] نفرض أن : $\frac{\text{س}}{\text{٣}} = \frac{\text{ص}}{\text{٤}} = \frac{\text{ع}}{\text{٥}} = \text{م}$

∴ س = ٣ م ، ص = ٤ م ، ع = ٥ م

∴ الطرف الأيمن =

$\frac{\text{٢ ص} - \text{ع}}{\text{٣ س} - \text{٢ ص} + \text{ع}} = \frac{\text{٨ م} - \text{٥ م}}{\text{٩ م} - \text{٨ م} + \text{٥ م}}$

$= \frac{\text{٣ م}}{\text{٦ م}} = \frac{\text{١}}{\text{٢}} =$ الطرف الأيسر.

[٢] نفرض أن : $\frac{\text{س}}{\text{٣}} = \frac{\text{ص}}{\text{٤}} = \frac{\text{ع}}{\text{٥}} = \text{م}$ (حيث م > ٠)

∴ س = ٣ م ، ص = ٤ م ، ع = ٥ م

∴ $\sqrt{\text{٣ س}^{٢} + \text{٣ ص}^{٢} + \text{ع}^{٢}}$

$= \sqrt{\text{٢٧ م}^{٢} + \text{٤٨ م}^{٢} + \text{٢٥ م}^{٢}}$

$= \sqrt{\text{١٠٠ م}^{٢}} = \text{١٠ م}$ (١)

، ٢ س + ص = ٦ م + ٤ م = ١٠ م (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن :

$\sqrt{\text{٣ س}^{٢} + \text{٣ ص}^{٢} + \text{ع}^{٢}} = \text{٢ س} + \text{ص}$

٥

نفرض أن : $\frac{\text{س}}{\text{١}} = \frac{\text{ص}}{\text{٢}} = \frac{\text{ع}}{\text{٣}} = \text{م}$

∴ س = م ، ص = ٢ م ، ع = ٣ م

∴ الطرف الأيمن $= \frac{\text{س} + \text{ص} - \text{٢ ع}}{\text{س} - \text{٣ ع}} = \frac{\text{م} + \text{٢ م} - \text{٦ م}}{\text{م} - \text{٩ م}}$

$= \frac{-\text{٣ م}}{-\text{٨ م}} = \frac{\text{٣}}{\text{٨}} =$ الطرف الأيسر.

حل آخر:

∵ $\text{س} = \frac{\text{ص}}{\text{٢}} = \frac{\text{ع}}{\text{٣}}$

∴ ص = ٢ س ، ع = ٣ س

∴ الطرف الأيمن $= \frac{\text{س} + \text{ص} - \text{٢ ع}}{\text{س} - \text{٣ ع}}$

$= \frac{\text{س} + \text{٢ س} - \text{٦ س}}{\text{س} - \text{٩ س}} = \frac{-\text{٣ س}}{-\text{٨ س}}$

$= \frac{\text{٣}}{\text{٨}} =$ الطرف الأيسر.

٦

∵ $\frac{\text{أ}}{\text{٢}} = \frac{\text{ب}}{\text{٣}} = \frac{\text{حـ}}{\text{٤}}$ بضرب حدى النسبة الأولى فى ٢ والنسبة الثانية فى −٥ ، والنسبة الثالثة فى ٣ وبجمع مقدمات وتوالى النسب

∴ $\frac{\text{٢ أ} - \text{٥ ب} + \text{٣ حـ}}{\text{٤} - \text{١٥} + \text{١٢}} =$ إحدى النسب.

∴ ٢ أ − ٥ ب + ٣ حـ = إحدى النسب.

٧

∵ $\frac{\text{أ}}{\text{٢}} = \frac{\text{ب}}{\text{٣}} = \frac{\text{حـ}}{\text{٤}} = \frac{\text{٢ أ} - \text{ب} + \text{٥ حـ}}{\text{٣ س}}$

بضرب حدى النسبة الأولى فى ٢

والنسبة الثانية فى −١ ، والنسبة الثالثة فى ٥

وبجمع مقدمات وتوالى النسب

∴ $\frac{\text{٢ أ} - \text{ب} + \text{٥ حـ}}{\text{٤} - \text{٣} + \text{٢٠}} =$ إحدى النسب.

∴ $\frac{\text{٢ أ} - \text{ب} + \text{٥ حـ}}{\text{٢١}} = \frac{\text{٢ أ} - \text{ب} + \text{٥ حـ}}{\text{٣ س}}$

∴ ٢١ = ٣ س ∴ س = ٧

٨

بضرب حدى النسبة الثانية فى ٢ وجمع مقدمات وتوالى النسبتين الأولى والثانية

∴ $\frac{\text{أ + ٢ب}}{\text{٢ + ١٤}} = \frac{\text{أ + ٢ب}}{\text{١٦}}$ = إحدى النسب. (١)

، وبطرح حدى النسبة الثالثة من حدى النسبة الثانية

∴ $\frac{\text{ب − حـ}}{\text{٧ − ٣}} = \frac{\text{ب − حـ}}{\text{٤}}$ = إحدى النسب (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $\frac{\text{أ + ٢ب}}{\text{١٦}} = \frac{\text{ب − حـ}}{\text{٤}}$

∴ $\frac{\text{أ + ٢ب}}{\text{ب − حـ}} = \frac{\text{١٦}}{\text{٤}} = ٤$

حل آخر:

∴ $\frac{\text{أ}}{\text{٢}} = \frac{\text{ب}}{\text{٧}} = \frac{\text{حـ}}{\text{٣}} = \text{م}$

∴ أ = ٢ م ، ب = ٧ م ، حـ = ٣ م

∴ $\frac{\text{أ + ٢ب}}{\text{ب − حـ}} = \frac{\text{٢ م + ١٤ م}}{\text{٧ م − ٣ م}} = \frac{\text{١٦ م}}{\text{٤ م}} = ٤$

٩

∴ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{حـ}}{\text{ء}} = \frac{\text{هـ}}{\text{و}} = \frac{\text{٢}}{\text{٣}}$

بضرب حدى النسبة الأولى فى ٥

والنسبة الثانية فى −٣

ويجمع مقدمات وتوالى النسب

∴ $\frac{\text{٥أ − ٣حـ + هـ}}{\text{٥ب − ٣ء + و}}$ = إحدى النسب

∴ $\frac{\text{٥أ − ٣حـ + هـ}}{\text{٥ب − ٣ء + و}} = \frac{\text{٢}}{\text{٣}}$

، ∵ ٥أ − ٣حـ + هـ = ١٨

∴ $\frac{\text{١٨}}{\text{٥ب − ٣ء + و}} = \frac{\text{٢}}{\text{٣}}$

∴ ٥ب − ٣ء + و $= \frac{\text{٣} \times \text{١٨}}{\text{٢}} = ٢٧$

١٠

∴ $\frac{\text{أ}}{\text{٤س + ص}} = \frac{\text{ب}}{\text{س − ٤ص}}$

بجمع مقدمات وتوالى النسبتين

∴ $\frac{\text{أ + ب}}{\text{٤س + ص + س − ٤ص}}$

$= \frac{\text{أ + ب}}{\text{٥س − ٣ص}}$ = إحدى النسب. (١)

بطرح حدى النسبة الثانية من حدى النسبة الأولى

∴ $\frac{\text{أ − ب}}{\text{٤س + ص − س + ٤ص}}$

$= \frac{\text{أ − ب}}{\text{٣س + ٥ص}}$ = إحدى النسب (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $\frac{\text{أ + ب}}{\text{٥س − ٣ص}} = \frac{\text{أ − ب}}{\text{٣س + ٥ص}}$

١١

∴ $\frac{\text{س + ص}}{\text{١٩}} = \frac{\text{ص + ع}}{\text{٧}}$ بجمع مقدمات وتوالى النسبتين

∴ $\frac{\text{س + ص + ص + ع}}{\text{١٩ + ٧}} = \frac{\text{س + ٢ص + ع}}{\text{٢٦}}$

= إحدى النسب. (١)

، بطرح حدى النسبة الثانية من حدى النسبة الأولى

∴ $\frac{\text{س + ص − ص − ع}}{\text{١٩ − ٧}} = \frac{\text{س − ع}}{\text{١٢}}$

= إحدى النسب. (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $\frac{\text{س + ٢ص + ع}}{\text{٢٦}} = \frac{\text{س − ع}}{\text{١٢}}$

∴ $\frac{\text{س + ٢ص + ع}}{\text{١٣}} = \frac{\text{س − ع}}{\text{٦}}$

١٢

∴ $\frac{\text{ص}}{\text{س − ع}} = \frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{\text{س + ص}}{\text{ع}}$

بجمع مقدمات وتوالى النسب الثلاث

∴ إحدى النسب $= \frac{\text{ص + س + س + ص}}{\text{س − ع + ص + ع}}$

$= \frac{\text{٢ (س + ص)}}{\text{س + ص}} = ٢$

∴ كل نسبة = ٢ بشرط س + ص ≠ ٠

∴ $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = ٢$ ∴ س = ٢ ص

، $\frac{\text{س + ص}}{\text{ع}} = ٢$ ∴ س + ص = ٢ع

∴ ٢ ص + ص = ٢ع ∴ ٣ ص = ٢ع

∴ ع = $\frac{\text{٣}}{\text{٢}}$ ص

∴ س : ص : ع = ٢ ص : ص : $\frac{\text{٣}}{\text{٢}}$ ص

= ٤ : ٢ : ٣

١٣

$$\because \frac{س}{أ - ب + جـ} = \frac{ص}{أ + ب - جـ} = \frac{ع}{جـ - أ + ب}$$

بجمع مقدمات وتوالى النسبتين الأولى والثانية

$$\therefore \frac{س + ص}{أ - ب + جـ + أ + ب - جـ} = \frac{س + ص}{٢أ}$$

= إحدى النسب. (١)

وبجمع مقدمات وتوالى النسبتين الثانية والثالثة

$$\therefore \frac{ص + ع}{أ + ب - جـ + جـ - أ + ب} = \frac{ص + ع}{٢ب}$$

= إحدى النسب. (٢)

من (١) ، (٢) :

$$\therefore \frac{س + ص}{٢أ} = \frac{ص + ع}{٢ب} \quad \therefore \frac{س + ص}{أ} = \frac{ص + ع}{ب}$$

١٤

$$\because \frac{س}{٢أ + ب} = \frac{ص}{٢ب - جـ} = \frac{ع}{٢جـ - أ}$$

بضرب حدى النسبة الأولى فى ٢

وجمع مقدمات وتوالى النسبتين الأولى والثانية.

$$\therefore \frac{٢س + ص}{٤أ + ٢ب + ٢ب - جـ} = \frac{٢س + ص}{٤أ + ٤ب - جـ}$$

= إحدى النسب. (١)

، بضرب حدى النسبة الأولى فى ٢ ، والنسبة الثانية فى ٢

وجمع مقدمات وتوالى النسب الثلاث

$$\therefore \frac{٢س + ٢ص + ع}{٤أ + ٢ب + ٤ب - ٢جـ + ٢جـ - أ}$$

$$= \frac{٢س + ٢ص + ع}{٣أ + ٦ب}$$ = إحدى النسب. (٢)

من (١) ، (٢) :

$$\therefore \frac{٢س + ص}{٤أ + ٤ب - جـ} = \frac{٢س + ٢ص + ع}{٣أ + ٦ب}$$

١٥

$$\because \frac{أ}{٢س - ص} = \frac{ب}{٢ص - س}$$

بضرب حدى النسبة الأولى فى ٢

وجمع مقدمات وتوالى النسبتين

$$\therefore \frac{٢أ + ب}{٤س - ٢ص + ٢ص - س} = \frac{٢أ + ب}{٣س}$$

= إحدى النسب. (١)

، بضرب حدى النسبة الثانية فى ٢

وجمع مقدمات وتوالى النسبتين

$$\therefore \frac{أ + ٢ب}{٢س - ص + ٤ص - ٢س} = \frac{أ + ٢ب}{٣ص}$$

= إحدى النسب. (٢)

من (١) ، (٢) : $\therefore \frac{٢أ + ب}{٣س} = \frac{أ + ٢ب}{٣ص}$

$$\therefore \frac{٢أ + ب}{أ + ٢ب} = \frac{٣س}{٣ص} = \frac{س}{ص}$$

١٦

$$\because \frac{أ}{٢س + ص} = \frac{ب}{٣ص - س} = \frac{جـ}{٤س + ٥ص}$$

بضرب حدى النسبة الثانية فى ٢ وجمع مقدمات وتوالى النسبتين الأولى والثانية

$$\therefore \frac{أ + ٢ب}{٢س + ص + ٦ص - ٢س} = \frac{أ + ٢ب}{٧ص}$$

= إحدى النسب. (١)

وبضرب حدى النسبة الثانية فى ٤ وجمع مقدمات وتوالى النسبتين الثانية والثالثة

$$\therefore \frac{٤ب + جـ}{١٢ص - ٤س + ٤س + ٥ص} = \frac{٤ب + جـ}{١٧ص}$$

= إحدى النسب. (٢)

من (١) ، (٢) : $\therefore \frac{أ + ٢ب}{٧ص} = \frac{٤ب + جـ}{١٧ص}$

$$\therefore \frac{أ + ٢ب}{٤ب + جـ} = \frac{٧ص}{١٧ص} = \frac{٧}{١٧}$$

١٧

$$\because \frac{س + ص}{٧} = \frac{ص + ع}{٥} = \frac{ع + س}{٨}$$

بجمع مقدمات وتوالى النسب الثلاث.

$$\therefore \frac{س + ص + ص + ع + ع + س}{٧ + ٥ + ٨}$$

$$= \frac{٢(س + ص + ع)}{٢٠} = \frac{س + ص + ع}{١٠}$$

= إحدى النسب (١)

بطرح حدى النسبة الثانية من حدى النسبة الأولى

$\therefore \frac{\text{س + ص - ص - ع}}{\text{٧ - ٥}} = \frac{\text{س - ع}}{\text{٢}}$

= إحدى النسب (٢)

من (١) ، (٢) : $\therefore \frac{\text{س + ص + ع}}{\text{١٠}} = \frac{\text{س - ع}}{\text{٢}}$

$\therefore \frac{\text{س + ص + ع}}{\text{س - ع}} = \frac{\text{١٠}}{\text{٢}} = \text{٥}$

١٨

$\therefore \frac{\text{أ + ب}}{\text{٤}} = \frac{\text{ب + ح}}{\text{٥}} = \frac{\text{ح + أ}}{\text{٧}}$

بجمع مقدمات وتوالى النسب الثلاث.

$\therefore \frac{\text{أ + ب + ب + ح + ح + أ}}{\text{٤ + ٥ + ٧}}$

$= \frac{\text{٢ (أ + ب + ح)}}{\text{١٦}} = \frac{\text{أ + ب + ح}}{\text{٨}}$ = إحدى النسب (١)

بضرب حدى النسبة الثانية فى (-١) وجمع مقدمات وتوالى النسب الثلاث.

$\therefore \frac{\text{أ + ب - ب - ح + ح + أ}}{\text{٤ - ٥ + ٧}} = \frac{\text{٢ أ}}{\text{٦}} = \frac{\text{أ}}{\text{٣}}$

= إحدى النسب (٢)

من (١) ، (٢) : $\therefore \frac{\text{أ + ب + ح}}{\text{٨}} = \frac{\text{أ}}{\text{٣}}$

١٩

$\therefore \frac{\text{س + ص}}{\text{٣}} = \frac{\text{ص + ع}}{\text{٨}} = \frac{\text{ع + س}}{\text{٦}}$

بجمع مقدمات وتوالى النسب الثلاث

$\therefore \frac{\text{س + ص + ص + ع + ع + س}}{\text{٣ + ٨ + ٦}}$

$= \frac{\text{٢ س + ٢ ص + ٢ ع}}{\text{١٧}}$

$= \frac{\text{٢ (س + ص + ع)}}{\text{١٧}}$ = إحدى النسب (١)

، وبضرب حدى النسبة الثانية فى ٢ وجمع مقدمات وتوالى النسب الثلاث

$\therefore \frac{\text{س + ص + ٢ ص + ٢ ع + ع + س}}{\text{٣ + ١٦ + ٦}}$

$= \frac{\text{٢ س + ٣ ص + ٣ ع}}{\text{٢٥}}$ = إحدى النسب (٢)

من (١) ، (٢) :

$\therefore \frac{\text{٢ (س + ص + ع)}}{\text{١٧}} = \frac{\text{٢ س + ٣ ص + ٣ ع}}{\text{٢٥}}$

$\therefore \frac{\text{س + ص + ع}}{\text{٢ س + ٣ ص + ٣ ع}} = \frac{\text{١٧}}{\text{٥٠}}$

٢٠

بضرب حدى النسبة الثانية فى (-١) وجمع مقدمات وتوالى النسب الثلاث

$\therefore \frac{\text{س + ص - ص - ع + ع + س}}{\text{٥ - ٨ + ٧}} = \frac{\text{٢ س}}{\text{٤}}$

$= \frac{\text{س}}{\text{٢}}$ = إحدى النسب (١)

بضرب حدى النسبة الثالثة فى (-١) وجمع مقدمات وتوالى النسب الثلاث

$\therefore \frac{\text{س + ص + ص + ع - ع - س}}{\text{٥ + ٨ - ٧}} = \frac{\text{٢ ص}}{\text{٦}}$

$= \frac{\text{ص}}{\text{٣}}$ = إحدى النسب (٢)

، بضرب حدى النسبة الأولى فى (-١) وجمع مقدمات وتوالى النسب الثلاث

$\therefore \frac{\text{- س - ص + ص + ع + ع + س}}{\text{- ٥ + ٨ + ٧}} = \frac{\text{٢ ع}}{\text{١٠}}$

$= \frac{\text{ع}}{\text{٥}}$ = إحدى النسب (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) : $\therefore \frac{\text{س}}{\text{٢}} = \frac{\text{ص}}{\text{٣}} = \frac{\text{ع}}{\text{٥}}$

٢١

$\therefore \frac{\text{س + ص}}{\text{٢٥}} = \frac{\text{س - ص}}{\text{١١}} = \frac{\text{س + ص - ع}}{\text{٨}}$

بجمع مقدمات وتوالى النسبتين الأولى والثانية

$\therefore \frac{\text{٢ س}}{\text{٣٦}} = \frac{\text{س}}{\text{١٨}}$ = إحدى النسب.

، بطرح مقدمات وتوالى النسبة الثالثة من الأولى

$\therefore \frac{\text{ع}}{\text{١٧}}$ = إحدى النسب.

، بطرح مقدمات وتوالى النسبة الثانية من الأولى

$\therefore \frac{\text{٢ ص}}{\text{١٤}} = \frac{\text{ص}}{\text{٧}}$ = إحدى النسب.

$\therefore \frac{\text{س}}{\text{١٨}} = \frac{\text{ص}}{\text{٧}} = \frac{\text{ع}}{\text{١٧}}$ $\therefore$ س : ص : ع = ١٨ : ٧ : ١٧

٢٢

بضرب حدى النسبة الثانية فى (−١) وجمع مقدمات وتوالى النسب الثلاث

$\therefore \frac{\text{أ + ٣ب − ٣ب − ٥حـ + ٥حـ + أ}}{\text{س + ٦ص − ٦ص − ١٠ع + ١٠ع + س}} = \frac{\text{٢أ}}{\text{٢س}}$

$= \frac{\text{أ}}{\text{س}}$ = إحدى النسب. (١)

، بضرب حدى النسبة الثالثة فى (−١) وجمع مقدمات وتوالى النسب الثلاث

$\therefore \frac{\text{أ + ٣ب + ٣ب + ٥حـ − ٥حـ − أ}}{\text{س + ٦ص + ٦ص + ١٠ع − ١٠ع − س}} = \frac{\text{٦ب}}{\text{١٢ص}}$

$= \frac{\text{ب}}{\text{٢ص}}$ = إحدى النسب. (٢)

من (١) ، (٢) : $\therefore \frac{\text{أ}}{\text{س}} = \frac{\text{ب}}{\text{٢ص}} \quad \therefore \frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{س}}{\text{٢ص}}$

وبضرب حدى النسبة الأولى فى (−١) وجمع مقدمات وتوالى النسب الثلاث

$\therefore \frac{\text{−أ − ٣ب + ٣ب + ٥حـ + ٥حـ + أ}}{\text{−س − ٦ص + ٦ص + ١٠ع + ١٠ع + س}}$

$= \frac{\text{١٠حـ}}{\text{٢٠ع}} = \frac{\text{حـ}}{\text{٢ع}}$ = إحدى النسب. (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) :

$\therefore \frac{\text{أ}}{\text{س}} = \frac{\text{ب}}{\text{٢ص}} = \frac{\text{حـ}}{\text{٢ع}}$

∴ أ : ب : حـ = س : ٢ص : ٢ع

٢٣

بضرب حدى النسبة الأولى فى (−٢) والنسبة الثالثة فى (٣) وجمع مقدمات وتوالى النسبتين الأولى والثالثة

$\therefore \frac{\text{٣حـ − ٢أ}}{\text{٢ص + ٦س − ٦س − ٨ص}} = \frac{\text{٣حـ − ٢أ}}{\text{−٥ص}}$

= إحدى النسب.(١)

، بضرب حدى النسبة الثانية فى (٢) وجمع مقدمات وتوالى النسبتين الأولى والثانية

$\therefore \frac{\text{أ + ٢ب}}{\text{٣س + ٤ص + ١٠س − ٤ص}} = \frac{\text{أ + ٢ب}}{\text{١٣س}}$

= إحدى النسب.(٢)

من (١) ، (٢) : $\therefore \frac{\text{٣حـ − ٢أ}}{\text{−٥ص}} = \frac{\text{أ + ٢ب}}{\text{١٣س}}$

∴ ١٣س (٣حـ − ٢أ) = −٥ص (أ + ٢ب)

∴ ١٣س (٣حـ − ٢أ) + ٥ص (أ + ٢ب) = ٠

٢٤

$\because \frac{\text{س}}{\text{٧}} = \frac{\text{ص}}{\text{٣}}$ = م

∴ س = ٧م ، ص = ٣م

$\therefore \frac{\text{٢س − ٣ص}}{\text{س + ٢ص}} = \frac{\text{١٤م − ٩م}}{\text{٧م + ٦م}} = \frac{\text{٥م}}{\text{١٣م}} = \frac{\text{٥}}{\text{١٣}}$ (١)

، $\because \frac{\text{١٠}}{\text{٢٦}} = \frac{\text{٥}}{\text{١٣}}$ (٢)

من (١) ، (٢) : $\therefore \frac{\text{٢س − ٣ص}}{\text{س + ٢ص}} = \frac{\text{١٠}}{\text{٢٦}}$

∴ (٢س − ٣ص) ، (س + ٢ص) ، ١٠ ، ٢٦ متناسبة.

٢٥

$\because \frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{٣}}{\text{٥}} \qquad \therefore$ ب $= \frac{\text{٥أ}}{\text{٣}}$

، $\because \frac{\text{أ}}{\text{حـ}} = \frac{\text{٣}}{\text{٧}} \qquad \therefore$ حـ $= \frac{\text{٧أ}}{\text{٣}}$

∴ أ + ب + حـ = أ + $\frac{\text{٥أ}}{\text{٣}} + \frac{\text{٧أ}}{\text{٣}}$ = ٥أ

٢٦

$\because \frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{٢}}{\text{٣}} \qquad \therefore$ ب $= \frac{\text{٣}}{\text{٢}}$ أ

، $\because \frac{\text{أ}}{\text{حـ}} = \frac{\text{٣}}{\text{٥}} \qquad \therefore$ حـ $= \frac{\text{٥}}{\text{٣}}$ أ

، ∵ أ + ب + حـ = ٧٥

∴ أ + $\frac{\text{٣}}{\text{٢}}$ أ + $\frac{\text{٥}}{\text{٣}}$ أ = ٧٥ $\qquad \therefore \frac{\text{٢٥}}{\text{٦}}$ أ = ٧٥

∴ أ = ١٨

، ب = $\frac{٣}{٢} \times ١٨ = ٢٧$

، ح = $\frac{٥}{٣} \times ١٨ = ٣٠$

٢٧

∵ Δ أ ب ح ~ Δ ء هـ و

∴ $\frac{ءهـ}{أب} = \frac{هـو}{بح} = \frac{ءو}{أح} = \frac{٢}{٣}$

وبجمع مقدمات وتوالى النسب الثلاث الأولى

∴ $\frac{ءهـ + هـو + ءو}{أب + بح + أح}$ = إحدى النسب.

∴ $\frac{٢٢}{\text{محيط } \Delta \text{ أ ب ح}} = \frac{٢}{٣}$

∴ محيط Δ أ ب ح = ٣٣ سم

٢٨

∵ $\frac{أ}{س - ص + ع} = \frac{ب}{س + ص - ع} = \frac{ح}{ص + ع - س}$

بضرب حدى النسبة الأولى فى س والثانية فى ص والثالثة فى ع وجمع مقدمات وتوالى النسب الثلاث

∴ كل نسبة

$= \frac{أس + ب ص + ح ع}{س^٢ - س ص + ع س + س ص + ص^٢ - ع ص + ع ص + ع^٢ - س ع}$

$= \frac{أس + ب ص + ح ع}{س^٢ + ص^٢ + ع^٢}$

٢٩

∵ $\frac{٢س + ص}{س} = \frac{٤ص + ع}{ص} = \frac{٤ع + ٣س}{ع}$

بإيجاد مجموع مقدمات وتوالى النسب الثلاث

∴ $\frac{٥س + ٥ص + ٥ع}{س + ص + ع}$ = إحدى النسب.

∴ كل نسبة = ٥ ∴ $\frac{٢س + ص}{س} = ٥$

∴ ٢س + ص = ٥س ∴ ص = ٣س (١)

، $\frac{٤ع + ٣س}{ع} = ٥$

∴ ٤ع + ٣س = ٥ع ∴ ع = ٣س (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ س : ص : ع = س : ٣س : ٣س = ١ : ٣ : ٣

، $\frac{٢س + ص + ع}{٣س - ص + ٢ع} = \frac{٢س + ٣س + ٣س}{٣س - ٣س + ٦س}$

$= \frac{٨س}{٦س} = \frac{٤}{٣}$

٣٠

∵ $\frac{أ + ٢ب}{٥} = \frac{٣ب - ح}{٣} = \frac{ح - أ}{٢} = م$

∴ أ + ٢ب = ٥م (١) ، ٣ب − ح = ٣م (٢)

، ح − أ = ٢م (٣)

بجمع (١) ، (٢) ، (٣) :

∴ ٥ب = ١٠م ∴ ب = ٢م

وبالتعويض فى (١) : ∴ أ + ٤م = ٥م ∴ أ = م

وبالتعويض فى (٣) : ∴ ح − م = ٢م ∴ ح = ٣م

[١] أ + ب − ح = م + ٢م − ٣م = صفر

[٢] $\frac{٣ب - أ}{٢ب + ح} = \frac{٦م - م}{٤م + ٣م} = \frac{٥م}{٧م} = \frac{٥}{٧}$

إجابات تمارين ٧

١

[١] الوسط المتناسب = $\pm\sqrt{٣ \times ٢٧} = \pm\sqrt{٨١} = \pm ٩$

[٢] الوسط المتناسب = $\pm\sqrt{٩ \times ٢٥} = \pm\sqrt{٢٢٥} = \pm ١٥$

[٣] الوسط المتناسب = $\pm\sqrt{-٢ \times -٨} = \pm\sqrt{١٦} = \pm ٤$

[٤] الوسط المتناسب = $\pm\sqrt{\frac{١}{٥} \times ١٢٥} = \pm\sqrt{٢٥} = \pm ٥$

[٥] الوسط المتناسب = $\pm\sqrt{٢أ \times ٨أ ب^٢}$

$= \pm\sqrt{١٦ أ^٢ ب^٢} = \pm ٤ أ ب$

[٦] الوسط المتناسب = $\pm\sqrt{(ل + م)^٢ (ل - م)^٢}$

$= \pm\sqrt{(ل^٢ - م^٢)^٢} = \pm (ل^٢ - م^٢)$

٢

١ نفرض أن الثالث المتناسب هو حـ

∴ $\frac{\text{٦}}{\text{١٢}} = \frac{\text{١٢}}{\text{حـ}}$ ∴ $\text{حـ} = \frac{\text{١٢} \times \text{١٢}}{\text{٦}} = \text{٢٤}$

٢ نفرض أن الثالث المتناسب هو حـ

∴ $\frac{\text{س}^{\text{٢}}}{-\text{٥س}} = \frac{-\text{٥س}}{\text{حـ}}$

∴ $\text{حـ} = \frac{-\text{٥س} \times -\text{٥س}}{\text{س}^{\text{٢}}} = \text{٢٥}$

٣ نفرض أن الثالث المتناسب هو حـ

∴ $\frac{\text{س}^{\text{٢}}}{-\text{٣س}^{\text{٢}}} = \frac{-\text{٣س}^{\text{٢}}}{\text{حـ}}$

∴ $\text{حـ} = \frac{-\text{٣س}^{\text{٢}} \times -\text{٣س}^{\text{٢}}}{\text{س}^{\text{٢}}} = \text{٩س}^{\text{٢}}$

٣

١ نفرض أن : $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{حـ}} = \text{م}$

∴ $\text{ب} = \text{حـم}$ ، $\text{أ} = \text{حـم}^{\text{٢}}$

∴ $\frac{\text{أ}}{\text{حـ}} = \frac{\text{حـم}^{\text{٢}}}{\text{حـ}} = \text{م}^{\text{٢}}$ (١)

، $\frac{\text{ب}^{\text{٢}}}{\text{حـ}^{\text{٢}}} = \frac{\text{حـ}^{\text{٢}}\text{م}^{\text{٢}}}{\text{حـ}^{\text{٢}}} = \text{م}^{\text{٢}}$ (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ $\frac{\text{أ}}{\text{حـ}} = \frac{\text{ب}^{\text{٢}}}{\text{حـ}^{\text{٢}}}$

حل آخر: ∵ $\text{ب}^{\text{٢}} = \text{أحـ}$

∴ $\frac{\text{ب}^{\text{٢}}}{\text{حـ}^{\text{٢}}} = \frac{\text{أحـ}}{\text{حـ}^{\text{٢}}} = \frac{\text{أ}}{\text{حـ}}$ = الطرف الأيمن.

٢ نفرض أن : $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{حـ}} = \text{م}$

∴ $\text{ب} = \text{حـم}$ ، $\text{أ} = \text{حـم}^{\text{٢}}$

∴ $\frac{\text{٢أ} + \text{٣ب}}{\text{٢ب} + \text{٣حـ}} = \frac{\text{٢حـم}^{\text{٢}} + \text{٣حـم}}{\text{٢حـم} + \text{٣حـ}}$

$= \frac{\text{حـم}(\text{٢م} + \text{٣})}{\text{حـ}(\text{٢م} + \text{٣})} = \text{م}$ (١)

، $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{حـم}^{\text{٢}}}{\text{حـم}} = \text{م}$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $\frac{\text{٢أ} + \text{٣ب}}{\text{٢ب} + \text{٣حـ}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}}$

٣ نفرض أن : $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{حـ}} = \text{م}$

∴ $\text{ب} = \text{حـم}$ ، $\text{أ} = \text{حـم}^{\text{٢}}$

∴ $\frac{\text{أ} - \text{ب}}{\text{ب} - \text{حـ}} = \frac{\text{حـم}^{\text{٢}} - \text{حـم}}{\text{حـم} - \text{حـ}}$

$= \frac{\text{حـم}(\text{م} - \text{١})}{\text{حـ}(\text{م} - \text{١})} = \text{م}$ (١)

، $\frac{\text{أ} + \text{٣ب}}{\text{ب} + \text{٣حـ}} = \frac{\text{حـم}^{\text{٢}} + \text{٣حـم}}{\text{حـم} + \text{٣حـ}}$

$= \frac{\text{حـم}(\text{م} + \text{٣})}{\text{حـ}(\text{م} + \text{٣})} = \text{م}$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $\frac{\text{أ} - \text{ب}}{\text{ب} - \text{حـ}} = \frac{\text{أ} + \text{٣ب}}{\text{ب} + \text{٣حـ}}$

٤ نفرض أن : $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{حـ}} = \text{م}$

∴ $\text{ب} = \text{حـم}$ ، $\text{أ} = \text{حـم}^{\text{٢}}$

∴ $\frac{\text{أ}^{\text{٢}} + \text{ب}^{\text{٢}}}{\text{ب}^{\text{٢}} + \text{حـ}^{\text{٢}}} = \frac{\text{حـ}^{\text{٢}}\text{م}^{\text{٤}} + \text{حـ}^{\text{٢}}\text{م}^{\text{٢}}}{\text{حـ}^{\text{٢}}\text{م}^{\text{٢}} + \text{حـ}^{\text{٢}}}$

$= \frac{\text{حـ}^{\text{٢}}\text{م}^{\text{٢}}(\text{م}^{\text{٢}} + \text{١})}{\text{حـ}^{\text{٢}}(\text{م}^{\text{٢}} + \text{١})} = \text{م}^{\text{٢}}$ (١)

، $\frac{\text{أ}}{\text{حـ}} = \frac{\text{حـم}^{\text{٢}}}{\text{حـ}} = \text{م}^{\text{٢}}$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $\frac{\text{أ}^{\text{٢}} + \text{ب}^{\text{٢}}}{\text{ب}^{\text{٢}} + \text{حـ}^{\text{٢}}} = \frac{\text{أ}}{\text{حـ}}$

حل آخر: ∵ $\text{ب}^{\text{٢}} = \text{أحـ}$

∴ $\frac{\text{أ}^{\text{٢}} + \text{ب}^{\text{٢}}}{\text{ب}^{\text{٢}} + \text{حـ}^{\text{٢}}} = \frac{\text{أ}^{\text{٢}} + \text{أحـ}}{\text{أحـ} + \text{حـ}^{\text{٢}}} = \frac{\text{أ}(\text{أ} + \text{حـ})}{\text{حـ}(\text{أ} + \text{حـ})}$

$= \frac{\text{أ}}{\text{حـ}}$ = الطرف الأيسر.

٥ نفرض أن : $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{حـ}} = \text{م}$

∴ $\text{ب} = \text{حـم}$ ، $\text{أ} = \text{حـم}^{\text{٢}}$

∴ $\left(\frac{\text{ب} - \text{حـ}}{\text{أ} - \text{ب}}\right)^{\text{٢}} = \left(\frac{\text{حـم} - \text{حـ}}{\text{حـم}^{\text{٢}} - \text{حـم}}\right)^{\text{٢}}$

$= \left(\frac{\text{حـ}(\text{م} - \text{١})}{\text{حـم}(\text{م} - \text{١})}\right)^{\text{٢}} = \frac{\text{١}}{\text{م}^{\text{٢}}}$ (١)

، $\frac{\text{حـ}}{\text{أ}} = \frac{\text{حـ}}{\text{حـم}^{\text{٢}}} = \frac{\text{١}}{\text{م}^{\text{٢}}}$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $\left(\frac{\text{ب} - \text{حـ}}{\text{أ} - \text{ب}}\right)^{\text{٢}} = \frac{\text{حـ}}{\text{أ}}$

٦ نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{جـ} = م$

$\therefore ب = جـ م \text{ ، } أ = جـ م^{2}$

$\therefore \frac{أ^{2} + ب^{2}}{ب^{2} + جـ^{2}} = \frac{جـ^{2} م^{6} + جـ^{2} م^{2}}{جـ^{2} م^{2} + جـ^{2}}$

$= \frac{جـ^{2} م^{2} (م^{2} + 1)}{جـ^{2} (م^{2} + 1)} = م^{2}$ (١)

، $\frac{أ^{2}}{جـ ب} = \frac{جـ^{2} م^{4}}{جـ \times جـ م} = م^{2}$ (٢)

من (١) ، (٢) : $\therefore \frac{أ^{2} + ب^{2}}{ب^{2} + جـ^{2}} = \frac{أ^{2}}{جـ ب}$

٧ نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{جـ} = م$

$\therefore ب = جـ م \text{ ، } أ = جـ م^{2}$

$\therefore \frac{أ^{2} - 4 ب^{2}}{ب^{2} - 4 جـ^{2}} = \frac{جـ^{2} م^{6} - 4 جـ^{2} م^{2}}{جـ^{2} م^{2} - 4 جـ^{2}}$

$= \frac{جـ^{2} م^{2} (م^{2} - 4)}{جـ^{2} (م^{2} - 4)} = م^{2}$ (١)

، $\frac{ب^{2}}{جـ^{2}} = \frac{جـ^{2} م^{2}}{جـ^{2}} = م^{2}$ (٢)

من (١) ، (٢) : $\therefore \frac{أ^{2} - 4 ب^{2}}{ب^{2} - 4 جـ^{2}} = \frac{ب^{2}}{جـ^{2}}$

٨ نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{جـ} = م$

$\therefore ب = جـ م \text{ ، } أ = جـ م^{2}$

$\therefore \frac{2 جـ^{2} - 3 ب^{2}}{2 ب^{2} - 3 أ^{2}} = \frac{2 جـ^{2} - 3 جـ^{2} م^{2}}{2 جـ^{2} م^{2} - 3 جـ^{2} م^{4}}$

$= \frac{جـ^{2} (2 - 3 م^{2})}{جـ^{2} م^{2} (2 - 3 م^{2})} = \frac{1}{م^{2}}$ (١)

، $\frac{جـ}{أ} = \frac{جـ}{جـ م^{2}} = \frac{1}{م^{2}}$ (٢)

، $\frac{جـ^{2}}{ب^{2}} = \frac{جـ^{2}}{جـ^{2} م^{2}} = \frac{1}{م^{2}}$ (٣)

من (١) ، (٢) ، (٣) :

$\therefore \frac{2 جـ^{2} - 3 ب^{2}}{2 ب^{2} - 3 أ^{2}} = \frac{جـ}{أ} = \frac{جـ^{2}}{ب^{2}}$

حل آخر: $\because ب^{2} = أ جـ$

$\therefore \frac{2 جـ^{2} - 3 ب^{2}}{2 ب^{2} - 3 أ^{2}} = \frac{2 جـ^{2} - 3 أ جـ}{2 أ جـ - 3 أ^{2}}$

$= \frac{جـ (2 جـ - 3 أ)}{أ (2 جـ - 3 أ)} = \frac{جـ}{أ}$

، $\frac{جـ^{2}}{ب^{2}} = \frac{جـ^{2}}{أ جـ} = \frac{جـ}{أ}$

$\therefore \frac{2 جـ^{2} - 3 ب^{2}}{2 ب^{2} - 3 أ^{2}} = \frac{جـ}{أ} = \frac{جـ^{2}}{ب^{2}}$

٩ نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{جـ} = م$

$\therefore ب = جـ م \text{ ، } أ = جـ م^{2}$

$\therefore \frac{أ^{2} + أ ب + ب^{2}}{ب^{2} + ب جـ + جـ^{2}} = \frac{جـ^{2} م^{4} + جـ^{2} م^{3} + جـ^{2} م^{2}}{جـ^{2} م^{2} + جـ^{2} م + جـ^{2}}$

$= \frac{جـ^{2} م^{2} (م^{2} + م + 1)}{جـ^{2} (م^{2} + م + 1)} = م^{2}$ (١)

، $\frac{أ^{2} - ب^{2}}{ب^{2} - جـ^{2}} = \frac{جـ^{2} م^{4} - جـ^{2} م^{2}}{جـ^{2} م^{2} - جـ^{2}}$

$= \frac{جـ^{2} م^{2} (م^{2} - 1)}{جـ^{2} (م^{2} - 1)} = م^{2}$ (٢)

من (١) ، (٢) : $\therefore \frac{أ^{2} + أ ب + ب^{2}}{ب^{2} + ب جـ + جـ^{2}} = \frac{أ^{2} - ب^{2}}{ب^{2} - جـ^{2}}$

١٠ نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{جـ} = م$

$\therefore ب = جـ م \text{ ، } أ = جـ م^{2}$

$\therefore \frac{2 أ}{جـ} = \frac{2 جـ م^{2}}{جـ} = 2 م^{2}$ (١)

، $\frac{أ^{2}}{ب^{2}} + \frac{ب^{2}}{جـ^{2}} = م^{2} + م^{2} = 2 م^{2}$ (٢)

من (١) ، (٢) : $\therefore \frac{أ^{2}}{ب^{2}} + \frac{ب^{2}}{جـ^{2}} = \frac{2 أ}{جـ}$

حل آخر: $\because ب^{2} = أ جـ$

$\therefore \frac{أ^{2}}{ب^{2}} + \frac{ب^{2}}{جـ^{2}} = \frac{أ^{2}}{أ جـ} + \frac{أ جـ}{جـ^{2}} = \frac{أ}{جـ} + \frac{أ}{جـ} = \frac{2 أ}{جـ}$

= الطرف الأيسر.

[١١] نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{ح} = م$

$\therefore$ ب = ح م ، أ = ح $م^{٢}$

$$\therefore \frac{أ + ب + ح}{أ^{-١} + ب^{-١} + ح^{-١}} = \frac{ح م^{٢} + ح م + ح}{ح^{-١} م^{-٢} + ح^{-١} م^{-١} + ح^{-١}}$$

$$= \frac{ح (م^{٢} + م + ١)}{ح^{-١} م^{-٢} (١ + م + م^{٢})}$$

$$= ح \times ح م^{٢} = ح^{٢} م^{٢} = ب^{٢}$$

[١٢] نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{ح} = م$

$\therefore$ ب = ح م ، أ = ح $م^{٢}$

$$\therefore \frac{أ ح}{ب (ب + ح)} = \frac{ح م^{٢} \times ح}{ح م (ح م + ح)} = \frac{ح^{٢} م^{٢}}{ح^{٢} م (م + ١)}$$

$$= \frac{م}{م + ١} \quad (١)$$

$$، \frac{أ}{أ + ب} = \frac{ح م^{٢}}{ح م^{٢} + ح م} = \frac{ح م^{٢}}{ح م (م + ١)}$$

$$= \frac{م}{م + ١} \quad (٢)$$

من (١) ، (٢) : $\therefore \frac{أ ح}{ب (ب + ح)} = \frac{أ}{أ + ب}$

حل آخر: $\because ب^{٢} = أ ح$

$$\therefore \frac{أ ح}{ب (ب + ح)} = \frac{أ ح}{ب^{٢} + ب ح} = \frac{أ ح}{أ ح + ب ح}$$

$$= \frac{أ ح}{ح (أ + ب)} = \frac{أ}{أ + ب} = \text{الطرف الأيسر.}$$

[١٣] نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{ح} = م$

$\therefore$ ب = ح م ، أ = ح $م^{٢}$

$$\therefore \frac{أ - ب}{أ - ح} = \frac{ح م^{٢} - ح م}{ح م^{٢} - ح} = \frac{ح م (م - ١)}{ح (م^{٢} - ١)}$$

$$= \frac{م (م - ١)}{(م - ١)(م + ١)} = \frac{م}{م + ١} \quad (١)$$

$$، \frac{ب}{ب + ح} = \frac{ح م}{ح م + ح} = \frac{ح م}{ح (م + ١)} = \frac{م}{م + ١} \quad (٢)$$

من (١) ، (٢) : $\therefore \frac{أ - ب}{أ - ح} = \frac{ب}{ب + ح}$

٤

[١] نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{ح} = \frac{ح}{د} = م$

$\therefore$ ح = د م ، ب = د $م^{٢}$ ، أ = د $م^{٣}$

$$\therefore \frac{أ - ٢ ب}{ب - ٢ ح} = \frac{د م^{٣} - ٢ د م^{٢}}{د م^{٢} - ٢ د م} = \frac{د م^{٢} (م - ٢)}{د م (م - ٢)}$$

$$= م \quad (١)$$

$$، \frac{٣ ب + ٤ ح}{٣ ح + ٤ د} = \frac{٣ د م^{٢} + ٤ د م}{٣ د م + ٤ د} = \frac{د م (٣ م + ٤)}{د (٣ م + ٤)}$$

$$= م \quad (٢)$$

من (١) ، (٢) :

$$\therefore \frac{أ - ٢ ب}{ب - ٢ ح} = \frac{٣ ب + ٤ ح}{٣ ح + ٤ د}$$

[٢] نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{ح} = \frac{ح}{د} = م$

$\therefore$ ح = د م ، ب = د $م^{٢}$ ، أ = د $م^{٣}$

$$\therefore \frac{٣ أ + ٥ ح}{٣ ب + ٥ د} = \frac{٣ د م^{٣} + ٥ د م}{٣ د م^{٢} + ٥ د}$$

$$= \frac{د م (٣ م^{٢} + ٥)}{د (٣ م^{٢} + ٥)} = م \quad (١)$$

$$، \frac{أ - ٤ ح}{ب - ٤ د} = \frac{د م^{٣} - ٤ د م}{د م^{٢} - ٤ د} = \frac{د م (م^{٢} - ٤)}{د (م^{٢} - ٤)} = م \quad (٢)$$

من (١) ، (٢) : $\therefore \frac{٣ أ + ٥ ح}{٣ ب + ٥ د} = \frac{أ - ٤ ح}{ب - ٤ د}$

[٣] نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{ح} = \frac{ح}{د} = م$

$\therefore$ ح = د م ، ب = د $م^{٢}$ ، أ = د $م^{٣}$

$$\therefore \frac{٣ أ - ٥ ح}{أ - ب + ح} = \frac{٣ د م^{٣} - ٥ د م}{د م^{٣} - د م^{٤} + د م}$$

$$= \frac{د م (٣ م^{٢} - ٥)}{د م (م^{٢} - م + ١)} = \frac{٣ م^{٢} - ٥}{م^{٢} - م + ١} \quad (١)$$

$$، \frac{٣ ب - ٥ د}{ب - ح + د} = \frac{٣ د م^{٢} - ٥ د}{د م^{٢} - د م + د}$$

$$= \frac{د (٣ م^{٢} - ٥)}{د (م^{٢} - م + ١)} = \frac{٣ م^{٢} - ٥}{م^{٢} - م + ١} \quad (٢)$$

من (١) ، (٢) : $\therefore \frac{٣ أ - ٥ ح}{أ - ب + ح} = \frac{٣ ب - ٥ د}{ب - ح + د}$

٤ نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{حـ} = \frac{حـ}{ء} = م$

$\therefore$ $حـ = ء م$ ، $ب = ء م^{2}$ ، $أ = ء م^{3}$

$$\therefore \frac{أ - ء}{أ + ب + حـ} = \frac{ء م^{3} - ء}{ء م^{3} + ء م^{2} + ء م}$$

$$= \frac{ء (م^{3} - 1)}{ء م (م^{2} + م + 1)}$$

$$= \frac{(م - 1)(م^{2} + م + 1)}{م (م^{2} + م + 1)}$$

$$= \frac{م - 1}{م} \quad (1)$$

$$، \frac{أ - 2ب + حـ}{أ - ب} = \frac{ء م^{3} - 2ء م^{2} + ء م}{ء م^{3} - ء م^{2}}$$

$$= \frac{ء م (م^{2} - 2م + 1)}{ء م^{2} (م - 1)}$$

$$= \frac{(م - 1)(م - 1)}{م (م - 1)} = \frac{م - 1}{م} \quad (2)$$

من (1) ، (2) :

$$\therefore \frac{أ - ء}{أ + ب + حـ} = \frac{أ - 2ب + حـ}{أ - ب}$$

٥ نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{حـ} = \frac{حـ}{ء} = م$

$\therefore$ $حـ = ء م$ ، $ب = ء م^{2}$ ، $أ = ء م^{3}$

$$\therefore \frac{حـ^{2} - ء^{2}}{أ - حـ} = \frac{ء^{2} م^{2} - ء^{2}}{ء م^{3} - ء م} = \frac{ء^{2} (م^{2} - 1)}{ء م (م^{2} - 1)} = \frac{ء}{م} \quad (1)$$

$$، \frac{ب ء}{أ} = \frac{ء^{2} م^{2}}{ء م^{3}} = \frac{ء}{م} \quad (2)$$

من (1) ، (2) : $\therefore \frac{حـ^{2} - ء^{2}}{أ - حـ} = \frac{ب ء}{أ}$

٦ نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{حـ} = \frac{حـ}{ء} = م$

$\therefore$ $حـ = ء م$ ، $ب = ء م^{2}$ ، $أ = ء م^{3}$

$$\therefore \frac{أ^{2} - 3حـ^{2}}{ب^{2} - 3ء^{2}} = \frac{ء^{2} م^{6} - 3ء^{2} م^{2}}{ء^{2} م^{4} - 3ء^{2}}$$

$$= \frac{ء^{2} م^{2} (م^{4} - 3)}{ء^{2} (م^{4} - 3)} = م^{2} \quad (1)$$

$$، \frac{ب}{ء} = \frac{ء م^{2}}{ء} = م^{2} \quad (2)$$

من (1) ، (2) : $\therefore \frac{أ^{2} - 3حـ^{2}}{ب^{2} - 3ء^{2}} = \frac{ب}{ء}$

٧ نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{حـ} = \frac{حـ}{ء} = م$

$\therefore$ $حـ = ء م$ ، $ب = ء م^{2}$ ، $أ = ء م^{3}$

$$\therefore \frac{أ ب - حـ ء}{ب^{2} - حـ^{2}} = \frac{ء^{2} م^{5} - ء^{2} م}{ء^{2} م^{4} - ء^{2} م^{2}}$$

$$= \frac{ء^{2} م (م^{4} - 1)}{ء^{2} م^{2} (م^{2} - 1)}$$

$$= \frac{(م^{2} - 1)(م^{2} + 1)}{م (م^{2} - 1)}$$

$$= \frac{م^{2} + 1}{م} \quad (1)$$

$$، \frac{أ + حـ}{ب} = \frac{ء م^{3} + ء م}{ء م^{2}} = \frac{ء م (م^{2} + 1)}{ء م^{2}}$$

$$= \frac{م^{2} + 1}{م} \quad (2)$$

من (1) ، (2) : $\therefore \frac{أ ب - حـ ء}{ب^{2} - حـ^{2}} = \frac{أ + حـ}{ب}$

٨ نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{حـ} = \frac{حـ}{ء} = م$

$\therefore$ $حـ = ء م$ ، $ب = ء م^{2}$ ، $أ = ء م^{3}$

$$\therefore \frac{أ}{ب + ء} = \frac{ء م^{3}}{ء م^{2} + ء} = \frac{ء م^{3}}{ء (م^{2} + 1)} = \frac{م^{3}}{م^{2} + 1} \quad (1)$$

$$، \frac{حـ^{3}}{حـ ء^{2} + ء^{3}} = \frac{ء^{3} م^{3}}{ء^{3} م^{2} + ء^{3}} = \frac{ء^{3} م^{3}}{ء^{3} (م^{2} + 1)}$$

$$= \frac{م^{3}}{م^{2} + 1} \quad (2)$$

من (1) ، (2) : $\therefore \frac{أ}{ب + ء} = \frac{حـ^{3}}{حـ ء^{2} + ء^{3}}$

٩ نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{حـ} = \frac{حـ}{ء} = م$

$\therefore$ $حـ = ء م$ ، $ب = ء م^{2}$ ، $أ = ء م^{3}$

$$\therefore \frac{أ^{2} + ب^{2} + حـ^{2}}{ب^{2} + حـ^{2} + ء^{2}} = \frac{ء^{2} م^{6} + ء^{2} م^{4} + ء^{2} م^{2}}{ء^{2} م^{4} + ء^{2} م^{2} + ء^{2}}$$

$$= \frac{ء^{2} م^{2} (م^{4} + م^{2} + 1)}{ء^{2} (م^{4} + م^{2} + 1)} = م^{2} \quad (1)$$

، $\frac{أ حـ}{ب ء} = \frac{ء م^{٣} \times ء م}{ء م^{٢} \times ء} = م^{٢}$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $\frac{أ^{٢}+ب^{٢}+حـ^{٢}}{ب^{٢}+حـ^{٢}+ء^{٢}} = \frac{أ حـ}{ب ء}$

١٠ نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{حـ} = \frac{حـ}{ء} = م$

∴ $حـ = ء م ، ب = ء م^{٢} ، أ = ء م^{٣}$

∴ $\frac{٢أ+٣ء}{٣أ-٤ء} = \frac{٢ء م^{٣}+٣ء}{٣ء م^{٣}-٤ء}$

$= \frac{ء(٢م^{٣}+٣)}{ء(٣م^{٣}-٤)} = \frac{٢م^{٣}+٣}{٣م^{٣}-٤}$ (١)

، $\frac{٢أ^{٣}+٣ب^{٣}}{٣أ^{٣}-٤ب^{٣}} = \frac{٢ء^{٣}م^{٩}+٣ء^{٣}م^{٦}}{٣ء^{٣}م^{٩}-٤ء^{٣}م^{٦}}$

$= \frac{ء^{٣}م^{٦}(٢م^{٣}+٣)}{ء^{٣}م^{٦}(٣م^{٣}-٤)}$

$= \frac{٢م^{٣}+٣}{٣م^{٣}-٤}$ (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ $\frac{٢أ+٣ء}{٣أ-٤ء} = \frac{٢أ^{٣}+٣ب^{٣}}{٣أ^{٣}-٤ب^{٣}}$

١١ نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{حـ} = \frac{حـ}{ء} = م$

حيث م عدد حقيقي موجب

∴ $حـ = ء م ، ب = ء م^{٢} ، أ = ء م^{٣}$

∴ $\frac{أ+٥ب}{ب+٥حـ} = \frac{ء م^{٣}+٥ء م^{٢}}{ء م^{٢}+٥ء م}$

$= \frac{ء م^{٢}(م+٥)}{ء م(م+٥)} = م$ (١)

، $\sqrt{\frac{ب}{ء}} = \sqrt{\frac{ء م^{٢}}{ء}} = م$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $\frac{أ+٥ب}{ب+٥حـ} = \sqrt{\frac{ب}{ء}}$

١٢ نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{حـ} = \frac{حـ}{ء} = م$

∴ $حـ = ء م ، ب = ء م^{٢} ، أ = ء م^{٣}$

∴ $\sqrt[٣]{\frac{٥أ^{٣}-٣حـ^{٣}}{٥ب^{٣}-٣ء^{٣}}} = \sqrt[٣]{\frac{٥ء^{٣}م^{٩}-٣ء^{٣}م^{٣}}{٥ء^{٣}م^{٦}-٣ء^{٣}}}$

$= \sqrt[٣]{\frac{ء^{٣}م^{٣}(٥م^{٦}-٣)}{ء^{٣}(٥م^{٦}-٣)}} = \sqrt[٣]{م^{٣}} = م$ (١)

، $\frac{أ+حـ}{ب+ء} = \frac{ء م^{٣}+ء م}{ء م^{٢}+ء} = \frac{ء م(م^{٢}+١)}{ء(م^{٢}+١)} = م$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $\sqrt[٣]{\frac{٥أ^{٣}-٣حـ^{٣}}{٥ب^{٣}-٣ء^{٣}}} = \frac{أ+حـ}{ب+ء}$

١٣ نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{حـ} = \frac{حـ}{ء} = م$

∴ $حـ = ء م ، ب = ء م^{٢} ، أ = ء م^{٣}$

∴ $\left(\frac{أ+ب}{ب+حـ}\right)^{٣} = \left(\frac{ء م^{٣}+ء م^{٢}}{ء م^{٢}+ء م}\right)^{٣}$

$= \left(\frac{ء م^{٢}(م+١)}{ء م(م+١)}\right)^{٣} = م^{٣}$ (١)

، $\frac{أ}{ء} = \frac{ء م^{٣}}{ء} = م^{٣}$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $\left(\frac{أ+ب}{ب+حـ}\right)^{٣} = \frac{أ}{ء}$

١٤ نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{حـ} = \frac{حـ}{ء} = م$

∴ $حـ = ء م ، ب = ء م^{٢} ، أ = ء م^{٣}$

∴ $\frac{أ^{٢}+ء^{٢}}{حـ(أ+حـ)} = \frac{ء^{٢}م^{٦}+ء^{٢}}{ء م(ء م^{٣}+ء م)}$

$= \frac{ء^{٢}(م^{٦}+١)}{ء^{٢}م^{٢}(م^{٢}+١)} = \frac{(م^{٢}+١)(م^{٤}-م^{٢}+١)}{م^{٢}(م^{٢}+١)}$

$= \frac{م^{٤}-م^{٢}+١}{م^{٢}}$ (١)

، $\frac{ب}{ء}+\frac{ء}{ب}-١ = \frac{ء م^{٢}}{ء}+\frac{ء}{ء م^{٢}}-١$

$= م^{٢}+\frac{١}{م^{٢}}-١ = \frac{م^{٤}+١-م^{٢}}{م^{٢}}$

$= \frac{م^{٤}-م^{٢}+١}{م^{٢}}$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $\frac{أ^{٢}+ء^{٢}}{حـ(أ+حـ)} = \frac{ب}{ء}+\frac{ء}{ب}-١$

٥

١ (أ)	٢ (جـ)	٣ (جـ)	٤ (أ)
٥ (جـ)	٦ (ب)	٧ (جـ)	٨ (د)
٩ (أ)	١٠ (ب)	١١ (جـ)	١٢ (جـ)
١٣ (جـ)	١٤ (جـ)	١٥ (أ)	

٦

∵ ا ، ٣ ، ٩ ، ب في تناسب متسلسل

∴ $\frac{\text{ا}}{٣} = \frac{٣}{٩} = \frac{٩}{\text{ب}}$ ∴ $\text{ا} = \frac{٣ \times ٣}{٩} = ١$

، $\text{ب} = \frac{٩ \times ٩}{٣} = ٢٧$

٧

∵ ٣ ، ل ، ١٢ ، م في تناسب متسلسل

∴ $\frac{٣}{\text{ل}} = \frac{\text{ل}}{١٢} = \frac{١٢}{\text{م}}$

∴ $\text{ل} = \pm\sqrt{٣ \times ١٢} = \pm\sqrt{٣٦} = \pm ٦$

، $\text{م} = \frac{١٢ \times ١٢}{\pm ٦} = \pm ٢٤$

٨

∵ $\frac{٢}{\text{ا}} = \frac{\text{ا}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{٥٤} = \text{م}$

∴ ب = ٥٤ م ، ا = ٥٤ $\text{م}^{٢}$ ، ٢ = ٥٤ $\text{م}^{٣}$

∴ $\text{م}^{٣} = \frac{١}{٢٧}$ ∴ $\text{م} = \frac{١}{٣}$

∴ $\text{ب} = ٥٤ \times \frac{١}{٣} = ١٨$ ، $\text{ا} = ٥٤ \times \left(\frac{١}{٣}\right)^{٢} = ٦$

∴ ا + ب = ٦ + ١٨ = ٢٤

٩

نفرض أن العدد = س

∴ $\frac{٣ - \text{س}}{٧ - \text{س}} = \frac{٧ - \text{س}}{١٩ - \text{س}}$

∴ $(٣ - \text{س})(١٩ - \text{س}) = (٧ - \text{س})^{٢}$

∴ $٥٧ - ٢٢\,\text{س} + \text{س}^{٢} = ٤٩ - ١٤\,\text{س} + \text{س}^{٢}$

∴ ٥٧ − ٤٩ = − ١٤ س + ٢٢ س

∴ ٨ = ٨ س ∴ س = ١

∴ العدد هو : ١

١٠

∵ ا = ٤ حـ = ٤

∴ ا = ٤ ، حـ = ١

، ∵ ب وسط متناسب بين ا ، حـ

∴ $\text{ب}^{٢} = \text{ا حـ}$ ∴ $\text{ب}^{٢} = ٤ \times ١ = ٤$

∴ $\text{ا}^{٢} + \text{ب}^{٢} + \text{حـ}^{٢} = ٤^{٢} + ٤ + ١^{٢}$

= ١٦ + ٤ + ١ = ٢١

١١

∵ $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{حـ}}$ ، $\frac{\text{ب}}{\text{حـ}} = \frac{\text{حـ}}{\text{د}}$

∴ $\frac{\text{ا}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{حـ}} = \frac{\text{حـ}}{\text{د}} = \text{م}$

∴ حـ = د م ، ب = د $\text{م}^{٢}$ ، ا = د $\text{م}^{٣}$

∴ $\frac{\text{ا}^{٢}}{\text{ب}^{٢}} + \frac{\text{ب}^{٢}}{\text{حـ}^{٢}} + \frac{\text{حـ}^{٢}}{\text{د}^{٢}} = \text{م}^{٢} + \text{م}^{٢} + \text{م}^{٢} = ٣\,\text{م}^{٢}$ (١)

، $\frac{\text{ا}}{\text{حـ}} + \frac{\text{ب}}{\text{د}} + \frac{\text{ا حـ}}{\text{ب د}} = \frac{\text{د م}^{٣}}{\text{د م}} + \frac{\text{د م}^{٢}}{\text{د}} + \frac{\text{د}^{٢}\,\text{م}^{٤}}{\text{د}^{٢}\,\text{م}^{٢}}$

$= \text{م}^{٢} + \text{م}^{٢} + \text{م}^{٢} = ٣\,\text{م}^{٢}$ (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ $\frac{\text{ا}^{٢}}{\text{ب}^{٢}} + \frac{\text{ب}^{٢}}{\text{حـ}^{٢}} + \frac{\text{حـ}^{٢}}{\text{د}^{٢}} = \frac{\text{ا}}{\text{حـ}} + \frac{\text{ب}}{\text{د}} + \frac{\text{ا حـ}}{\text{ب د}}$

١٢

∵ $\text{ص}^{٢} = \text{س ع}$

∴ س ، ص ، ع في تناسب متسلسل

∴ $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{\text{ص}}{\text{ع}} = \text{م}$ ∴ ص = ع م ، س = ع $\text{م}^{٢}$

∴ $\frac{\text{س}(\text{س} - \text{ص})}{\text{ص}(\text{ص} - \text{ع})} = \frac{\text{ع م}^{٢}(\text{ع م}^{٢} - \text{ع م})}{\text{ع م}(\text{ع م} - \text{ع})}$

$= \frac{\text{ع}^{٢}\,\text{م}^{٣}(\text{م} - ١)}{\text{ع}^{٢}\,\text{م}(\text{م} - ١)} = \text{م}^{٢}$ (١)

، $\frac{\text{ص}^{٢}}{\text{ع}^{٢}} = \frac{\text{ع}^{٢}\,\text{م}^{٢}}{\text{ع}^{٢}} = \text{م}^{٢}$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $\frac{\text{س}(\text{س} - \text{ص})}{\text{ص}(\text{ص} - \text{ع})} = \frac{\text{ص}^{٢}}{\text{ع}^{٢}}$

١٣

∵ $ب^{٢} = أ ج$ ∴ $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{ج}$

، ∵ $ج^{٢} = ب د$ ∴ $\frac{ب}{ج} = \frac{ج}{د}$

∴ $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{ج} = \frac{ج}{د} = م$

∴ $ج = د م$ ، $ب = د م^{٢}$ ، $أ = د م^{٣}$

∴ $\frac{٢أ + ٣د}{٣أ - ٤د} = \frac{٢ د م^{٣} + ٣د}{٣ د م^{٣} - ٤د} = \frac{د (٢ م^{٣} + ٣)}{د (٣ م^{٣} - ٤)}$

$= \frac{٢ م^{٣} + ٣}{٣ م^{٣} - ٤}$ (١)

، $\frac{٢أ^{٣} + ٣ب^{٣}}{٣أ^{٣} - ٤ب^{٣}} = \frac{٢ د^{٣} م^{٩} + ٣ د^{٣} م^{٦}}{٣ د^{٣} م^{٩} - ٤ د^{٣} م^{٦}}$

$= \frac{د^{٣} م^{٦} (٢ م^{٣} + ٣)}{د^{٣} م^{٦} (٣ م^{٣} - ٤)} = \frac{٢ م^{٣} + ٣}{٣ م^{٣} - ٤}$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $\frac{٢أ + ٣د}{٣أ - ٤د} = \frac{٢أ^{٣} + ٣ب^{٣}}{٣أ^{٣} - ٤ب^{٣}}$

١٤

∵ $\frac{أ^{٢} + ب^{٢}}{ب^{٢}} = \frac{ب^{٢} + ج^{٢}}{ج^{٢}}$

∴ $أ^{٢} ج^{٢} + ب^{٢} ج^{٢} = ب^{٤} + ب^{٢} ج^{٢}$

∴ $أ^{٢} ج^{٢} = ب^{٤}$ ∴ $أ ج = ب^{٢}$

∴ ب وسط متناسب بين أ ، ج

١٥

نفرض أن : $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{ج} = \frac{ج}{د} = م$

∴ $ج = د م$ ، $ب = د م^{٢}$ ، $أ = د م^{٣}$

∴ $(ب + ج)^{٢} = (د م^{٢} + د م)^{٢} = د^{٢} م^{٢} (م + ١)^{٢}$ (١)

، $(أ + ب)(ج + د) = (د م^{٣} + د م^{٢})(د م + د)$

$= د م^{٢} (م + ١) \times د (م + ١)$

$= د^{٢} م^{٢} (م + ١)^{٢}$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $(ب + ج)^{٢} = (أ + ب)(ج + د)$

∴ $(ب + ج)$ وسط متناسب بين $(أ + ب)$ ، $(ج + د)$

١٦

نفرض أن : $\frac{٥أ}{٦ب} = \frac{٦ب}{٧ج} = \frac{٧ج}{٨د} = م$

∴ $٧ج = ٨د م$ ، $٦ب = ٨د م^{٢}$ ، $٥أ = ٨د م^{٣}$

∴ $\sqrt[٣]{\frac{٥أ}{٨د}} = \sqrt[٣]{\frac{٨د م^{٣}}{٨د}} = \sqrt[٣]{م^{٣}} = م$ (١)

، $\sqrt{\frac{٥أ + ٦ب}{٧ج + ٨د}} = \sqrt{\frac{٨د م^{٣} + ٨د م^{٢}}{٨د م + ٨د}}$

$= \sqrt{\frac{٨د م^{٢} (م + ١)}{٨د (م + ١)}} = \sqrt{م^{٢}} = م$ (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ $\sqrt[٣]{\frac{٥أ}{٨د}} = \sqrt{\frac{٥أ + ٦ب}{٧ج + ٨د}}$

١٧

∵ $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{ج} = م$ ∴ $ب = ج م$ ، $أ = ج م^{٢}$

∴ $\frac{أ^{٤} + ب^{٤} + ج^{٤}}{أ^{-٤} + ب^{-٤} + ج^{-٤}} = \frac{ج^{٤} م^{٨} + ج^{٤} م^{٤} + ج^{٤}}{ج^{-٤} م^{-٨} + ج^{-٤} م^{-٤} + ج^{-٤}}$

$= \frac{ج^{٤} م^{٨} (١ + م^{-٤} + م^{-٨})}{ج^{-٤} (م^{-٨} + م^{-٤} + ١)} = ج^{٨} م^{٨}$ (١)

، ∵ $ب^{٨} = ج^{٨} م^{٨}$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $\frac{أ^{٤} + ب^{٤} + ج^{٤}}{أ^{-٤} + ب^{-٤} + ج^{-٤}} = ب^{٨}$

١٨

نفرض أن : $\frac{س}{ص} = \frac{ص}{ع} = م$

∴ $ص = ع م$ ، $س = ع م^{٢}$

، ∵ $س + ص = ١٥$ ∴ $ع م^{٢} + ع م = ١٥$

∴ $ع م (م + ١) = ١٥$ ∴ $م + ١ = \frac{١٥}{ع م}$ (١)

، ∵ $ص + ع = ٢٢,٥$ ∴ $ع م + ع = ٢٢,٥$

∴ $ع (م + ١) = ٢٢,٥$

∴ $م + ١ = \frac{٢٢,٥}{ع}$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $\frac{١٥}{ع م} = \frac{٢٢,٥}{ع}$

∴ ٢٢,٥ م = ١٥   ∴ م = $\frac{١٥}{٢٢,٥} = \frac{٢}{٣}$

∴ س : ص = ٢ : ٣

١٩

نفرض أن : $\frac{ق(∠أ)}{ق(∠ب)} = \frac{ق(∠ب)}{ق(∠ج)} = م$

∴ ق(∠ب) = ق(∠ج) × م ، ق(∠أ) = ق(∠ج) × $م^٢$

، ∵ ق(∠أ) + ق(∠ب) + ق(∠ج) = ١٨٠°

∴ ق(∠ج) × $م^٢$ + ق(∠ج) × م + ق(∠ج) = ١٨٠°

∴ ٦٠ $م^٢$ + ٦٠ م + ٦٠ = ١٨٠

∴ $م^٢$ + م + ١ = ٣

∴ $م^٢$ + م − ٢ = ٠   ∴ (م + ٢) (م − ١) = ٠

∴ م = −٢ (مرفوض) أ، م = ١

∴ ق(∠أ) = ٦٠ × $١^٢$ = ٦٠°

، ق(∠ب) = ٦٠ × ١ = ٦٠°

٢٠

∵ $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{ج} = \frac{ج}{د} = ٢$

∴ ج = ٢ د ، ب = ٤ د ، أ = ٨ د

، ∵ أ $س^٢$ − ٢ ب س + ج = ٠

∴ ٨ د $س^٢$ − ٨ د س + ٢ د = ٠

وبالقسمة على ٢ د :   ∴ ٤ $س^٢$ − ٤ س + ١ = ٠

∴ $(٢ س − ١)^٢$ = ٠   ∴ ٢ س − ١ = ٠

∴ س = $\frac{١}{٢}$ ∴ مجموعة الحل = $\{\frac{١}{٢}\}$

٢١

∵ العدد ٥ وسط متناسب بين س ، ص

∴ ٢٥ = س ص   (١)

نفرض أن الوسط المتناسب بين (س + $\frac{١}{ص}$)

، (ص + $\frac{١}{س}$) هو ع

∴ $ع^٢$ = (س + $\frac{١}{ص}$) (ص + $\frac{١}{س}$)

= س ص + ١ + ١ + $\frac{١}{س ص}$

= س ص + $\frac{١}{س ص}$ + ٢

ومن (١) : ∴ $ع^٢$ = ٢٥ + $\frac{١}{٢٥}$ + ٢ = ٢٧,٠٤

∴ ع = ± $\sqrt{٢٧,٠٤}$ = ± ٥,٢

إجابات تمارين ٨

١

١ (د)	٢ (أ)	٣ (أ)	٤ (أ)
٥ (ب)	٦ (جـ)	٧ (د)	٨ (د)
٩ (د)	١٠ (ب)	١١ (جـ)	١٢ (جـ)
١٣ (جـ)	١٤ (د)	١٥ (د)	١٦ (جـ)
١٧ (ب)	١٨ (ب)	١٩ (أ)	٢٠ (د)
٢١ (أ)	٢٢ (د)		

٢

∵ ص ∝ س   ∴ $\frac{ص_١}{ص_٢} = \frac{س_١}{س_٢}$

∴ $\frac{٢٠}{٤٠} = \frac{٧}{س_٢}$ ∴ $س_٢ = \frac{٤٠ × ٧}{٢٠} = ١٤$

٣

∵ أ ∝ $\frac{١}{ب}$ ∴ $\frac{أ_١}{أ_٢} = \frac{ب_٢}{ب_١}$

[١] $\frac{١٢}{أ_٢} = \frac{١,٥}{٨}$ ∴ $أ_٢ = \frac{٨ × ١٢}{١,٥} = ٦٤$

[٢] $\frac{١٢}{٢} = \frac{ب_٢}{٨}$ ∴ $ب_٢ = \frac{١٢ × ٨}{٢} = ٤٨$

٤

[١] ∵ ص ∝ س   ∴ ص = م س

∴ ١٤ = ٤٢ م   ∴ م = $\frac{١}{٣}$

∴ ص = $\frac{١}{٣}$ س وهى العلاقة بين س ، ص

[٢] عند س = ٦٠   ∴ ص = $\frac{١}{٣}$ × ٦٠ = ٢٠

٥

[١] ∵ ص ∝ $\frac{١}{س}$ ∴ س ص = م

$\therefore$ ٣ × ٢ = م $\qquad$ $\therefore$ م = ٦

$\therefore$ س ص = ٦ وهى العلاقة بين س ، ص

[٢] عند س = ١,٥ $\qquad$ $\therefore$ ص = $\frac{٦}{١,٥}$ = ٤

٦

$\because$ ص $\propto$ $\frac{١}{س}$ $\qquad$ $\therefore$ س ص = م

$\therefore$ م = ٣ × ١٠ = ٣٠ $\qquad$ $\therefore$ س ص = ٣٠

$\therefore$ ص = $\frac{٣٠}{س}$

، عند س = ١ $\qquad$ $\therefore$ ص = $\frac{٣٠}{١}$ = ٣٠

، عند س = ٢ $\qquad$ $\therefore$ ص = $\frac{٣٠}{٢}$ = ١٥

، عند س = ٣ $\qquad$ $\therefore$ ص = $\frac{٣٠}{٣}$ = ١٠

، عند س = ٤ $\qquad$ $\therefore$ ص = $\frac{٣٠}{٤}$ = ٧,٥

، عند س = ٥ $\qquad$ $\therefore$ ص = $\frac{٣٠}{٥}$ = ٦

٧

$\because$ ص $\propto$ س^{٢} $\qquad$ $\therefore$ ص = م س^{٢}

$\therefore$ ٤ = م (٣)^{٢} $\qquad$ $\therefore$ م = $\frac{٤}{٩}$

$\therefore$ ص = $\frac{٤}{٩}$ س^{٢} وهى العلاقة بين س ، ص

وعند س = ٩ $\qquad$ $\therefore$ ص = $\frac{٤}{٩}$ × ٩^{٢} = ٣٦

٨

$\because$ ص $\propto$ س^{٣} $\qquad$ $\therefore$ ص = م س^{٣}

$\therefore$ ٦٤ = م (٢)^{٣} $\qquad$ $\therefore$ م = ٨

$\therefore$ ص = ٨ س^{٣} وهى العلاقة بين س ، ص

وعند س = $\frac{١}{٢}$ $\qquad$ $\therefore$ ص = ٨ × $\left(\frac{١}{٢}\right)^{٣}$ = ١

٩

$\because$ ص $\propto$ $\frac{١}{\sqrt{س}}$ $\qquad$ $\therefore$ $\frac{ص_{١}}{ص_{٢}}$ = $\frac{\sqrt{س_{٢}}}{\sqrt{س_{١}}}$

$\therefore$ $\frac{٢}{ص_{٢}}$ = $\frac{\sqrt{٣٢}}{\sqrt{١٦}}$ $\qquad$ $\therefore$ ص$_{٢}$ = $\frac{٢ × ٤}{٤\sqrt{٢}}$ = $\sqrt{٢}$

١٠

$\because$ ص^{٢} $\propto$ س^{٣} $\qquad$ $\therefore$ ص^{٢} = م س^{٣}

$\therefore$ ٩ = م × ٨ $\qquad$ $\therefore$ م = $\frac{٩}{٨}$

$\therefore$ ص^{٢} = $\frac{٩}{٨}$ س^{٣}

١١

$\because$ ص^{٢} $\propto$ $\frac{١}{\sqrt[٣]{س}}$ $\qquad$ $\therefore$ $\left(\frac{ص_{١}}{ص_{٢}}\right)^{٢}$ = $\sqrt[٣]{\frac{س_{٢}}{س_{١}}}$

$\therefore$ $\left(\frac{٣}{١,٥}\right)^{٢}$ = $\sqrt[٣]{\frac{س_{٢}}{٨}}$ $\qquad$ $\therefore$ ٤ = $\frac{\sqrt[٣]{س_{٢}}}{٢}$

$\therefore$ $\sqrt[٣]{س_{٢}}$ = ٨ $\qquad$ $\therefore$ س$_{٢}$ = ٥١٢

١٢

$\because$ ص $\propto$ (س + ١) $\qquad$ $\therefore$ ص = م (س + ١)

$\therefore$ ٢ = م (٣ + ١) $\qquad$ $\therefore$ م = $\frac{١}{٢}$

$\therefore$ ص = $\frac{١}{٢}$ (س + ١)

١٣

$\because$ $\frac{٥ س - ٣ ص}{٣ س + ٥ ص}$ = ١

$\therefore$ ٥ س − ٣ ص = ٣ س + ٥ ص

$\therefore$ ٢ س = ٨ ص $\qquad$ $\therefore$ ص = $\frac{١}{٤}$ س

$\therefore$ ص $\propto$ س

١٤

$\because$ $\frac{أ + ٢ ب}{٦}$ = $\frac{ب + ٣ جـ}{٣}$

$\therefore$ ٣ أ + ٦ ب = ٦ ب + ١٨ جـ

$\therefore$ ٣ أ = ١٨ جـ

$\therefore$ أ = ٦ جـ $\qquad$ $\therefore$ أ $\propto$ جـ

١٥

$\because$ $\frac{٢١ س - ص}{٧ س - ع}$ = $\frac{ص}{ع}$

$\therefore$ ٢١ س ع − ع ص = ٧ س ص − ع ص

$\therefore$ ٢١ س ع = ٧ س ص $\qquad$ $\therefore$ ٣ ع = ص

$\therefore$ ص $\propto$ ع

١٦

∵ سـ^{٢} ص^{٢} − ٦ سـ ص + ٩ = ٠

∴ (سـ ص − ٣)^{٢} = ٠   ∴ سـ ص = ٣

∴ ص تتغير عكسيًا مع سـ

١٧

∵ ٤ أ^{٢} − ١٢ أ ب + ٩ ب^{٢} = ٠

∴ (٢ أ − ٣ ب)^{٢} = ٠   ∴ ٢ أ − ٣ ب = ٠

∴ ٢ أ = ٣ ب   ∴ أ = ٣/٢ ب   ∴ أ ∝ ب

١٨

∵ سـ^{٤} ص^{٢} − ١٤ سـ^{٢} ص + ٤٩ = ٠

∴ (سـ^{٢} ص − ٧)^{٢} = ٠   ∴ سـ^{٢} ص − ٧ = ٠

∴ سـ^{٢} ص = ٧   ∴ ص ∝ ١/سـ^{٢}

١٩

∵ (٤ سـ + ٧ ص) ∝ (سـ + ٢ ص)

∴ (٤ سـ + ٧ ص) = م (سـ + ٢ ص)

∴ ٤ سـ + ٧ ص = م سـ + ٢ م ص

∴ ٧ ص − ٢ م ص = م سـ − ٤ سـ

∴ ص (٧ − ٢ م) = سـ (م − ٤)

∴ ص = (م − ٤)/(٧ − ٢ م) سـ بوضع (م − ٤)/(٧ − ٢ م) = ك ∈ ح*

∴ ص = ك سـ   ∴ ص ∝ سـ

٢٠

∵ (أ/ص − أ/سـ) ∝ سـ − ص

∴ أ/ص − أ/سـ = م (سـ − ص)

∴ (أ سـ − أ ص)/(سـ ص) = م (سـ − ص)

∴ أ (سـ − ص)/(سـ ص) = م (سـ − ص)

∴ سـ ص = أ/م (ثابت)

∴ سـ تتغير عكسيًا مع ص

٢١

الجدول الأول : التغير عكسى

السبب : ٣ × ٢٠ = ٦٠ ، ٥ × ١٢ = ٦٠

، ٤ × ١٥ = ٦٠ ، ٦ × ١٠ = ٦٠

أى أن : سـ ص = م

الجدول الثانى : التغير طردى.

السبب : ٩/٢ = ١٨/٤ = ٥٤/١٢ = ٧٢/١٦

أى أن : ص/سـ = م

الجدول الثالث : التغير طردى

السبب : ٩/٥ = ١٨/١٠ = ٢٧/١٥ = ٤٥/٢٥

أى أن : ص/سـ = م

الجدول الرابع : التغير ليس طرديًا وليس عكسيًا

السبب : ٣ × ٦ ≠ −١٨ × ١ ، أ ٦/٣ ≠ −٩/−٢

أى أن : سـ ص ≠ م   ∴ التغير ليس عكسيًا

أ، ص/سـ ≠ م   ∴ التغير ليس طرديًا

٢٢

(١) التغير عكسى

(٢) ∵ ص ∝ ١/سـ   ∴ ص سـ = م   ∴ م = ١٢

(٣) عندما سـ = ٣   ∴ ٣ ص = ١٢   ∴ ص = ٤

(٤) عندما ص = ٢ ٢/٥   ∴ (٢ ٢/٥) سـ = ١٢

∴ ١٢/٥ سـ = ١٢   ∴ سـ = ٥

٢٣

(١) التغير طردى

(٢) ∵ ص ∝ سـ   ∴ ص/سـ = م   ∴ م = ١٢

∴ أ/٢ = ١٢   ∴ أ = ٢٤ ، ٣٦/ب = ١٢   ∴ ب = ٣

٢٤

∵ ص = ع + ٥ ، ع $\propto \frac{١}{س}$

∴ ع = $\frac{م}{س}$ ∴ ص = $\frac{م}{س}$ + ٥

وعندما ص = ٦ ، س = ٢

∴ ٦ = $\frac{م}{٢}$ + ٥ ∴ ١ = $\frac{م}{٢}$

∴ م = ٢ ∴ ص = $\frac{٢}{س}$ + ٥

وعندما س = ١ ∴ ص = $\frac{٢}{١}$ + ٥ = ٧

٢٥

[١] ∵ ص = أ + ب ، ب $\propto$ س

∴ ب = م س ∴ ص = أ + م س

وعندما ص = ٣ ، س = ٠ ∴ ٣ = أ + م × ٠

∴ أ = ٣ ∴ ص = ٣ + م س

، عندما ص = ٥ ، س = ٣ ∴ ٥ = ٣ + م × ٣

∴ م = $\frac{٢}{٣}$ ∴ ص = ٣ + $\frac{٢}{٣}$ س

[٢] عندما س = ٧ ∴ ص = ٣ + $\frac{٢}{٣}$ × ٧ = ٧ $\frac{٢}{٣}$

٢٦

∵ ص = أ − ٩ ، ص $\propto \frac{١}{س^{٢}}$

∴ ص = $\frac{م}{س^{٢}}$ ∴ $\frac{م}{س^{٢}}$ = أ − ٩

∴ م = $س^{٢}$ (أ − ٩)

، ∵ أ = ١٨ عندما س = $\frac{٢}{٣}$

∴ م = $\frac{٤}{٩}$ (١٨ − ٩) = $\frac{٤}{٩}$ × ٩ = ٤

∴ ص = $\frac{٤}{س^{٢}}$

، عندما س = ١ ∴ ص = ٤

٢٧

[١] ∵ ص = ٢ + أ ، أ $\propto \frac{١}{س}$

∴ أ = $\frac{م}{س}$

وعندما أ = ٥ ، س = ٢

∴ ٥ = $\frac{م}{٢}$ ∴ م = ١٠

∴ أ = $\frac{١٠}{س}$ ∴ ص = ٢ + $\frac{١٠}{س}$

[٢] عند س = ٥ ∴ ص = ٢ + $\frac{١٠}{٥}$ = ٤

٢٨

∵ س = ل + ٩ ، ل $\propto$ ص

∴ ل = م ص ∴ س = م ص + ٩

، ∵ س = ٢٤ عندما ص = ٥ ∴ ٢٤ = ٥ م + ٩

∴ م = ٣ ∴ ل = ٣ ص ، عندما ل = ١٢

∴ ١٢ = ٣ ص ∴ ص = ٤

٢٩

∵ ع $\propto \frac{١}{نق^{٢}}$ ∴ $\frac{ع_{١}}{ع_{٢}} = \frac{نق_{٢}^{٢}}{نق_{١}^{٢}}$

∴ $\frac{٢٧}{ع_{٢}} = \frac{(١٥,٧٥)^{٢}}{(١٠,٥)^{٢}}$

∴ $ع_{٢} = \frac{٢٧ \times (١٠,٥)^{٢}}{(١٥,٧٥)^{٢}}$ = ١٢ سم

٣٠

∵ ف $\propto$ ز ∴ $\frac{ف_{١}}{ف_{٢}} = \frac{ز_{١}}{ز_{٢}}$

∴ $\frac{١٥٠}{ف_{٢}} = \frac{٦}{١٠}$ ∴ $ف_{٢} = \frac{١٥٠ \times ١٠}{٦}$ = ٢٥٠ كم

٣١

∵ و $\propto$ ر ∴ $\frac{و_{١}}{و_{٢}} = \frac{ر_{١}}{ر_{٢}}$ ∴ $\frac{١٤}{و_{٢}} = \frac{٨٤}{١٤٤}$

∴ $و_{٢} = \frac{١٤ \times ١٤٤}{٨٤}$ = ٢٤ كيلو جرامًا.

٣٢

∵ ن $\propto \frac{١}{س}$ ∴ $\frac{ن_{١}}{ن_{٢}} = \frac{س_{٢}}{س_{١}}$

∴ $\frac{٤}{ن_{٢}} = \frac{٨}{٦}$ ∴ $ن_{٢} = \frac{٤ \times ٦}{٨}$ = ٣ ساعات.

٣٣

$\because \text{ف} \propto \text{ن}^{٢} \quad \therefore \frac{\text{ف}_{١}}{\text{ف}_{٢}} = \frac{\text{ن}_{١}^{٢}}{\text{ن}_{٢}^{٢}}$

$\therefore \frac{\frac{٨١}{١٦}}{١٤٤} = \frac{\frac{١}{١٦}}{\text{ن}_{٢}^{٢}} \quad \therefore \text{ن}_{٢}^{٢} = \frac{١٤٤ \times \frac{١}{١٦}}{\frac{٨١}{١٦}} = \frac{١٦}{٩}$

$\therefore \text{ن}_{٢} = \frac{٤}{٣} = ١\frac{١}{٣}$ ساعة.

٣٤

$\because \text{ع} \propto \frac{١}{\text{نق}^{٢}} \quad \therefore \frac{\text{ع}_{١}}{\text{ع}_{٢}} = \frac{\text{نق}_{٢}^{٢}}{\text{نق}_{١}^{٢}} \quad \therefore \frac{٥}{\text{ع}_{٢}} = \frac{(٢,٥)^{٢}}{٣^{٢}}$

$\therefore \text{ع}_{٢} = \frac{٥ \times ٣^{٢}}{(٢,٥)^{٢}} = ٧,٢$ سم/ث.

٣٥

نفرض أن وزن الجسم = و ، بعده عن مركز الأرض = ف

$\therefore \text{و} \propto \frac{١}{\text{ف}^{٢}} \quad \therefore \frac{\text{و}_{١}}{\text{و}_{٢}} = \frac{\text{ف}_{٢}^{٢}}{\text{ف}_{١}^{٢}}$

$\therefore \frac{٥٠٠}{\text{و}_{٢}} = \frac{(٦٣٩٠ + ٦٤٠)^{٢}}{(٦٣٩٠)^{٢}}$

$\therefore \text{و}_{٢} \approx ٤١٣$ ثقل كجم

٣٦

$\because \text{س} \propto \text{ص} \text{ ، } \text{ع} \propto \text{ل}$

$\therefore \text{س} = \text{م ص} \quad \therefore \text{ع} = \text{ك ل}$

$\therefore (\text{س} + \text{ص})(\text{ع} + \text{ل}) = (\text{م ص} + \text{ص})(\text{ك ل} + \text{ل})$

$= \text{ص ل}(\text{م} + ١)(\text{ك} + ١) \quad (١)$

$\text{، } (\text{س} - \text{ص})(\text{ع} - \text{ل}) = (\text{م ص} - \text{ص})(\text{ك ل} - \text{ل})$

$= \text{ص ل}(\text{م} - ١)(\text{ك} - ١) \quad (٢)$

بقسمة (١) على (٢) :

$\therefore \frac{(\text{س} + \text{ص})(\text{ع} + \text{ل})}{(\text{س} - \text{ص})(\text{ع} - \text{ل})} = \frac{\text{ص ل}(\text{م} + ١)(\text{ك} + ١)}{\text{ص ل}(\text{م} - ١)(\text{ك} - ١)}$

$= \frac{(\text{م} + ١)(\text{ك} + ١)}{(\text{م} - ١)(\text{ك} - ١)} =$ ثابت.

$\therefore (\text{س} + \text{ص})(\text{ع} + \text{ل}) \propto (\text{س} - \text{ص})(\text{ع} - \text{ل})$

٣٧

$\because (\text{أ} + \text{ب}) \propto \frac{\text{أ}}{\text{ب}} \quad \therefore (\text{أ} + \text{ب}) = \frac{\text{م أ}}{\text{ب}} \quad (١)$

$\text{، } \because (\text{أ}^{٢} - \text{أ ب} + \text{ب}^{٢}) \propto \frac{\text{ب}}{\text{أ}}$

$\therefore (\text{أ}^{٢} - \text{أ ب} + \text{ب}^{٢}) = \frac{\text{ل ب}}{\text{أ}} \quad (٢)$

بضرب (١) × (٢) :

$\therefore (\text{أ} + \text{ب})(\text{أ}^{٢} - \text{أ ب} + \text{ب}^{٢}) = \frac{\text{م أ}}{\text{ب}} \times \frac{\text{ل ب}}{\text{أ}}$

$\therefore \text{أ}^{٣} + \text{ب}^{٣} = \text{ل م} =$ مقدار ثابت.

إجابات الوحدة الثالثة

إجابات تمارين ٩

١ [١] (جـ) [٢] (جـ) [٣] (د)
[٤] (ب) [٥] (ب) [٦] (ب)

٢ المصادر الأولية : [١] ، [٢]
المصادر الثانوية : [٣] ، [٤] ، [٥]

٣

وجه المقارنة / الأسلوب	الحصر الشامل	العينات
تعريفه	أسلوب يقوم على جمع البيانات حول الظاهرة محل الدراسة من جميع مفردات المجتمع الإحصائى.	أسلوب يقوم على جمع البيانات حول الظاهرة محل الدراسة من بعض مفردات المجتمع الإحصائى وليس كل مفرداته وذلك باختيار عينة ممثلة للمجتمع الإحصائى.
المزايا	يتميز بالدقة والشمول وعدم التحيز وبالتمثيل التام لكل مفردات المجتمع الإحصائى	[١] يوفر الوقت والجهد والتكاليف. [٢] الطريقة الوحيدة لجمع البيانات من المجتمعات الكبيرة الغير محدودة. [٣] الطريقة الوحيدة لجمع البيانات عن بعض المجتمعات المحدودة.
العيوب	يحتاج إلى وقت طويل ومجهود كبير وتكلفة باهظة	عدم دقة نتائجه فى بعض الحالات خاصة إذا كانت العينة المختارة غير ممثلة للمجتمع الإحصائى تمثيلاً صادقًا.

٤
أسلوب الحصر الشامل : [١] ، [٥]
أسلوب العينات : [٢] ، [٣] ، [٤]

٥ ، ٦ أجب بنفسك.

٧
العدد الإجمالى للطلاب = ٤٠٠٠ + ٣٠٠٠ + ٢٠٠٠
+ ١٠٠٠ = ١٠٠٠٠ طالب.
عدد مفردات الطبقة الأولى من العينة
$= \frac{٤٠٠٠}{١٠٠٠٠} \times ٥٠٠ = ٢٠٠$ طالب.
عدد مفردات الطبقة الثانية من العينة
$= \frac{٣٠٠٠}{١٠٠٠٠} \times ٥٠٠ = ١٥٠$ طالبًا.
عدد مفردات الطبقة الثالثة من العينة
$= \frac{٢٠٠٠}{١٠٠٠٠} \times ٥٠٠ = ١٠٠$ طالب.
عدد مفردات الطبقة الرابعة من العينة
$= \frac{١٠٠٠}{١٠٠٠٠} \times ٥٠٠ = ٥٠$ طالبًا.

٨
العدد الإجمالى للسيارات = ٣٠٠ + ٥٠٠ + ٢٠٠
= ١٠٠٠ سيارة.
عدد مفردات العينة الكلى = ١٠٠٠ × ٥٪ = ٥٠ سيارة
عدد مفردات الموديل الأول فى العينة
$= \frac{٣٠٠}{١٠٠٠} \times ٥٠ = ١٥$ سيارة.
عدد مفردات الموديل الثانى فى العينة
$= \frac{٥٠٠}{١٠٠٠} \times ٥٠ = ٢٥$ سيارة.
عدد مفردات الموديل الثالث فى العينة
$= \frac{٢٠٠}{١٠٠٠} \times ٥٠ = ١٠$ سيارات.

٩

تعداد الطبقة الثانية = ٥٠٠٠ − ١٥٠٠ = ٣٥٠٠ مفردة.

عدد المفردات الكلية للعينة = $\frac{\text{١٤٠} \times \text{٥٠٠٠}}{\text{٣٥٠٠}}$ = ٢٠٠ مفردة.

١٠

حجم العينة كلها = $\frac{\text{٢٤٠} \times \text{٤٠٠٠٠}}{\text{١٢٠٠٠}}$ = ٨٠٠ مفردة.

إجابات تمارين ١٠

١

[١] (جـ)	[٢] (أ)	[٣] (أ)	[٤] (جـ)
[٥] (ب)	[٦] (أ)	[٧] (ب)	[٨] (جـ)
[٩] (جـ)	[١٠] (ب)	[١١] (د)	[١٢] (جـ)
[١٣] (جـ)	[١٤] (جـ)	[١٥] (ب)	[١٦] (د)
[١٧] (جـ)	[١٨] (جـ)	[١٩] (أ)	[٢٠] (جـ)
[٢١] (د)	[٢٢] (أ)	[٢٣] (جـ)	

٢

[١] الوسط الحسابي

$\overline{\text{س}} = \frac{\text{١٦ + ٣٢ + ٥ + ٢٠ + ٢٧}}{\text{٥}} = \text{٢٠}$

س	س − س̄	(س − س̄)^2
١٦	١٦ − ٢٠ = −٤	١٦
٣٢	٣٢ − ٢٠ = ١٢	١٤٤
٥	٥ − ٢٠ = −١٥	٢٢٥
٢٠	٢٠ − ٢٠ = ٠	٠
٢٧	٢٧ − ٢٠ = ٧	٤٩
	المجموع	٤٣٤

الانحراف المعيارى $(\sigma) = \sqrt{\frac{\text{٤٣٤}}{\text{٥}}} \simeq \text{٩,٣}$

[٢] الوسط الحسابي

$\overline{\text{س}} = \frac{\text{٧٢ + ٥٣ + ٦١ + ٧٠ + ٥٩}}{\text{٥}} = \text{٦٣}$

س	س − س̄	(س − س̄)^2
٧٢	٧٢ − ٦٣ = ٩	٨١
٥٣	٥٣ − ٦٣ = −١٠	١٠٠
٦١	٦١ − ٦٣ = −٢	٤
٧٠	٧٠ − ٦٣ = ٧	٤٩
٥٩	٥٩ − ٦٣ = −٤	١٦
	المجموع	٢٥٠

الانحراف المعيارى $(\sigma) = \sqrt{\frac{\text{٢٥٠}}{\text{٥}}} \simeq \text{٧,١}$

[٣] الوسط الحسابي

$\overline{\text{س}} = \frac{\text{١٥ + (−١٢) + (−٩) + ٢٧ + (−٦)}}{\text{٥}} = \text{٣}$

س	س − س̄	(س − س̄)^2
١٥	١٥ − ٣ = ١٢	١٤٤
−١٢	−١٢ − ٣ = −١٥	٢٢٥
−٩	−٩ − ٣ = −١٢	١٤٤
٢٧	٢٧ − ٣ = ٢٤	٥٧٦
−٦	−٦ − ٣ = −٩	٨١
	المجموع	١١٧٠

الانحراف المعيارى $(\sigma) = \sqrt{\frac{\text{١١٧٠}}{\text{٥}}} \simeq \text{١٥,٣}$

[٤] الوسط الحسابي

$\overline{\text{س}} = \frac{\text{٢٢ + ٢٠ + ٢٠ + ٢٠ + ١٨}}{\text{٥}} = \text{٢٠}$

س	س − س̄	(س − س̄)^2
٢٢	٢٢ − ٢٠ = ٢	٤
٢٠	٢٠ − ٢٠ = ٠	٠
٢٠	٢٠ − ٢٠ = ٠	٠
٢٠	٢٠ − ٢٠ = ٠	٠
١٨	١٨ − ٢٠ = −٢	٤
	المجموع	٨

الانحراف المعيارى $(\sigma) = \sqrt{\frac{\text{٨}}{\text{٥}}} \simeq \text{١,٣}$

٣

* الوسط الحسابى للمجموعة (أ)

$$\overline{س} = \frac{٧ + ٨ + ٩ + ١٠ + ١١}{٥} = ٩$$

س	س − $\overline{س}$	(س − $\overline{س}$)^{٢}
٧	٧ − ٩ = −٢	٤
٨	٨ − ٩ = −١	١
٩	٩ − ٩ = ٠	٠
١٠	١٠ − ٩ = ١	١
١١	١١ − ٩ = ٢	٤
	المجموع	١٠

الانحراف المعيارى (σ) للمجموعة (أ) = $\sqrt{\frac{١٠}{٥}} \simeq ١,٤$

* الوسط الحسابى للمجموعة (ب)

$$\overline{س} = \frac{٢١ + ٢٠ + ١١ + ١٩}{٤} = ١٧,٧٥$$

س	س − $\overline{س}$	(س − $\overline{س}$)^{٢}
٢١	٢١ − ١٧,٧٥ = ٣,٢٥	١٠,٥٦٢٥
٢٠	٢٠ − ١٧,٧٥ = ٢,٢٥	٥,٠٦٢٥
١١	١١ − ١٧,٧٥ = −٦,٧٥	٤٥,٥٦٢٥
١٩	١٩ − ١٧,٧٥ = ١,٢٥	١,٥٦٢٥
	المجموع	٦٢,٧٥

الانحراف المعيارى (σ) للمجموعة (ب) = $\sqrt{\frac{٦٢,٧٥}{٤}} \simeq ٤$

* الوسط الحسابى للمجموعة (جـ)

$$\overline{س} = \frac{٢٩ + ٣٠ + ٣٠ + ٣٥}{٤} = ٣١$$

س	س − $\overline{س}$	(س − $\overline{س}$)^{٢}
٢٩	٢٩ − ٣١ = −٢	٤
٣٠	٣٠ − ٣١ = −١	١
٣٠	٣٠ − ٣١ = −١	١
٣٥	٣٥ − ٣١ = ٤	١٦
	المجموع	٢٢

الانحراف المعيارى (σ) للمجموعة (جـ) = $\sqrt{\frac{٢٢}{٤}} \simeq ٢,٣$

∴ المجموعة (ب) الأكثر تشتتًا.

٤

١ الوسط الحسابى

$$\overline{س} = \frac{٧٣ + ٥٤ + ٦٢ + ٧١ + ٦٠}{٥} = ٦٤$$

س	س − $\overline{س}$	(س − $\overline{س}$)^{٢}
٧٣	٧٣ − ٦٤ = ٩	٨١
٥٤	٥٤ − ٦٤ = −١٠	١٠٠
٦٢	٦٢ − ٦٤ = −٢	٤
٧١	٧١ − ٦٤ = ٧	٤٩
٦٠	٦٠ − ٦٤ = −٤	١٦
	المجموع	٢٥٠

الانحراف المعيارى (σ) = $\sqrt{\frac{٢٥٠}{٥}} \simeq ٧,٠٧$

٢ الوسط الحسابى

$$\overline{س} = \frac{١٣ + ١٤ + ١٧ + ١٩ + ٢٢}{٥} = ١٧$$

س	س − $\overline{س}$	(س − $\overline{س}$)^{٢}
١٣	١٣ − ١٧ = −٤	١٦
١٤	١٤ − ١٧ = −٣	٩
١٧	١٧ − ١٧ = ٠	٠
١٩	١٩ − ١٧ = ٢	٤
٢٢	٢٢ − ١٧ = ٥	٢٥
	المجموع	٥٤

الانحراف المعيارى (σ) = $\sqrt{\frac{٥٤}{٥}} \simeq ٣,٢٨٦$

٣ الوسط الحسابى

$$\overline{س} = \frac{٦٥ + ٦١ + ٧٠ + ٦٤ + ٧٠ + ٧٦ + ٧٠}{٧} = ٦٨$$

س	س − $\overline{س}$	(س − $\overline{س}$)^{٢}
٦٥	٦٥ − ٦٨ = −٣	٩
٦١	٦١ − ٦٨ = −٧	٤٩
٧٠	٧٠ − ٦٨ = ٢	٤
٦٤	٦٤ − ٦٨ = −٤	١٦
٧٠	٧٠ − ٦٨ = ٢	٤
٧٦	٧٦ − ٦٨ = ٨	٦٤
٧٠	٧٠ − ٦٨ = ٢	٤
	المجموع	١٥٠

الانحراف المعيارى (σ) = $\sqrt{\frac{١٥٠}{٧}} \simeq ٤,٦$

٤ الوسط الحسابى ($\bar{س}$)

$= \frac{٢٣ + ١٢ + ١٧ + ١٣ + ١٥ + ١٦ + ٨ + ٩ + ٣٧ + ١٠}{١٠} = ١٦$

س	س − $\bar{س}$	(س − $\bar{س}$)^٢
٢٣	٢٣ − ١٦ = ٧	٤٩
١٢	١٢ − ١٦ = −٤	١٦
١٧	١٧ − ١٦ = ١	١
١٣	١٣ − ١٦ = −٣	٩
١٥	١٥ − ١٦ = −١	١
١٦	١٦ − ١٦ = ٠	٠
٨	٨ − ١٦ = −٨	٦٤
٩	٩ − ١٦ = −٧	٤٩
٣٧	٣٧ − ١٦ = ٢١	٤٤١
١٠	١٠ − ١٦ = −٦	٣٦
	المجموع	٦٦٦

الانحراف المعيارى (σ) = $\sqrt{\frac{٦٦٦}{١٠}} \simeq ٨,٢$

٥

١ الوسط الحسابى لدرجات الطلاب

$\bar{س} = \frac{٨ + ٩ + ٦ + ١٢ + ١٠}{٥} = ٩$

٢

س	س − $\bar{س}$	(س − $\bar{س}$)^٢
٨	٨ − ٩ = −١	١
٩	٩ − ٩ = ٠	٠
٦	٦ − ٩ = −٣	٩
١٢	١٢ − ٩ = ٣	٩
١٠	١٠ − ٩ = ١	١
	المجموع	٢٠

الانحراف المعيارى لدرجات الطلاب = $\sqrt{\frac{٢٠}{٥}} = ٢$

٦

١ الوسط الحسابى لدرجات الحرارة العظمى ($\bar{س}$)

$= \frac{٢٥ + ٢٦ + ٢٤ + ٢٤ + ٢٢ + ٢٦ + ٢٧ + ٢٦}{٨} = ٢٥$ درجة.

س	س − $\bar{س}$	(س − $\bar{س}$)^٢
٢٥	٢٥ − ٢٥ = ٠	٠
٢٦	٢٦ − ٢٥ = ١	١
٢٤	٢٤ − ٢٥ = −١	١
٢٤	٢٤ − ٢٥ = −١	١
٢٢	٢٢ − ٢٥ = −٣	٩
٢٦	٢٦ − ٢٥ = ١	١
٢٧	٢٧ − ٢٥ = ٢	٤
٢٦	٢٦ − ٢٥ = ١	١
	المجموع	١٨

الانحراف المعيارى (σ) = $\sqrt{\frac{١٨}{٨}} = ١,٥$ درجة.

٢ الوسط الحسابى لدرجات الحرارة الصغرى ($\bar{س}$)

$= \frac{١١ + ١٢ + ١٠ + ٦ + ٧ + ١٦ + ١٥ + ١١}{٨} = ١١$ درجة.

س	س − $\bar{س}$	(س − $\bar{س}$)^٢
١١	١١ − ١١ = ٠	٠
١٢	١٢ − ١١ = ١	١
١٠	١٠ − ١١ = −١	١
٦	٦ − ١١ = −٥	٢٥
٧	٧ − ١١ = −٤	١٦
١٦	١٦ − ١١ = ٥	٢٥
١٥	١٥ − ١١ = ٤	١٦
١١	١١ − ١١ = ٠	٠
	المجموع	٨٤

الانحراف المعيارى (σ) = $\sqrt{\frac{٨٤}{٨}} \simeq ٣,٢$ درجة.

٧

عدد الأطفال (س)	عدد الأسر (ك)	س × ك
صفر	٨	٠
١	١٦	١٦
٢	٥٠	١٠٠
٣	٢٠	٦٠
٤	٦	٢٤
المجموع	١٠٠	٢٠٠

الوسط الحسابى ($\bar{س}$) = $\frac{٢٠٠}{١٠٠} = ٢$ طفل.

س	ك	س − $\overline{س}$	(س − $\overline{س}$)^{٢}	(س − $\overline{س}$)^{٢} × ك
صفر	٨	٠ − ٢ = −٢	٤	٣٢
١	١٦	١ − ٢ = −١	١	١٦
٢	٥٠	٢ − ٢ = ٠	٠	٠
٣	٢٠	٣ − ٢ = ١	١	٢٠
٤	٦	٤ − ٢ = ٢	٤	٢٤
المجموع	١٠٠			٩٢

الانحراف المعيارى (σ) = $\sqrt{\frac{٩٢}{١٠٠}}$ ≃ ١ طفل.

٨

عدد الوحدات التالفة (س)	عدد الصناديق (ك)	س × ك
صفر	٣	صفر
١	١٦	١٦
٢	١٧	٣٤
٣	٢٥	٧٥
٤	٢٠	٨٠
٥	١٩	٩٥
المجموع	١٠٠	٣٠٠

الوسط الحسابى ($\overline{س}$) = $\frac{٣٠٠}{١٠٠}$ = ٣ وحدات.

س	ك	س − $\overline{س}$	(س − $\overline{س}$)^{٢}	(س − $\overline{س}$)^{٢} × ك
صفر	٣	٠ − ٣ = −٣	٩	٢٧
١	١٦	١ − ٣ = −٢	٤	٦٤
٢	١٧	٢ − ٣ = −١	١	١٧
٣	٢٥	٣ − ٣ = ٠	٠	٠
٤	٢٠	٤ − ٣ = ١	١	٢٠
٥	١٩	٥ − ٣ = ٢	٤	٧٦
المجموع	١٠٠			٢٠٤

الانحراف المعيارى (σ) = $\sqrt{\frac{٢٠٤}{١٠٠}}$ ≃ ١,٤ وحدة.

٩

عدد الأهداف (س)	عدد اللاعبين (ك)	س × ك
صفر	٢	٠
١	٤	٤
٢	٥	١٠
٣	٨	٢٤
٤	٧	٢٨
٥	٤	٢٠
المجموع	٣٠	٨٦

الوسط الحسابى ($\overline{س}$) = $\frac{٨٦}{٣٠}$ ≃ ٢,٩ هدف.

س	ك	س − $\overline{س}$	(س − $\overline{س}$)^{٢}	(س − $\overline{س}$)^{٢} × ك
صفر	٢	−٢,٩	٨,٤١	١٦,٨٢
١	٤	−١,٩	٣,٦١	١٤,٤٤
٢	٥	−٠,٩	٠,٨١	٤,٠٥
٣	٨	٠,١	٠,٠١	٠,٠٨
٤	٧	١,١	١,٢١	٨,٤٧
٥	٤	٢,١	٤,٤١	١٧,٦٤
المجموع	٣٠			٦١,٥

الانحراف المعيارى (σ) = $\sqrt{\frac{٦١,٥}{٣٠}}$ ≃ ١,٤ هدف.

١٠

العمر (س)	عدد الأطفال (ك)	س × ك
٥	١	٥
٨	٢	١٦
٩	٣	٢٧
١٠	٣	٣٠
١٢	١	١٢
المجموع	١٠	٩٠

الوسط الحسابى ($\overline{س}$) = $\frac{٩٠}{١٠}$ = ٩ سنوات.

س	ك	س − $\overline{س}$	(س − $\overline{س}$)^2	(س − $\overline{س}$)^2 × ك
٥	١	−٤	١٦	١٦
٨	٢	−١	١	٢
٩	٣	٠	٠	٠
١٠	٣	١	١	٣
١٢	١	٣	٩	٩
المجموع	١٠			٣٠

الانحراف المعيارى (σ) = $\sqrt{\frac{٣٠}{١٠}}$ ≃ ١,٧ سنة.

١١

عدد الطلاب (س)	عدد الفصول (ك)	س × ك
صفر	١	٠
١	٣	٣
٢	٥	١٠
٣	٦	١٨
٤	٣	١٢
٥	٢	١٠
المجموع	٢٠	٥٣

الوسط الحسابى ($\overline{س}$) = $\frac{٥٣}{٢٠}$ = ٢,٦٥ طالب.

س	ك	س − $\overline{س}$	(س − $\overline{س}$)^2	(س − $\overline{س}$)^2 × ك
صفر	١	−٢,٦٥	٧,٠٢٢٥	٧,٠٢٢٥
١	٣	−١,٦٥	٢,٧٢٢٥	٨,١٦٧٥
٢	٥	−٠,٦٥	٠,٤٢٢٥	٢,١١٢٥
٣	٦	٠,٣٥	٠,١٢٢٥	٠,٧٣٥
٤	٣	١,٣٥	١,٨٢٢٥	٥,٤٦٧٥
٥	٢	٢,٣٥	٥,٥٢٢٥	١١,٠٤٥
المجموع	٢٠			٣٤,٥٥

الانحراف المعيارى (σ) = $\sqrt{\frac{٣٤,٥٥}{٢٠}}$ ≃ ١,٣ طالب.

١٢

المجموعات	مراكز المجموعات (س)	التكرارات (ك)	س × ك
صفر −	٢	٣	٦
٤ −	٦	٤	٢٤
٨ −	١٠	٧	٧٠
١٢ −	١٤	٢	٢٨
١٦ − ٢٠	١٨	٩	١٦٢
المجموع		٢٥	٢٩٠

الوسط الحسابى ($\overline{س}$) = $\frac{٢٩٠}{٢٥}$ = ١١,٦

س	ك	س − $\overline{س}$	(س − $\overline{س}$)^2	(س − $\overline{س}$)^2 × ك
٢	٣	−٩,٦	٩٢,١٦	٢٧٦,٤٨
٦	٤	−٥,٦	٣١,٣٦	١٢٥,٤٤
١٠	٧	−١,٦	٢,٥٦	١٧,٩٢
١٤	٢	٢,٤	٥,٧٦	١١,٥٢
١٨	٩	٦,٤	٤٠,٩٦	٣٦٨,٦٤
المجموع	٢٥			٨٠٠

الانحراف المعيارى (σ) = $\sqrt{\frac{٨٠٠}{٢٥}}$ ≃ ٥,٧

١٣

المجموعات	مراكز المجموعات (س)	التكرارات (ك)	س × ك
٢٠ −	٢٥	١٠	٢٥٠
٣٠ −	٣٥	١٢	٤٢٠
٤٠ −	٤٥	٨	٣٦٠
٥٠ −	٥٥	٦	٣٣٠
٦٠ −	٦٥	٣	١٩٥
٧٠ −	٧٥	١	٧٥
المجموع		٤٠	١٦٣٠

الوسط الحسابى ($\overline{س}$) = $\frac{١٦٣٠}{٤٠}$ = ٤٠,٧٥ جنيه.

س	ك	س - $\overline{س}$	(س - $\overline{س}$)^{٢}	(س - $\overline{س}$)^{٢} × ك
٢٥	١٠	١٥,٧٥-	٢٤٨,٠٦٢٥	٢٤٨٠,٦٢٥
٣٥	١٢	٥,٧٥ -	٣٣,٠٦٢٥	٣٩٦,٧٥
٤٥	٨	٤,٢٥	١٨,٠٦٢٥	١٤٤,٥
٥٥	٦	١٤,٢٥	٢٠٣,٠٦٢٥	١٢١٨,٣٧٥
٦٥	٣	٢٤,٢٥	٥٨٨,٠٦٢٥	١٧٦٤,١٨٧٥
٧٥	١	٣٤,٢٥	١١٧٣,٠٦٢٥	١١٧٣,٠٦٢٥
المجموع	٤٠			٧١٧٧,٥

الانحراف المعيارى (σ) = $\sqrt{\frac{٧١٧٧,٥}{٤٠}}$ ≃ ١٣,٤ جنيه.

١٤

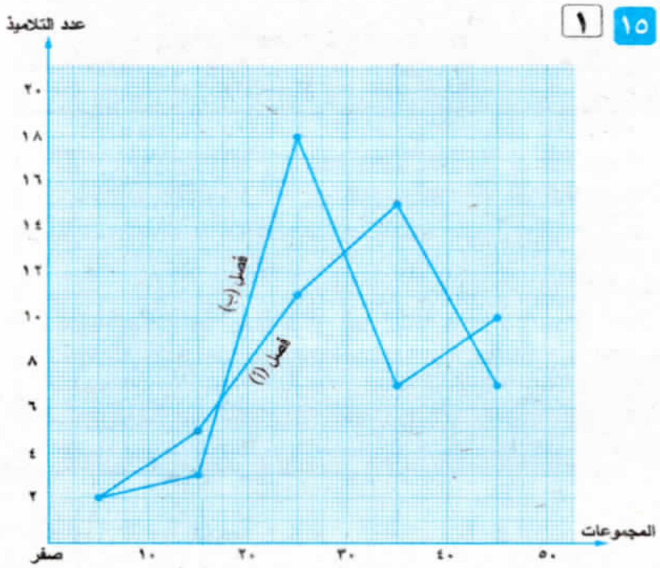
المجموعات	مراكز المجموعات (س)	التكرارات (ك)	س × ك
٥ -	٦	٣	١٨
٧ -	٨	٦	٤٨
٩ -	١٠	١٠	١٠٠
١١ -	١٢	١٢	١٤٤
١٣ -	١٤	٥	٧٠
١٥ - ١٧	١٦	٤	٦٤
المجموع		٤٠	٤٤٤

الوسط الحسابى ($\overline{س}$) = $\frac{٤٤٤}{٤٠}$ = ١١,١ كم/ لتر.

س	ك	س - $\overline{س}$	(س - $\overline{س}$)^{٢}	(س - $\overline{س}$)^{٢} × ك
٦	٣	٥,١-	٢٦,٠١	٧٨,٠٣
٨	٦	٣,١-	٩,٦١	٥٧,٦٦
١٠	١٠	١,١-	١,٢١	١٢,١
١٢	١٢	٠,٩	٠,٨١	٩,٧٢
١٤	٥	٢,٩	٨,٤١	٤٢,٠٥
١٦	٤	٤,٩	٢٤,٠١	٩٦,٠٤
المجموع	٤٠			٢٩٥,٦

الانحراف المعيارى (σ) = $\sqrt{\frac{٢٩٥,٦}{٤٠}}$ = ٢,٧ كم / لتر.

١٥ ١



٢ * بالنسبة لفصل (أ)

المجموعات	مراكز المجموعات (س)	التكرارات (ك)	س × ك
صفر -	٥	٢	١٠
١٠ -	١٥	٥	٧٥
٢٠ -	٢٥	١١	٢٧٥
٣٠ -	٣٥	١٥	٥٢٥
٤٠ - ٥٠	٤٥	٧	٣١٥
المجموع		٤٠	١٢٠٠

الوسط الحسابى ($\overline{س}$) للفصل (أ) = $\frac{١٢٠٠}{٤٠}$ = ٣٠ درجة.

س	ك	س - $\overline{س}$	(س - $\overline{س}$)^{٢}	(س - $\overline{س}$)^{٢} × ك
٥	٢	٢٥-	٦٢٥	١٢٥٠
١٥	٥	١٥-	٢٢٥	١١٢٥
٢٥	١١	٥-	٢٥	٢٧٥
٣٥	١٥	٥	٢٥	٣٧٥
٤٥	٧	١٥	٢٢٥	١٥٧٥
المجموع	٤٠			٤٦٠٠

الانحراف المعيارى (σ) للفصل (أ)

= $\sqrt{\frac{٤٦٠٠}{٤٠}}$ ≃ ١٠,٧ درجة.

* بالنسبة لفصل (ب)

المجموعات	مراكز المجموعات (س)	التكرارات (ك)	س × ك
صفر –	٥	٢	١٠
١٠ –	١٥	٣	٤٥
٢٠ –	٢٥	١٨	٤٥٠
٣٠ –	٣٥	٧	٢٤٥
٤٠ – ٥٠	٤٥	١٠	٤٥٠
المجموع		٤٠	١٢٠٠

الوسط الحسابى ($\overline{س}$) للفصل (ب)

$= \frac{١٢٠٠}{٤٠} = ٣٠$ درجة.

س	ك	$س - \overline{س}$	$(س - \overline{س})^٢$	$(س - \overline{س})^٢ \times ك$
٥	٢	−٢٥	٦٢٥	١٢٥٠
١٥	٣	−١٥	٢٢٥	٦٧٥
٢٥	١٨	−٥	٢٥	٤٥٠
٣٥	٧	٥	٢٥	١٧٥
٤٥	١٠	١٥	٢٢٥	٢٢٥٠
المجموع	٤٠			٤٨٠٠

الانحراف المعيارى (σ) للفصل (ب)

$= \sqrt{\frac{٤٨٠٠}{٤٠}} \simeq ١١$ درجة.

٣ الفصل (أ) الأكثر تجانسًا فى مستوى التحصيل.

إجابات مفاهيم ومهارات أساسية تراكمية

١ (د) ٢ (جـ) ٣ (ب)

٤ (د) ٥ (جـ) ٦ (د)

٧ (ب) ٨ (د) ٩ (ب)

١٠ (جـ) ١١ (جـ) ١٢ (ب)

١٣ (جـ) ١٤ (أ) ١٥ (ب)

١٦ (د) ١٧ (جـ) ١٨ (جـ)

١٩ (أ) ٢٠ (ب) ٢١ (جـ)

٢٢ (د) ٢٣ (د) ٢٤ (جـ)

٢٥ (جـ) ٢٦ (جـ) ٢٧ (جـ)

٢٨ (جـ) ٢٩ (ب) ٣٠ (أ)

٣١ (د) ٣٢ (جـ) ٣٣ (أ)

٣٤ (جـ) ٣٥ (جـ) ٣٦ (جـ)

إجابـــات تمارين

حساب المثلثات والهندسة



إجابات الوحدة الرابعة

إجابات تمارين ١

١

[١] $\frac{١٥}{١٧}$ ، $\frac{٨}{١٧}$　　[٢] $\frac{٨}{١٧}$ ، $\frac{١٥}{١٧}$　　[٣] $\frac{١٥}{٨}$ ، $\frac{٨}{١٥}$

٢

[١] (أ)	[٢] (ب)	[٣] (جـ)	[٤] (د)
[٥] (جـ)	[٦] (جـ)	[٧] (أ)	[٨] (د)
[٩] (د)	[١٠] (جـ)	[١١] (ب)	[١٢] (ب)
[١٣] (د)	[١٤] (ب)	[١٥] (جـ)	

٣

نفرض أن قياسي الزاويتين : ٣ س ، ٥ س

∴ ٣ س + ٥ س = ١٨٠°　　∴ ٨ س = ١٨٠°

∴ س = $\frac{١٨٠°}{٨}$ = ٢٢,٥°

∴ قياس الزاوية الأولى = ٣ × ٢٢,٥°

= ٦٧,٥° = ٦٧° ٣٠'

، قياس الزاوية الثانية = ٥ × ٢٢,٥°

= ١١٢,٥° = ١١٢° ٣٠'

٤

نفرض أن قياسي الزاويتين : ٣ س ، ٤ س

∴ ٣ س + ٤ س = ٩٠°

∴ ٧ س = ٩٠°　　∴ س = $\frac{٩٠°}{٧}$ = ١٢ $\frac{٦}{٧}$°

∴ قياس الزاوية الكبرى = ٤ × ١٢ $\frac{٦}{٧}$°

≃ ٥١° ٢٥' ٤٣"

٥

نفرض أن قياسات الزوايا : ٣ س ، ٤ س ، ٧ س

∴ ٣ س + ٤ س + ٧ س = ١٨٠°

∴ ١٤ س = ١٨٠°

∴ س = $\frac{١٨٠°}{١٤}$

∴ قياس الزاوية الأولى = ٣ × $\frac{١٨٠°}{١٤}$

≃ ٣٨° ٣٤' ١٧"

، قياس الزاوية الثانية = ٤ × $\frac{١٨٠°}{١٤}$

≃ ٥١° ٢٥' ٤٣"

، قياس الزاوية الثالثة = ٧ × $\frac{١٨٠°}{١٤}$ = ٩٠°

٦

∵ ق(∠ أ) = ٩٠°

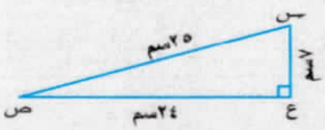
∴ (ب جـ)² = (٢٠)² + (١٥)² = ٦٢٥

∴ ب جـ = ٢٥ سم

∴ جتا جـ جتا ب − جا جـ جا ب

= $\frac{١٥}{٢٥}$ × $\frac{٢٠}{٢٥}$ − $\frac{٢٠}{٢٥}$ × $\frac{١٥}{٢٥}$ = صفر

٧



∵ ق(∠ ع) = ٩٠°

∴ (ع ص)² = (٢٥)² − (٧)² = ٥٧٦

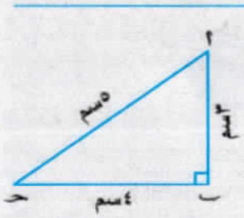
∴ ع ص = ٢٤ سم

[١] ظا س × ظا ص = $\frac{٢٤}{٧}$ × $\frac{٧}{٢٤}$ = ١

[٢] جا² س + جا² ص = $\left(\frac{٢٤}{٢٥}\right)^٢$ + $\left(\frac{٧}{٢٥}\right)^٢$

= $\frac{٦٢٥}{٦٢٥}$ = ١

٨



∵ ق(∠ ب) = ٩٠°

∴ (أ ب)² = (٥)² − (٤)² = ٩

∴ أ ب = ٣ سم

∴ جا² أ − جتا² أ

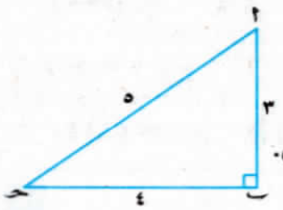
= $\left(\frac{٤}{٥}\right)^٢$ − $\left(\frac{٣}{٥}\right)^٢$ = $\frac{١٦}{٢٥}$ − $\frac{٩}{٢٥}$ = $\frac{٧}{٢٥}$

، ٢ جا² أ − ١ = ٢ × $\left(\frac{٤}{٥}\right)^٢$ − ١

= ٢ × $\frac{١٦}{٢٥}$ − ١ = $\frac{٧}{٢٥}$

∴ جا² أ − جتا² أ = ٢ جا² أ − ١

٩



∵ $\frac{\text{أب}}{\text{أجـ}} = \frac{٣}{٥}$

نفرض أن أب = ٣ وحدة طول.

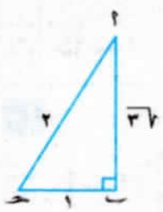
، أجـ = ٥ وحدة طول.

∴ بجـ = ٤ وحدة طول.

∴ جا أ = $\frac{\text{بجـ}}{\text{أجـ}} = \frac{٤}{٥}$

، جتا أ = $\frac{\text{أب}}{\text{أجـ}} = \frac{٣}{٥}$ ، ظا أ = $\frac{\text{بجـ}}{\text{أب}} = \frac{٤}{٣}$

١٠



∵ ٢ أب = √٣ أجـ

∴ $\frac{\text{أب}}{\text{أجـ}} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

نفرض أن : أب = √٣ وحدة طول.

∴ أجـ = ٢ وحدة طول ، بجـ = ١ وحدة طول.

∴ جا جـ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، جتا جـ = $\frac{١}{٢}$ ، ظا جـ = √٣

١١

[١] ∵ ظا جـ = $\frac{\text{أب}}{\text{بجـ}}$ ∴ $\frac{٣}{٤} = \frac{٦}{\text{بجـ}}$

∴ بجـ = ٨ سم

، ∵ (أجـ)^٢ = (أب)^٢ + (بجـ)^٢

∴ (أجـ)^٢ = ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠

∴ أجـ = ١٠ سم

[٢] جا أ + جتا أ = $\frac{٨}{١٠} + \frac{٦}{١٠} = \frac{١٤}{١٠} = \frac{٧}{٥}$

١٢

[١] في △ أبجـ : ∵ ق(∠بأجـ) = ٩٠°

∴ (بجـ)^٢ = ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠

∴ بجـ = ١٠ سم ، ∵ $\overline{\text{أد}} \perp \overline{\text{بجـ}}$

∴ أد = $\frac{٦ \times ٨}{١٠}$ = ٤,٨ سم

، (أب)^٢ = بد × بجـ

∴ ٣٦ = بد × ١٠ ∴ بد = ٣,٦ سم

∴ ظا (∠بأد) = $\frac{٣,٦}{٤,٨} = \frac{٣}{٤}$

[٢] جتا (∠دأجـ) + جتا (∠دأب) = $\frac{٤,٨}{٨} + \frac{٤,٨}{٦} = \frac{٧}{٥}$

١٣

من △ أبد : ∵ جتا ب = $\frac{\text{بد}}{\text{أب}}$

، من △ أجـد : ∵ جتا جـ = $\frac{\text{جـد}}{\text{أجـ}}$

∴ أب جتا ب + أجـ جتا جـ = أب × $\frac{\text{بد}}{\text{أب}}$ + أجـ × $\frac{\text{جـد}}{\text{أجـ}}$

= بد + جـد = ٨ سم

١٤

∵ △ أبد فيه : ق(∠أ) = ٩٠°

∴ (أد)^٢ = (بد)^٢ − (أب)^٢ = ١٠٠ − ٣٦ = ٦٤

∴ أد = ٨ سم ∴ ظا (∠أدب) = $\frac{٦}{٨} = \frac{٣}{٤}$

، ∵ $\overline{\text{أد}}$ // $\overline{\text{بجـ}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{بد}}$ قاطع لهما

∴ ق(∠أدب) = ق(∠دبجـ) (بالتبادل)

∴ ظا (∠أدب) = ظا (∠دبجـ)

∴ ظا (∠دبجـ) = $\frac{٣}{٤}$ ∴ $\frac{\text{دجـ}}{١٠} = \frac{٣}{٤}$

∴ دجـ = $\frac{١٠ \times ٣}{٤}$ = ٧,٥ سم

١٥

في △ بجـد : ∵ دب = دجـ ، $\overline{\text{دهـ}} \perp \overline{\text{بجـ}}$

∴ هـ منتصف $\overline{\text{بجـ}}$

∴ جـهـ = $\frac{١}{٢}$ بجـ = $\frac{١}{٢}$ × ٢٤ = ١٢ سم

، ∵ ق(∠دهـجـ) = ٩٠°

∴ (دهـ)^٢ = (دجـ)^٢ − (جـهـ)^٢ = ١٦٩ − ١٤٤ = ٢٥

∴ دهـ = ٥ سم

في △ دجـهـ : ظا (∠دجـب) = $\frac{\text{دهـ}}{\text{جـهـ}} = \frac{٥}{١٢}$

(المطلوب أولًا)

في △ أبجـ : ∵ ق(∠أ) = ٩٠°

∴ ق(∠أبجـ) + ق(∠أجـب) = ٩٠°

∴ جتا (∠أبجـ) = جا (∠أجـب) = $\frac{\text{دهـ}}{\text{دجـ}}$

∴ جتا (∠أبجـ) = $\frac{٥}{١٣}$ (المطلوب ثانيًا)

١٦

∵ حـ هـ = ٥ سم ، أ هـ = ٣ سم

∴ أ حـ = ٨ سم

، ∵ فى المربع القطران ينصف كل منهما الآخر

∴ م منتصف $\overline{أحـ}$

∴ أ م = ٤ سم ∴ هـ م = ٤ − ٣ = ١ سم

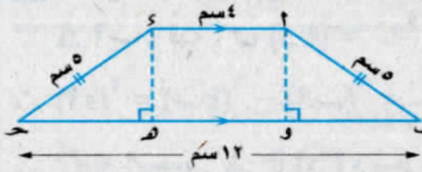
، ∵ م ء = $\frac{١}{٢}$ أ حـ = $\frac{١}{٢}$ × ٨ = ٤ سم

، ∵ $\overline{أحـ}$ ⊥ $\overline{ب ء}$ (خواص المربع)

∴ ق (∠ أ م ء) = ٩٠°

∴ من Δ ء م هـ : ظا (∠ ء هـ حـ) = $\frac{ء م}{هـ م}$ = $\frac{٤}{١}$ = ٤

١٧



نرسم $\overline{أو}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$

، $\overline{ء هـ}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$

، ∵ $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$ ∴ أ و هـ ء مستطيل.

∴ و هـ = ٤ سم ∴ ب و + هـ حـ = ٨ سم

، ∵ ب و = هـ حـ = ٤ سم

«من تطابق ΔΔ أ ب و ، ء حـ هـ»

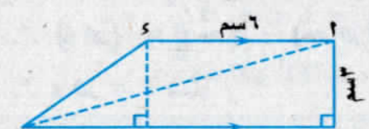
∴ من Δ أ ب و القائم الزاوية فى و :

(أ و)^{٢} = (٥)^{٢} − (٤)^{٢} = ٩ ∴ أ و = ٣ سم

∴ ء هـ = أ و = ٣ سم (أ و هـ ء مستطيل)

∴ $\frac{٥ \text{ ظا ب جتا حـ}}{\text{جا}^{٢}\text{ حـ} + \text{جتا}^{٢}\text{ ب}}$ = $\frac{٥ \times \frac{٣}{٤} \times \frac{٤}{٥}}{(\frac{٣}{٥})^{٢} + (\frac{٤}{٥})^{٢}}$ = ٣

١٨



نرسم $\overline{ء و}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$

∵ $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب حـ}$

، $\overline{أ ب}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{ء و}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$

∴ أ ب و ء مستطيل. ∴ ب و = أ ء = ٦ سم

∴ و حـ = ٤ سم ، ء و = أ ب = ٣ سم

∴ من Δ ء و حـ القائم الزاوية فى و :

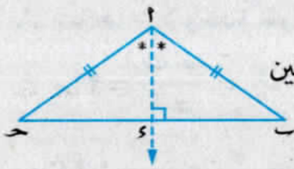
(ء حـ)^{٢} = ٣^{٢} + ٤^{٢} = ٢٥

∴ ء حـ = ٥ سم

∴ جتا (∠ ء حـ ب) − ظا (∠ أ حـ ب) = $\frac{٤}{٥}$ − $\frac{٣}{١٠}$ = $\frac{١}{٢}$

١٩

ننصف ∠ أ بالمنصف $\overrightarrow{أ ء}$



∵ Δ أ ب حـ متساوى الساقين

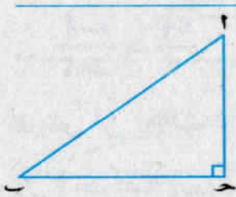
∴ $\overline{أ ء}$ ⊥ $\overline{ب حـ}$

∴ جا $\frac{أ}{٢}$ = جا (∠ ب أ ء) ∴ جا (∠ ب أ ء) = $\frac{٤}{٥}$

، ∵ ∠ ب ، ∠ ب أ ء حادتان ∴ جتا ب = جا (∠ ب أ ء)

∴ جتا ب = $\frac{٤}{٥}$

٢٠



∵ جا ب = $\frac{أ حـ}{أ ب}$

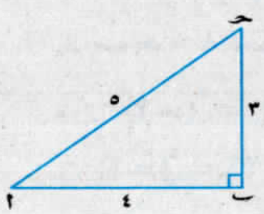
، جتا ب = $\frac{ب حـ}{أ ب}$

∴ جا ب + جتا ب = $\frac{أ حـ}{أ ب}$ + $\frac{ب حـ}{أ ب}$ = $\frac{أ حـ + ب حـ}{أ ب}$

ومن متباينة المثلث :

∵ أ حـ + ب حـ > أ ب ∴ جا ب + جتا ب > ١

٢١



∵ جا أ = $\frac{٦}{١٠}$ = $\frac{٣}{٥}$

∴ $\frac{ب حـ}{أ حـ}$ = $\frac{٣}{٥}$

وبفرض أن :

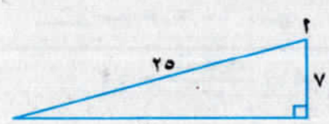
ب حـ = ٣ وحدة طول ، أ حـ = ٥ وحدة طول.

∴ أ ب = ٤ وحدة طول.

∴ جا أ جتا حـ + جتا أ جا حـ

= $\frac{٣}{٥}$ × $\frac{٣}{٥}$ + $\frac{٤}{٥}$ × $\frac{٤}{٥}$ = $\frac{٩}{٢٥}$ + $\frac{١٦}{٢٥}$ = ١

٢٢



∵ ٧ ظا أ − ٢٤ = ٠

∴ ٧ ظا أ = ٢٤

∴ طا أ = $\frac{٢٤}{٧}$ ∴ $\frac{ب حـ}{أ ب} = \frac{٢٤}{٧}$

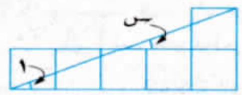
وبفرض : ب حـ = ٢٤ وحدة طول ، أ ب = ٧ وحدة طول.

∴ أ حـ = ٢٥ وحدة طول.

∴ ١ − طا أ جا حـ = ١ − $\frac{٢٤}{٧} \times \frac{٧}{٢٥} = \frac{١}{٢٥}$

٢٣

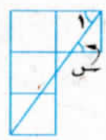
١ ∵ ق(د ١) = س (بالتناظر)



، ∵ طا (د ١) = $\frac{٢}{٥}$

∴ طا س = $\frac{٢}{٥}$

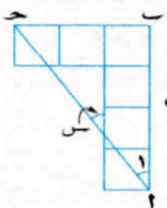
٢ ∵ ق(د ١) = س (بالتبادل)



، ∵ طا (د ١) = $\frac{٣}{٢}$

∴ طا س = $\frac{٣}{٢}$

٣ ∵ ق(د ١) = س (بالتناظر)



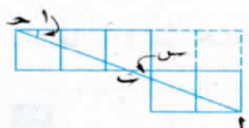
، ∵ Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب

∴ (أ حـ)^{٢} = ٣^{٢} + ٤^{٢} = ٢٥

∴ أ حـ = ٥ وحدات طول

، ∵ جتا (د ١) = $\frac{٤}{٥}$ ∴ جتا س = $\frac{٤}{٥}$

٤ ∵ ق(د ١) = س (بالتناظر)



، ∵ طا (د ١) = $\frac{٢}{٥}$

∴ طا س = $\frac{٢}{٥}$

٢٤

من Δ أ ب حـ : جتا ب = $\frac{١٨}{ب حـ}$

، ∵ هـ منتصف ب حـ ∴ ب حـ = ٢ ب هـ

∴ جتا ب = $\frac{١٨}{٢ ب هـ} = \frac{٩}{ب هـ}$ (١)

، من Δ ب و هـ : جتا ب = $\frac{ب هـ}{١٣}$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $\frac{٩}{ب هـ} = \frac{ب هـ}{١٣}$

∴ (ب هـ)^{٢} = ٩ × ١٣

∴ ب هـ = ٣ $\sqrt{١٣}$ سم

، ∵ ق(د ب هـ و) = ٩٠°

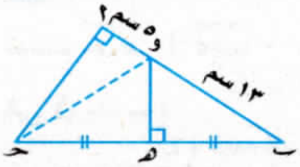
∴ (و هـ)^{٢} = (ب و)^{٢} − (ب هـ)^{٢}

= ١٦٩ − ١١٧ = ٥٢

∴ و هـ = ٢ $\sqrt{١٣}$ سم

∴ طا ب = $\frac{٢\sqrt{١٣}}{٣\sqrt{١٣}} = \frac{٢}{٣}$

حل آخر:



العمل : نرسم $\overline{و حـ}$

البرهان :

فى Δ و ب حـ : ∵ $\overline{و هـ} \perp \overline{ب حـ}$ ، ب هـ = حـ هـ

∴ و ب = و حـ = ١٣ سم

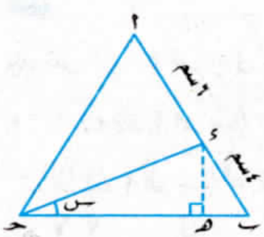
فى Δ أ و حـ : ∵ ق(د أ) = ٩٠°

∴ (أ حـ)^{٢} = (حـ و)^{٢} − (أ و)^{٢} = ١٦٩ − ٢٥ = ١٤٤

∴ أ حـ = ١٢ سم

فى Δ أ ب حـ : طا ب = $\frac{أ حـ}{أ ب} = \frac{١٢}{١٨} = \frac{٢}{٣}$

٢٥



العمل : نرسم $\overline{ء هـ} \perp \overline{ب حـ}$

تقطعها فى هـ

البرهان : ∵ Δ أ ب حـ

متساوى الأضلاع

∴ ق(د ب) = ٦٠°

، فى Δ ب ء هـ : ∵ $\overline{ء هـ} \perp \overline{ب حـ}$

∴ ق(د ء هـ ب) = ٩٠°

∴ ق(د ب ء هـ) = ١٨٠° − (٦٠° + ٩٠°) = ٣٠°

∴ ب هـ = $\frac{١}{٢}$ ب ء = ٢ سم

، ∵ (ء هـ)^{٢} = (ء ب)^{٢} − (ب هـ)^{٢} (فيثاغورس)

∴ (ء هـ)^{٢} = ١٦ − ٤ = ١٢

∴ ء هـ = $\sqrt{١٢}$ = ٢ $\sqrt{٣}$ سم

، ∵ ب حـ = ب أ = ١٠ سم

∴ هـ حـ = ب حـ − ب هـ = ١٠ − ٢ = ٨ سم

∴ طا س = $\frac{ء هـ}{هـ حـ} = \frac{٢\sqrt{٣}}{٨} = \frac{\sqrt{٣}}{٤}$

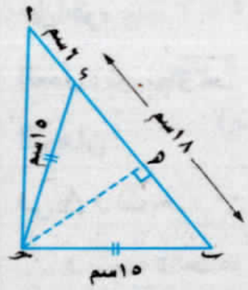
، ∵ ل طا س = $\sqrt{3}$

∴ ل × $\frac{\sqrt{3}}{٤}$ = $\sqrt{3}$

∴ ل = $\sqrt{3}$ × $\frac{٤}{\sqrt{3}}$ = ٤ (وهو المطلوب)

٢٦

نرسم $\overline{حـ هـ} \perp \overline{ء ب}$



في Δ حـ ب ء :

∵ حـ ب = حـ ء ، $\overline{حـ هـ} \perp \overline{ب ء}$

∴ هـ منتصف $\overline{ب ء}$

∴ هـ ء = ٩ سم

، في Δ هـ ء حـ القائم الزاوية في هـ

$(حـ هـ)^٢ = (١٥)^٢ - ٩^٢ = ١٤٤$

∴ حـ هـ = ١٢ سم

∴ طا (∠ ب ا حـ) = $\frac{هـ حـ}{ا هـ} = \frac{١٢}{١٥} = \frac{٤}{٥}$

٢٧

بفرض أن : ء هـ = ل سم ∴ ا هـ = (٥ − ل) سم

، ∵ ق (∠ ا هـ ب) = ق (∠ ء حـ هـ)

∴ طا (∠ ا هـ ب) = طا (∠ ء حـ هـ)

∴ $\frac{٢}{٥ - ل} = \frac{ل}{٢}$ ∴ ٥ ل − $ل^٢$ = ٤

∴ $ل^٢$ − ٥ ل + ٤ = ٠

∴ (ل − ٤) (ل − ١) = ٠ ∴ ل = ٤ أ، ل = ١

، ∵ ا هـ > هـ ء ∴ هـ ء = ٤ سم

∴ طا (∠ حـ هـ ء) = $\frac{٢}{٤} = \frac{١}{٢}$

٢٨

∵ ∠ ب ا ء ، ∠ حـ ا ء حادتان

، جا (∠ ب ا ء) = جتا (∠ حـ ا ء) ∴ ق (∠ حـ ا ب) = ٩٠°

، ∵ جا (∠ ب ا ء) = $\frac{ء ب}{ا ب} = \frac{٣}{٥}$

∴ $\frac{٩}{ا ب} = \frac{٣}{٥}$ ∴ ا ب = ١٥ سم

∵ في Δ ا ء ب القائم الزاوية في ء :

$(ا ء)^٢ = (١٥)^٢ - (٩)^٢ = ١٤٤$ ∴ ا ء = ١٢ سم

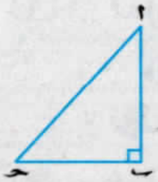
، ∵ $\overline{ا ء} \perp \overline{ب حـ}$ ، $\overline{حـ ا} \perp \overline{ا ب}$

∴ $(ا ب)^٢$ = ب ء × ب حـ (إقليدس)

∴ $(١٥)^٢$ = ٩ × ب حـ ∴ ب حـ = ٢٥ سم

∴ مساحة Δ ا ب حـ = $\frac{١}{٢}$ × ٢٥ × ١٢ = ١٥٠ $سم^٢$

٢٩



∵ Δ ا ب حـ قائم الزاوية في ب

∴ جا ا = $\frac{ب حـ}{ا حـ}$

∴ $جا^٢$ ا = $\frac{(ب حـ)^٢}{(ا حـ)^٢}$ ، جا حـ = $\frac{ا ب}{ا حـ}$

∴ $جا^٢$ حـ = $\frac{(ا ب)^٢}{(ا حـ)^٢}$

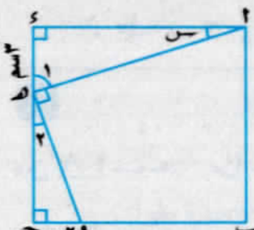
∴ $جا^٢$ ا + $جا^٢$ حـ = $\frac{(ب حـ)^٢}{(ا حـ)^٢} + \frac{(ا ب)^٢}{(ا حـ)^٢}$

= $\frac{(ب حـ)^٢ + (ا ب)^٢}{(ا حـ)^٢}$

، ∵ $(ب حـ)^٢ + (ا ب)^٢ = (ا حـ)^٢$ (فيثاغورس)

∴ $جا^٢$ ا + $جا^٢$ حـ = $\frac{(ا حـ)^٢}{(ا حـ)^٢}$ = ١

٣٠



∵ ق (∠ ا هـ و) = ٩٠°

∴ ق (∠ ١) + ق (∠ ٢) = ٩٠°

، في Δ ا ء هـ القائم الزاوية في ء

س + ق (∠ ١) = ٩٠°

∴ س = ق (∠ ٢)

ويفرض أن طول ضلع المربع = ل

∴ هـ حـ = ل − ٣ ∴ طا س = طا (∠ ٢)

∴ $\frac{٣}{ل} = \frac{٢}{ل - ٣}$ ∴ ٢ ل = ٣ ل − ٩

∴ ل = ٩ ∴ طا س = $\frac{ء هـ}{ا ء} = \frac{٣}{٩} = \frac{١}{٣}$

إجابات تمارين ٢

١

(١) $\text{جا } ٤٥^\circ - \text{جتا } ٤٥^\circ = \frac{١}{\sqrt{٢}} - \frac{١}{\sqrt{٢}} = \text{صفر}$

(٢) $\text{جتا } ٦٠^\circ + \text{جا } ٣٠^\circ = \frac{١}{٢} + \frac{١}{٢} = ١$

(٣) $\text{جا } ٣٠^\circ + \text{جتا } ٦٠^\circ - \text{ظا } ٤٥^\circ = \frac{١}{٢} + \frac{١}{٢} - ١ = \text{صفر}$

(٤) $\text{جا } ٦٠^\circ + \text{جتا } ٣٠^\circ + \text{ظا } ٦٠^\circ = \frac{\sqrt{٣}}{٢} + \frac{\sqrt{٣}}{٢} + \sqrt{٣}$

$= ٢\sqrt{٣}$

(٥) $\text{جا}^٢ \, ٤٥^\circ + \text{جتا}^٢ \, ٤٥^\circ = \left(\frac{١}{\sqrt{٢}}\right)^٢ + \left(\frac{١}{\sqrt{٢}}\right)^٢$

$= \frac{١}{٢} + \frac{١}{٢} = ١$

(٦) $٤ \text{ جتا } ٣٠^\circ \text{ ظا } ٦٠^\circ = ٤ \times \frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \sqrt{٣} = ٦$

(٧) $\text{ظا}^٢ \, ٦٠^\circ - ٢ \text{ جا } ٤٥^\circ \text{ جتا } ٤٥^\circ$

$= (\sqrt{٣})^٢ - ٢ \times \frac{١}{\sqrt{٢}} \times \frac{١}{\sqrt{٢}} = ٣ - ١ = ٢$

(٨) $\text{جا}^٢ \, ٦٠^\circ - \text{ظا } ٦٠^\circ \text{ جتا } ٣٠^\circ + \text{جتا } ٦٠^\circ \text{ جا } ٣٠^\circ$

$= \left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^٢ - \sqrt{٣} \times \frac{\sqrt{٣}}{٢} + \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢}$

$= \frac{٣}{٤} - \frac{٣}{٢} + \frac{١}{٤} = -\frac{١}{٢}$

(٩) $٢ \text{ جا } ٣٠^\circ \text{ جتا } ٦٠^\circ + \sqrt{٢} \text{ جا } ٤٥^\circ$

$= ٢ \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} + \sqrt{٢} \times \frac{١}{\sqrt{٢}}$

$= \frac{١}{٢} + ١ = ١\frac{١}{٢}$

(١٠) $(\text{جتا } ٣٠^\circ - \text{جتا } ٦٠^\circ)(\text{جا } ٣٠^\circ + \text{جا } ٦٠^\circ)$

$= \left(\frac{\sqrt{٣}}{٢} - \frac{١}{٢}\right)\left(\frac{١}{٢} + \frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)$

$= \left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^٢ - \left(\frac{١}{٢}\right)^٢ = \frac{٣}{٤} - \frac{١}{٤} = \frac{١}{٢}$

(١١) $\frac{\text{جا } ٣٠^\circ}{\text{جتا } ٦٠^\circ} - \text{جتا } ٣٠^\circ \text{ جا } ٦٠^\circ = \frac{\frac{١}{٢}}{\frac{١}{٢}} - \frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

$= ١ - \frac{٣}{٤} = \frac{١}{٤}$

(١٢) $\frac{\text{جتا}^٢ \, ٦٠^\circ + \text{جتا}^٢ \, ٣٠^\circ + \text{ظا}^٢ \, ٤٥^\circ}{\text{جا } ٦٠^\circ \text{ ظا } ٦٠^\circ - \text{جا } ٣٠^\circ}$

$= \frac{\left(\frac{١}{٢}\right)^٢ + \left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^٢ + ١^٢}{\frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \sqrt{٣} - \frac{١}{٢}} = \frac{\frac{١}{٤} + \frac{٣}{٤} + ١}{\frac{٣}{٢} - \frac{١}{٢}} = ٢$

٢

(١) الطرف الأيمن $= \text{جا } ٦٠^\circ = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

الطرف الأيسر $= ٢ \text{ جا } ٣٠^\circ \text{ جتا } ٣٠^\circ$

$= ٢ \times \frac{١}{٢} \times \frac{\sqrt{٣}}{٢} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

∴ الطرفان متساويان.

(٢) الطرف الأيمن $= \text{جتا } ٦٠^\circ = \frac{١}{٢}$

الطرف الأيسر $= ٢ \text{ جتا}^٢ \, ٣٠^\circ - ١ = ٢ \times \left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^٢ - ١$

$= ٢ \times \frac{٣}{٤} - ١ = \frac{١}{٢}$

∴ الطرفان متساويان.

(٣) الطرف الأيمن $= ٢ \text{ جتا}^٢ \, ٣٠^\circ - ١ = ٢ \times \left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^٢ - ١$

$= ٢ \times \frac{٣}{٤} - ١ = \frac{١}{٢}$

الطرف الأيسر $= ١ - ٢ \text{ جا}^٢ \, ٣٠^\circ$

$= ١ - ٢ \times \left(\frac{١}{٢}\right)^٢$

$= ١ - ٢ \times \frac{١}{٤} = \frac{١}{٢}$

∴ الطرفان متساويان.

(٤) الطرف الأيمن $= \text{جتا } ٦٠^\circ = \frac{١}{٢}$

الطرف الأيسر $= \text{جتا}^٢ \, ٣٠^\circ - \text{جا}^٢ \, ٣٠^\circ$

$= \left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^٢ - \left(\frac{١}{٢}\right)^٢$

$= \frac{٣}{٤} - \frac{١}{٤} = \frac{١}{٢}$

∴ الطرفان متساويان.

(٥) الطرف الأيمن $= \text{ظا } ٦٠^\circ = \sqrt{٣}$

الطرف الأيسر $= \frac{٢ \text{ ظا } ٣٠^\circ}{١ - \text{ظا}^٢ \, ٣٠^\circ} = \frac{٢ \times \frac{١}{\sqrt{٣}}}{١ - \left(\frac{١}{\sqrt{٣}}\right)^٢}$

$= \frac{\frac{٢}{\sqrt{٣}}}{١ - \frac{١}{٣}} = \sqrt{٣}$

∴ الطرفان متساويان.

٦ الطرف الأيمن = جتا² ٦٠° = $\left(\frac{١}{٢}\right)^{٢}$ = $\frac{١}{٤}$

الطرف الأيسر = ٥ جا² ٣٠° − ظا² ٤٥°

= ٥ $\left(\frac{١}{٢}\right)^{٢}$ − ١²

= ٥ × $\frac{١}{٤}$ − ١ = $\frac{١}{٤}$

∴ الطرفان متساويان.

٧ الطرف الأيمن = جا³ ٣٠° = $\left(\frac{١}{٢}\right)^{٣}$ = $\frac{١}{٨}$

الطرف الأيسر = ٩ جتا³ ٦٠° − ظا² ٤٥°

= ٩ × $\left(\frac{١}{٢}\right)^{٣}$ − ١²

= ٩ × $\frac{١}{٨}$ − ١ = $\frac{٩}{٨}$ − $\frac{٨}{٨}$ = $\frac{١}{٨}$

∴ الطرفان متساويان.

٨ الطرف الأيمن = $\frac{\text{جا ٣٠° جتا ٤٥° + جا ٤٥° جتا ٣٠°}}{\text{جا ٤٥° جتا ٦٠° + جتا ٤٥° جا ٦٠°}}$

= $\frac{\frac{١}{٢} \times \frac{١}{\sqrt{٢}} + \frac{١}{\sqrt{٢}} \times \frac{\sqrt{٣}}{٢}}{\frac{١}{\sqrt{٢}} \times \frac{١}{٢} + \frac{١}{\sqrt{٢}} \times \frac{\sqrt{٣}}{٢}}$ = $\frac{\frac{١}{٢\sqrt{٢}} + \frac{\sqrt{٣}}{٢\sqrt{٢}}}{\frac{١}{٢\sqrt{٢}} + \frac{\sqrt{٣}}{٢\sqrt{٢}}}$ = ١

الطرف الأيسر = ظا² ٤٥° = ١² = ١

∴ الطرفان متساويان.

٩ الطرف الأيمن = جا ٣٠° = $\frac{١}{٢}$

الطرف الأيسر = $\sqrt{\frac{\text{١ − جتا ٦٠°}}{٢}}$ = $\sqrt{\frac{١ - \frac{١}{٢}}{٢}}$

= $\sqrt{\frac{\frac{١}{٢}}{٢}}$ = $\sqrt{\frac{١}{٤}}$ = $\frac{١}{٢}$

∴ الطرفان متساويان.

٣

١ (ب) ٢ (ب) ٣ (د) ٤ (جـ)

٥ (ب) ٦ (جـ) ٧ (د) ٨ (أ)

٩ (ب) ١٠ (د) ١١ (جـ) ١٢ (جـ)

١٣ (د) ١٤ (أ) ١٥ (أ) ١٦ (د)

١٧ (ب) ١٨ (جـ) ١٩ (د) ٢٠ (أ)

٤

١ س × $\left(\frac{١}{\sqrt{٢}}\right)^{٢}$ = $(\sqrt{٣})^{٢}$

∴ $\frac{١}{٢}$ س = ٣ ∴ س = ٦

٢ س × $\frac{١}{٢}$ × $\left(\frac{١}{\sqrt{٢}}\right)^{٢}$ = $\left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^{٢}$

∴ $\frac{١}{٤}$ س = $\frac{٣}{٤}$ ∴ س = ٣

٣ س × $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ × $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ × $\sqrt{٣}$ = (١)² − $\left(\frac{١}{٢}\right)^{٢}$

∴ $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ س = $\frac{٣}{٤}$ ∴ س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

٤ ٤ س = $\left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^{٢}$ × $\left(\frac{١}{\sqrt{٣}}\right)^{٢}$ × (١)²

∴ ٤ س = $\frac{١}{٤}$ ∴ س = $\frac{١}{١٦}$

٥

١ ∵ ظا س = ٤ × $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$

∴ ظا س = ١ ∴ س = ٤٥°

٢ ∵ جا س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ − $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$

∴ جا س = $\frac{١}{٢}$ ∴ س = ٣٠°

٣ ∵ ٢ جا س = $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$ + $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

∴ ٢ جا س = ١ ∴ جا س = $\frac{١}{٢}$

∴ س = ٣٠°

٤ ∵ ٦ × جا س × $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ × $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ = ١ − $\frac{١}{٤}$

∴ ٦ × $\frac{١}{٢}$ × جا س = $\frac{٣}{٤}$

∴ ٣ × جا س = $\frac{٣}{٤}$

∴ جا س = $\frac{٣}{٤}$ × $\frac{١}{٣}$ = $\frac{١}{٤}$

∴ س ≃ ١٤° ٢٨′ ٣٩″

٥ ∵ جتا س = $\frac{\frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \frac{١}{٢}}{١ \times \left(\frac{١}{\sqrt{٣}}\right)^{٢}}$

∴ جتا س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

∴ س = ٣٠°

٦ ∵ طا (س + ٥) = $\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} + \frac{٣}{٤} \times ١$

= $\frac{١}{٤} + \frac{٣}{٤} = ١$

∴ س + ٥° = ٤٥° ∴ س = ٤٠°

٧ ∵ $\sqrt{٣}$ × جا س × $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ = ١ × جتا ٢ س

∴ جا س = جتا ٢ س ∴ س + ٢ س = ٩٠°

∴ ٣ س = ٩٠° ∴ س = ٣٠°

٦

١ ∵ $\left(\frac{١}{\sqrt{٢}}\right)^{٢}$ = جتا هـ × $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

∴ جتا هـ = $\frac{١}{٢} \div \frac{١}{\sqrt{٣}} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ∴ هـ = ٣٠°

٢ ∵ جا هـ × $\left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^{٢}$

= $٣ \times \left(\frac{١}{\sqrt{٢}}\right)^{٢} \times \left(\frac{١}{\sqrt{٣}}\right)^{٢} \times \frac{١}{٢}$

∴ جا هـ × $\frac{٣}{٤} = \frac{٣}{٨}$ ∴ جا هـ = $\frac{١}{٢}$ ∴ هـ = ٣٠°

٣ ∵ ٣ طا هـ − ٤ × $\left(\frac{١}{٢}\right)^{٢}$ = ٨ × $\left(\frac{١}{٢}\right)^{٢}$

∴ ٣ طا هـ − ١ = ٢ ∴ ٣ طا هـ = ٣

∴ طا هـ = ١ ∴ هـ = ٤٥°

٧

∵ طا س = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ ∴ س = ٣٠°

∴ جا س طا $\left(\frac{٣ س}{٢}\right)$ + جتا (٢ س)

= جا ٣٠° طا $\left(\frac{٣ \times ٣٠°}{٢}\right)$ + جتا (٢ × ٣٠°)

= جا ٣٠° طا ٤٥° + جتا ٦٠° = $\frac{١}{٢} \times ١ + \frac{١}{٢} = ١$

٨

∵ جا س = طا ٣٠° جا ٦٠°

∴ جا س = $\frac{١}{\sqrt{٣}} \times \frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ∴ جا س = $\frac{١}{٢}$

∴ س = ٣٠°

∴ ٤ جتا س جا س = ٤ جتا ٣٠° جا ٣٠°

= $٤ \times \frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \frac{١}{٢} = \sqrt{٣}$

٩

∵ $\frac{\text{جتا ٥ س}}{\text{جا س}} = ١$ ∴ جتا ٥ س = جا س

∴ ٥ س + س = ٩٠° ∴ ٦ س = ٩٠°

∴ س = $\frac{٩٠°}{٦}$ = ١٥°

∴ جا ٢ س = جا ٢ × ١٥° = جا ٣٠° = $\frac{١}{٢}$

١٠

∵ جتا س طا س + $\frac{١}{٢}$ = ١

∴ جتا س × $\frac{\text{جا س}}{\text{جتا س}} = \frac{١}{٢}$

∴ جا س = $\frac{١}{٢}$ ∴ س = ٣٠°

١١

١ ∵ طا ٣٢° = $\frac{٦}{\text{ب حـ}}$

∴ ب حـ = ٦ ÷ طا ٣٢° ≃ ٩,٦ سم

٢ ∵ جتا ٥٠° = $\frac{\text{أ ب}}{٨}$

∴ أ ب = ٨ × جتا ٥٠° ≃ ٥,١٤ سم

٣ ∵ جا ٦٥° = $\frac{\text{ب حـ}}{١٢}$

∴ ب حـ = ١٢ × جا ٦٥° ≃ ١٠,٨٨ سم

١٢

١ ∵ جا أ = $\frac{٤}{٦}$ ∴ ق (∠ أ) ≃ ٣٧ ٤٨ ٤١°

٢ ∵ طا حـ = $\frac{١٠}{٦}$ ∴ ق (∠ حـ) ≃ ١٠ ٢ ٥٩°

٣ ∵ جتا حـ = $\frac{٥}{٧}$ ∴ ق (∠ حـ) ≃ ٥٥ ٢٤ ٤٤°

١٣

في Δ ا حـ ء : ∵ ق(∠ء ا حـ) = ٩٠°

، ق(∠ء) = ٣٠°

∴ ا حـ = ١/٢ حـ ء = ١/٢ × ٨ = ٤ سم

∴ طا ب = ا حـ / ب حـ = ٤/٣ (المطلوب أولاً)

في Δ ا ب حـ : ∵ طا(∠ب ا حـ) = ٣/٤

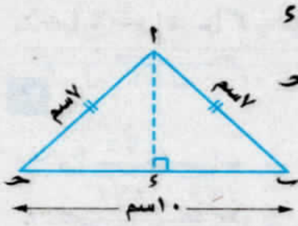
∴ ق(∠ب ا حـ) ≃ ٣٦° ٥٢َ ١٢ً

∴ ق(∠ب ا ء) ≃ ٩٠° + ٣٦° ٥٢َ ١٢ً

≃ ١٢٦° ٥٢َ ١٢ً (المطلوب ثانياً)

١٤

نرسم اء ⊥ ب حـ يقطعه في ء



∵ اء ⊥ ب حـ ، اب = احـ

∴ ب ء = ء حـ = ٥ سم

في Δ ا ب ء : جتا ب = ٥/٧

∴ ق(∠ب) ≃ ٤٤° ٢٤َ ٥٥ً (المطلوب أولاً)

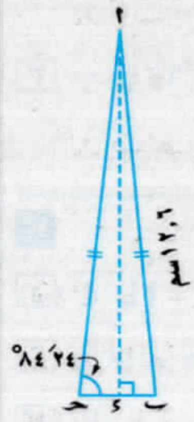
في Δ ا ب ء : ∵ (اء)² = (اب)² − (ب ء)²

∴ (اء)² = ٤٩ − ٢٥ = ٢٤ ∴ اء = ٢√٦ سم

∴ مساحة Δ ا ب حـ = ١/٢ × ٢√٦ × ١٠

= ١٠√٦ سم² (المطلوب ثانياً)

١٥



نرسم اء ⊥ ب حـ يقطعه في ء

∵ اء ⊥ ب حـ ، اب = احـ

∴ ب ء = ء حـ

في Δ ا ء حـ : جتا حـ = ء حـ / ا حـ

∴ جتا ٨٤° ٢٤َ = ء حـ / ١٢,٦

∴ ء حـ = ١٢,٦ × جتا ٨٤° ٢٤َ

∴ ء حـ ≃ ١,٢٣ سم

∴ ب حـ = ٢ × ١,٢٣ = ٢,٤٦ ≃ ٢,٥ سم

(وهو المطلوب)

١٦

∵ Δ ا ب حـ قائم الزاوية في ب

∴ ق(∠ا) + ق(∠حـ) = ٩٠°

، ∵ ق(∠ا) = ٢ ق(∠حـ)

∴ ٢ ق(∠حـ) + ق(∠حـ) = ٩٠°

∴ ٣ ق(∠حـ) = ٩٠° ∴ ق(∠حـ) = ٣٠°

∴ ق(∠ا) = ٦٠°

∴ جتا² ا + طا² حـ = جتا² ٦٠° + طا² ٣٠°

= ١/٤ + ١/٣ = ٧/١٢

١٧

∵ ا ب حـ ء مستطيل. ∴ ق(∠ب) = ٩٠°

في Δ ا ب حـ : ∵ جا(∠ا حـ ب) = ١٥/٢٥

∴ ق(∠ا حـ ب) ≃ ٣٦° ٥٢َ ١٢ً (المطلوب أولاً)

في Δ ا ب حـ : ∵ (ب حـ)² = (ا حـ)² − (ا ب)²

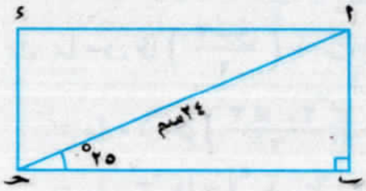
∴ (ب حـ)² = ٦٢٥ − ٢٢٥ = ٤٠٠

∴ ب حـ = ٢٠ سم

∴ مساحة المستطيل ا ب حـ ء

= ١٥ × ٢٠ = ٣٠٠ سم² (المطلوب ثانياً)

١٨



∵ ا ب حـ ء مستطيل.

∴ ق(∠ب) = ٩٠°

في Δ أ ب حـ :

∵ جتا (∠ أ حـ ب) = ب حـ / أ حـ

∴ جتا ٢٥° = ب حـ / ٢٤

∴ ب حـ = ٢٤ جتا ٢٥° ≃ ٢١,٨ سم (وهو المطلوب)

١٩

ب حـ = ٩٦ ÷ ٨ = ١٢ سم

∵ أ ء = ب حـ ∴ أ ء = ١٢ سم (المطلوب أولاً)

، ∵ ب حـ = ١٢ سم ، ب هـ = ١/٤ ب حـ

∴ ب هـ = ٣ سم

في Δ أ ب هـ : ∵ ق (∠ أ هـ ب) = ٩٠°

∴ ظا ب = أ هـ / ب هـ ∴ ظا ب = ٨/٣

∴ ق (∠ب) ≃ ٦٩° ٢٦َ ٣٨ً (المطلوب ثانيًا)

في Δ أ هـ ب : ∵ جا ب = أ هـ / أ ب

∴ جا ٦٩° ٢٦َ ٣٨ً = ٨ / أ ب

∴ أ ب = ٨ / جا ٦٩° ٢٦َ ٣٨ً ≃ ٨,٥ سم (المطلوب ثالثًا)

حل آخر: في Δ أ هـ ب :

∵ جتا ب = ب هـ / أ ب ∴ جتا ٦٩° ٢٦َ ٣٨ً = ٣ / أ ب

∴ أ ب = ٣ / جتا ٦٩° ٢٦َ ٣٨ً ≃ ٨,٥ سم (المطلوب ثالثًا)

حل ثالث:

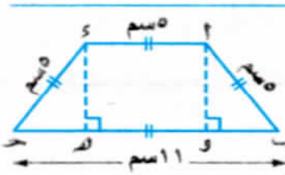
∵ Δ أ ب هـ قائم الزاوية في هـ

∴ (أ ب)^{2} = (أ هـ)^{2} + (ب هـ)^{2} = (٨)^{2} + (٣)^{2}

= ٦٤ + ٩ = ٧٣

∴ أ ب = √٧٣ ≃ ٨,٥ سم (المطلوب ثالثًا)

٢٠



نرسم أ و ⊥ ب حـ

، ء هـ ⊥ ب حـ

∵ أ ء // ب حـ ، أ و ⊥ ب حـ ، ء هـ ⊥ ب حـ

∴ أ و هـ ء مستطيل. ∴ و هـ = ٥ سم

∴ ب و + هـ حـ = ٦ سم ∴ ب و = ٣ سم

في Δ أ ب و : ∵ جتا ب = ب و / أ ب

∴ جتا ب = ٣/٥ ∴ ق (∠ب) ≃ ٥٣° ٧َ ٤٨ً

، ق (∠أ) = ١٨٠° − ٥٣° ٧َ ٤٨ً

= ١٢٦° ٥٢َ ١٢ً (المطلوب أولاً)

في Δ أ ب و : ∵ (أ و)^{2} = (أ ب)^{2} − (ب و)^{2}

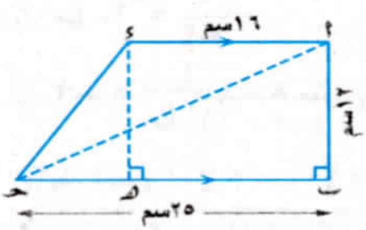
∴ (أ و)^{2} = (٥)^{2} − (٣)^{2} = ١٦ ∴ أ و = ٤ سم

∴ مساحة شبه المنحرف أ ب حـ ء

= ١/٢ (٥ + ١١) × ٤ = ٣٢ سم^{2} (المطلوب ثانيًا)

٢١

نرسم ء هـ ⊥ ب حـ



∵ أ ء // ب حـ

، أ ب ⊥ ب هـ

، ء هـ ⊥ ب هـ

∴ أ ب هـ ء مستطيل.

∴ ب هـ = ١٦ سم ، هـ حـ = ٢٥ − ١٦ = ٩ سم

، ء هـ = ١٢سم

∴ في Δ ء هـ حـ القائم الزاوية في هـ :

(ء حـ)^{2} = (١٢)^{2} + (٩)^{2} = ٢٢٥

∴ ء حـ = ١٥ سم (المطلوب أولاً)

∴ ظا حـ = ١٢/٩

∴ ق (∠حـ) ≃ ٥٣° ٧َ ٤٨ً (المطلوب ثانيًا)

، جا (∠ء حـ ب) − ظا (∠ أ حـ ب) = ١٢/١٥ − ١٢/٢٥ = ٨/٢٥

(المطلوب ثالثًا)

٢٢



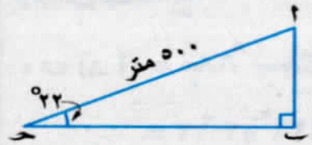
في Δ أ ب ج : ∵ ق(∠ج) = ٩٠°

∴ جا ب = أج / أب

∴ جا ٦٠° = أج / ٦

∴ أج = ٦ جا ٦٠° = ٣ √٣ متر

٢٣



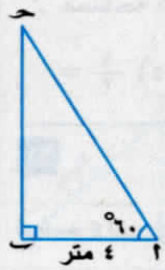
في Δ أ ب ج :

∵ ق(∠ب) = ٩٠°

∴ جا ج = أب / أج ∴ جا ٢٢° = أب / ٥٠٠

∴ أب = ٥٠٠ جا ٢٢° = ١٨٧ مترًا.

٢٤



في Δ أ ب ج :

∵ ق(∠ب) = ٩٠°

∴ جتا أ = أب / أج

∴ جتا ٦٠° = ٤ / أج

∴ أج = ٤ / جتا ٦٠° = ٨ متر

∴ (ب ج)² = ٨² − ٤² = ٤٨

∴ ب ج = ٤ √٣ متر

∴ طول الشجرة = ٨ + ٤ + ٤ √٣ = ١٥ متر.

٢٥

١ (ب) ٢ (د) ٣ (ج)

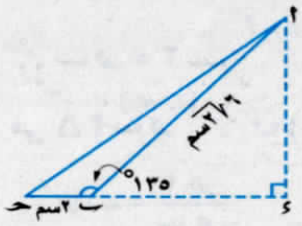
٢٦

نرسم أء ⊥ ب ج

∴ ق(∠أ ب ء) = ١٨٠° − ١٣٥° = ٤٥°

∴ ظا(∠أ ب ء) = أء / ء ب

∴ ظا ٤٥° = أء / ء ب = ١



∴ أء = ء ب = س سم

∴ في Δ أ ء ب القائم الزاوية في ء

(أ ب)² = س² + س²

∴ ٧٢ = ٢ س² ∴ س² = ٣٦

∴ س = ٦ سم ∴ ظا ج = أء / ء ج = ٦ / ٨ = ٣ / ٤

إجابات الوحدة الخامسة

إجابات تمارين ٣

١

[١] أب $= \sqrt{(٤ - ١)^{٢} + (٦ - ٢)^{٢}}$

$= \sqrt{٩ + ١٦} = ٥$ وحدات طول

[٢] أب $= \sqrt{(٥ - ٢)^{٢} + (-٥ + ١)^{٢}}$

$= \sqrt{٩ + ١٦} = ٥$ وحدات طول

[٣] أب $= \sqrt{(٣ + ٢)^{٢} + (-٥ - ٧)^{٢}}$

$= \sqrt{٢٥ + ١٤٤} = ١٣$ وحدة طول

[٤] أب $= \sqrt{(٣ + ٢)^{٢} + (٠ - ٥)^{٢}}$

$= \sqrt{٢٥ + ٢٥} = ٥\sqrt{٢}$ وحدة طول

[٥] أب $= \sqrt{(١٥ - ٦)^{٢} + (٠ - ٠)^{٢}}$

$= \sqrt{٩^{٢}} = ٩$ وحدات طول

[٦] أب $= \sqrt{(٦ - ٠)^{٢} + (٠ + ٨)^{٢}}$

$= \sqrt{٣٦ + ٦٤} = ١٠$ وحدات طول

٢

[١] (د)	[٢] (جـ)	[٣] (جـ)	[٤] (أ)
[٥] (د)	[٦] (ب)	[٧] (د)	[٨] (جـ)
[٩] (د)	[١٠] (جـ)	[١١] (جـ)	

٣

أب $= \sqrt{(١ - ٣)^{٢} + (٢ - ١)^{٢}}$

$= \sqrt{٤ + ١} = \sqrt{٥}$ وحدة طول

، بحـ $= \sqrt{(٥ - ١)^{٢} + (٤ - ٢)^{٢}}$

$= \sqrt{١٦ + ٤} = \sqrt{٢٠} = ٢\sqrt{٥}$ وحدة طول

∴ بحـ = ٢ أب

٤

أب $= \sqrt{(١ - ٤)^{٢} + (١ - ٣)^{٢}}$

$= \sqrt{٩ + ٤} = \sqrt{١٣}$ وحدة طول

، بحـ $= \sqrt{(-٥ - ١)^{٢} + (-٣ - ١)^{٢}}$

$= \sqrt{٣٦ + ١٦} = \sqrt{٥٢} = ٢\sqrt{١٣}$ وحدة طول

، أحـ $= \sqrt{(٤ + ٥)^{٢} + (٣ + ٣)^{٢}}$

$= \sqrt{٨١ + ٣٦} = \sqrt{١١٧} = ٣\sqrt{١٣}$ وحدة طول

∴ أحـ = أب + بحـ

∴ أ ، ب ، حـ على استقامة واحدة

٥

∵ حـ أ $= \sqrt{(٣ + ٢)^{٢} + (٤ - ٢)^{٢}} = \sqrt{٢٥ + ٤}$

$= \sqrt{٢٩}$ وحدة طول

، حـ ب $= \sqrt{(٣ - ١)^{٢} + (٤ + ١)^{٢}}$

$= \sqrt{٤ + ٢٥} = \sqrt{٢٩}$ وحدة طول

∴ حـ أ = حـ ب

∴ حـ تقع على محور تماثل $\overline{\text{أب}}$

٦

[١] أب $= \sqrt{(٣ - ١)^{٢} + (-٢ - ٤)^{٢}}$

$= \sqrt{٤ + ٣٦} = \sqrt{٤٠} = ٢\sqrt{١٠}$ وحدة طول

، بحـ $= \sqrt{(-٣ - ٣)^{٢} + (١٦ + ٢)^{٢}}$

$= \sqrt{٣٦ + ٣٢٤} = \sqrt{٣٦٠}$

$= ٦\sqrt{١٠}$ وحدة طول

، أحـ $= \sqrt{(-٣ - ١)^{٢} + (١٦ - ٤)^{٢}}$

$= \sqrt{١٦ + ١٤٤} = \sqrt{١٦٠}$

$= ٤\sqrt{١٠}$ وحدة طول

∴ بحـ = أب + أحـ

∴ أ ، ب ، حـ تقع على استقامة واحدة

[٢] أب $= \sqrt{(-٣ - ٧)^{٢} + (٦ - ٠)^{٢}}$

$= \sqrt{١٠٠ + ٣٦} = ٢\sqrt{٣٤}$ وحدة طول

، بحـ $= \sqrt{(٢٢ + ٣)^{٢} + (٩ - ٦)^{٢}}$

$= \sqrt{٦٢٥ + ٩} = \sqrt{٦٣٤}$ وحدة طول

، أ جـ = $\sqrt{(٢٢ - ٧)^{٢} + (٩ - ٠)^{٢}}$

= $\sqrt{٢٢٥ + ٨١}$ = ٣ $\sqrt{٣٤}$ وحدة طول

∴ ب جـ ≠ أ ب + أ جـ

∴ أ ، ب ، جـ ليست على استقامة واحدة

[٣] أ ب = $\sqrt{(٣ + ١)^{٢} + (-١٤ - ٤)^{٢}}$

= $\sqrt{١٦ + ٣٢٤}$ = ٢ $\sqrt{٨٥}$ وحدة طول

، ب جـ = $\sqrt{(-٥ - ٣)^{٢} + (-٦ + ١٤)^{٢}}$

= $\sqrt{٦٤ + ٦٤}$ = ٨ $\sqrt{٢}$ وحدة طول

، أ جـ = $\sqrt{(-٥ + ١)^{٢} + (-٦ - ٤)^{٢}}$

= $\sqrt{١٦ + ١٠٠}$ = ٢ $\sqrt{٢٩}$ وحدة طول

∴ أ ب ≠ ب جـ + أ جـ

∴ أ ، ب ، جـ ليست على استقامة واحدة

[٧]

∵ أ ب = $\sqrt{(-٢ - ٣)^{٢} + (٤ + ١)^{٢}}$

= $\sqrt{٢٥ + ٢٥}$ = $\sqrt{٥٠}$ = ٥ $\sqrt{٢}$ وحدة طول

، ب جـ = $\sqrt{(٣ - ٤)^{٢} + (-١ - ٥)^{٢}}$

= $\sqrt{١ + ٣٦}$ = $\sqrt{٣٧}$ وحدة طول

، أ جـ = $\sqrt{(-٢ - ٤)^{٢} + (٤ - ٥)^{٢}}$

= $\sqrt{٣٦ + ١}$ = $\sqrt{٣٧}$ وحدة طول

∴ ب جـ = أ جـ

∴ Δ أ ب جـ متساوى الساقين.

[٨]

[١] أ ب = $\sqrt{(٤ - ٢)^{٢} + (-٢ - ١)^{٢}}$

= $\sqrt{٤ + ٩}$ = $\sqrt{١٣}$ وحدة طول

، ب جـ = $\sqrt{(٧ - ٤)^{٢} + (٥ + ٢)^{٢}}$

= $\sqrt{٩ + ٤٩}$ = $\sqrt{٥٨}$ وحدة طول

، أ جـ = $\sqrt{(٧ - ٢)^{٢} + (٥ - ١)^{٢}}$

= $\sqrt{٢٥ + ١٦}$ = $\sqrt{٤١}$ وحدة طول

، ∵ (ب جـ)^{٢} > (أ ب)^{٢} + (أ جـ)^{٢}

∴ أ ، ب ، جـ رءوس مثلث منفرج الزاوية فى أ

[٢] أ ب = $\sqrt{(-١ - ٣)^{٢} + (١ - ٥)^{٢}}$

= $\sqrt{١٦ + ١٦}$ = $\sqrt{٣٢}$ وحدة طول

، ب جـ = $\sqrt{(٥ + ١)^{٢} + (-٥ - ١)^{٢}}$

= $\sqrt{٣٦ + ٣٦}$ = $\sqrt{٧٢}$ وحدة طول

، أ جـ = $\sqrt{(٥ - ٣)^{٢} + (-٥ - ٥)^{٢}}$

= $\sqrt{٤ + ١٠٠}$ = $\sqrt{١٠٤}$ وحدة طول

، ∵ (أ جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}

∴ أ ، ب ، جـ رءوس مثلث قائم الزاوية فى ب

[٣] أ ب = $\sqrt{(٣ - ٤)^{٢} + (-١ - ٤)^{٢}}$

= $\sqrt{١ + ٢٥}$ = $\sqrt{٢٦}$ وحدة طول

، ب جـ = $\sqrt{(-٢ - ٣)^{٢} + (٤ + ١)^{٢}}$

= $\sqrt{٢٥ + ٢٥}$ = $\sqrt{٥٠}$ وحدة طول

، أ جـ = $\sqrt{(-٢ - ٤)^{٢} + (٤ - ٤)^{٢}}$ = $\sqrt{٣٦}$ وحدة طول

، ∵ (ب جـ)^{٢} < (أ ب)^{٢} + (أ جـ)^{٢}

∴ أ ، ب ، جـ رءوس مثلث حاد الزوايا.

[٤] أ ب = $\sqrt{(٦ - ٠)^{٢} + (٠ - ٠)^{٢}}$

= $\sqrt{٣٦ + ٠}$ = $\sqrt{٣٦}$ = ٦ وحدة طول

، ب جـ = $\sqrt{(٠ - ٦)^{٢} + (٨ - ٠)^{٢}}$

= $\sqrt{١٠٠}$ = ١٠ وحدة طول

، أ جـ = $\sqrt{(٠ - ٠)^{٢} + (٨ - ٠)^{٢}}$

= $\sqrt{٦٤}$ = ٨ وحدة طول

، ∵ (ب جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (أ جـ)^{٢}

∴ أ ، ب ، جـ رءوس مثلث قائم الزاوية فى أ

[٥] أ ب = $\sqrt{(٢ - ١)^{٢} + (١ + ١)^{٢}}$

= $\sqrt{١ + ٤}$ = $\sqrt{٥}$ وحدة طول

، ب جـ = $\sqrt{(-٣ - ٢)^{٢} + (-٢ - ١)^{٢}}$

= $\sqrt{٢٥ + ٩}$ = $\sqrt{٣٤}$ وحدة طول

، أ جـ = $\sqrt{(١ + ٣)^{٢} + (-١ + ٢)^{٢}}$

= $\sqrt{١٦ + ١}$ = $\sqrt{١٧}$ وحدة طول

، ∵ (ب جـ)^{٢} > (أ ب)^{٢} + (أ جـ)^{٢}

∴ أ ، ب ، جـ رءوس مثلث منفرج الزاوية فى أ

٩

أب $= \sqrt{(-١ - ٥)^{٢} + (٧ + ٥)^{٢}}$

$= \sqrt{٣٦ + ١٤٤} = \sqrt{١٨٠}$ وحدة طول

، ب حـ $= \sqrt{(١٥ + ١)^{٢} + (١٥ - ٧)^{٢}}$

$= \sqrt{٢٥٦ + ٦٤} = \sqrt{٣٢٠}$ وحدة طول

، حـ أ $= \sqrt{(٥ - ١٥)^{٢} + (-٥ - ١٥)^{٢}}$

$= \sqrt{١٠٠ + ٤٠٠} = \sqrt{٥٠٠}$ وحدة طول

، $\because$ (حـ أ)^{٢} = (أب)^{٢} + (ب حـ)^{٢}

$\therefore$ Δ أب حـ قائم الزاوية في ب

$\therefore$ مساحة Δ أب حـ $= \frac{١}{٢} \times$ أب $\times$ ب حـ

$= \frac{١}{٢} \times \sqrt{١٨٠} \times \sqrt{٣٢٠} = ١٢٠$ وحدة مربعة

١٠

$\because$ أب $= \sqrt{(٧ - ٥)^{٢} + \left(٢\sqrt{٣} - ٠\right)^{٢}}$

$= \sqrt{٤ + ١٢} = ٤$ وحدات طول

، ب حـ $= \sqrt{(٣ - ٧)^{٢} + \left(٢\sqrt{٣} - ٢\sqrt{٣}\right)^{٢}}$

$= \sqrt{١٦} = ٤$ وحدات طول

، أ حـ $= \sqrt{(٣ - ٥)^{٢} + \left(٢\sqrt{٣} - ٠\right)^{٢}}$

$= \sqrt{٤ + ١٢} = ٤$ وحدات طول

$\therefore$ Δ أب حـ متساوي الأضلاع

نفرض أن م منتصف القاعدة $\overline{\text{أب}}$

$\therefore$ الارتفاع م حـ $= \sqrt{(٤)^{٢} - (٢)^{٢}}$

$= \sqrt{١٦ - ٤} = \sqrt{١٢}$

$= ٢\sqrt{٣}$ وحدة طول

$\therefore$ مساحة Δ أب حـ $= \frac{١}{٢} \times$ أب $\times$ م حـ

$= \frac{١}{٢} \times ٤ \times ٢\sqrt{٣}$

$= ٤\sqrt{٣}$ وحدة مربعة

١١

[١] $\because$ أب $= \sqrt{(٠ + ١)^{٢} + (٥ - ١)^{٢}}$

$= \sqrt{١ + ١٦} = \sqrt{١٧}$ وحدة طول

، ب حـ $= \sqrt{(٥ - ٠)^{٢} + (٦ - ٥)^{٢}}$

$= \sqrt{٢٥ + ١} = \sqrt{٢٦}$ وحدة طول

، حـ ء $= \sqrt{(٤ - ٥)^{٢} + (٢ - ٦)^{٢}}$

$= \sqrt{١ + ١٦} = \sqrt{١٧}$ وحدة طول

، ء أ $= \sqrt{(-١ - ٤)^{٢} + (١ - ٢)^{٢}}$

$= \sqrt{٢٥ + ١} = \sqrt{٢٦}$ وحدة طول

$\therefore$ أب = حـ ء ، ب حـ = ء أ

$\therefore$ أب حـ ء متوازي أضلاع

[٢] $\because$ أب $= \sqrt{(٥ + ٢)^{٢} + (-٣ - ٤)^{٢}}$

$= \sqrt{٤٩ + ٤٩} = ٧\sqrt{٢}$ وحدة طول

، ب حـ $= \sqrt{(٧ - ٥)^{٢} + (١ + ٣)^{٢}}$

$= \sqrt{٤ + ١٦} = ٢\sqrt{٥}$ وحدة طول

، حـ ء $= \sqrt{(٠ - ٧)^{٢} + (٨ - ١)^{٢}}$

$= \sqrt{٤٩ + ٤٩} = ٧\sqrt{٢}$ وحدة طول

، ء أ $= \sqrt{(٠ + ٢)^{٢} + (٨ - ٤)^{٢}}$

$= \sqrt{٤ + ١٦} = ٢\sqrt{٥}$ وحدة طول

$\therefore$ أب = حـ ء ، ب حـ = ء أ

$\therefore$ أب حـ ء متوازي أضلاع

١٢

$\because$ أب $= \sqrt{(٠ - ٤)^{٢} + (١ - ٥)^{٢}}$

$= \sqrt{١٦ + ١٦} = ٤\sqrt{٢}$ وحدة طول

، ب حـ $= \sqrt{(٤ - ١)^{٢} + (٥ - ٨)^{٢}}$

$= \sqrt{٩ + ٩} = ٣\sqrt{٢}$ وحدة طول

، حـ ء $= \sqrt{(١ + ٣)^{٢} + (٨ - ٤)^{٢}}$

$= \sqrt{١٦ + ١٦} = ٤\sqrt{٢}$ وحدة طول

، أ ء $= \sqrt{(٠ + ٣)^{٢} + (١ - ٤)^{٢}}$

$= \sqrt{٩ + ٩} = ٣\sqrt{٢}$ وحدة طول

، أحـ = $\sqrt{(٠ - ١)^{٢} + (١ - ٨)^{٢}}$

= $\sqrt{١ + ٤٩}$ = ٥ $\sqrt{٢}$ وحدة طول

، بء = $\sqrt{(٤ + ٣)^{٢} + (٥ - ٤)^{٢}}$

= $\sqrt{٤٩ + ١}$ = ٥ $\sqrt{٢}$ وحدة طول

∴ أب = حء ، بحـ = أء ، أحـ = بء

∴ الشكل أبحء مستطيل وطول قطره = ٥ $\sqrt{٢}$ وحدة طول

١٣

∵ أب = $\sqrt{(٣ - ٠)^{٢} + (٣ - ٣)^{٢}}$

= $\sqrt{٩ + ٠}$ = ٣ وحدة طول

، بحـ = $\sqrt{(٠ - ٠)^{٢} + (٣ - ٠)^{٢}}$

= $\sqrt{٠ + ٩}$ = ٣ وحدة طول

، حء = $\sqrt{(٠ - ٣)^{٢} + (٠ - ٠)^{٢}}$

= $\sqrt{٩ + ٠}$ = ٣ وحدة طول

، ءأ = $\sqrt{(٣ - ٣)^{٢} + (٠ - ٣)^{٢}}$

= $\sqrt{٠ + ٩}$ = ٣ وحدة طول

، ∵ أحـ = $\sqrt{(٣ - ٠)^{٢} + (٣ - ٠)^{٢}}$

= $\sqrt{٩ + ٩}$ = ٣ $\sqrt{٢}$ وحدة طول

، بء = $\sqrt{(٠ - ٣)^{٢} + (٣ - ٠)^{٢}}$

= $\sqrt{٩ + ٩}$ = ٣ $\sqrt{٢}$ وحدة طول

∴ أب = بحـ = حء = ءأ ، أحـ = بء

∴ الشكل أبحء مربع وطول قطره = ٣ $\sqrt{٢}$ وحدة طول

ومساحته = ٣ × ٣ = ٩ وحدات مربعة

١٤

أب = $\sqrt{(٦ - ٥)^{٢} + (-٢ - ٣)^{٢}}$

= $\sqrt{١ + ٢٥}$ = $\sqrt{٢٦}$ وحدة طول

، بحـ = $\sqrt{(١ - ٦)^{٢} + (-١ + ٢)^{٢}}$

= $\sqrt{٢٥ + ١}$ = $\sqrt{٢٦}$ وحدة طول

، حء = $\sqrt{(٠ - ١)^{٢} + (٤ + ١)^{٢}}$

= $\sqrt{١ + ٢٥}$ = $\sqrt{٢٦}$ وحدة طول

، ءأ = $\sqrt{(٥ - ٠)^{٢} + (٣ - ٤)^{٢}}$

= $\sqrt{٢٥ + ١}$ = $\sqrt{٢٦}$ وحدة طول

∴ أب = بحـ = حء = ءأ   ∴ أبحء معين

، ∵ أحـ = $\sqrt{(١ - ٥)^{٢} + (-١ - ٣)^{٢}}$

= $\sqrt{١٦ + ١٦}$ = ٤ $\sqrt{٢}$ وحدة طول

، بء = $\sqrt{(٠ - ٦)^{٢} + (٤ + ٢)^{٢}}$

= $\sqrt{٣٦ + ٣٦}$ = ٦ $\sqrt{٢}$ وحدة طول

∴ مساحة المعين أبحء = $\frac{١}{٢}$ × أحـ × بء

= $\frac{١}{٢}$ × ٤ $\sqrt{٢}$ × ٦ $\sqrt{٢}$

= ٢٤ وحدة مربعة

١٥

أب = $\sqrt{(٣ + ٢)^{٢} + (٣ - ٥)^{٢}}$

= $\sqrt{٢٥ + ٤}$ = $\sqrt{٢٩}$ وحدة طول

، بحـ = $\sqrt{(-٤ - ٣)^{٢} + (٢ - ٣)^{٢}}$

= $\sqrt{٤٩ + ١}$ = $\sqrt{٥٠}$ وحدة طول

، حأ = $\sqrt{(-٢ + ٤)^{٢} + (٥ - ٢)^{٢}}$

= $\sqrt{٤ + ٩}$ = $\sqrt{١٣}$ وحدة طول

، ∵ بحـ < أب + حأ

∴ أ ، ب ، حـ ليست على استقامة واحدة

∵ أء = $\sqrt{(-٢ + ٩)^{٢} + (٥ - ٤)^{٢}}$

= $\sqrt{٤٩ + ١}$ = $\sqrt{٥٠}$ وحدة طول

، حء = $\sqrt{(-٩ + ٤)^{٢} + (٤ - ٢)^{٢}}$

= $\sqrt{٢٥ + ٤}$ = $\sqrt{٢٩}$ وحدة طول

∴ أب = حء ، بحـ = أء

∴ أبحء متوازى أضلاع

١٦

أب $= \sqrt{(-٣-٢)^{٢}+(٠-٤)^{٢}}$

$= \sqrt{٢٥+١٦} = \sqrt{٤١}$ وحدة طول

، ب حـ $= \sqrt{(-٧+٣)^{٢}+(٥-٠)^{٢}}$

$= \sqrt{١٦+٢٥} = \sqrt{٤١}$ وحدة طول

، حـ ء $= \sqrt{(-٢+٧)^{٢}+(٩-٥)^{٢}}$

$= \sqrt{٢٥+١٦} = \sqrt{٤١}$ وحدة طول

، ء أ $= \sqrt{(٢+٢)^{٢}+(٤-٩)^{٢}}$

$= \sqrt{١٦+٢٥} = \sqrt{٤١}$ وحدة طول

، أ حـ $= \sqrt{(-٧-٢)^{٢}+(٥-٤)^{٢}}$

$= \sqrt{٨١+١} = \sqrt{٨٢}$ وحدة طول

، ب ء $= \sqrt{(-٢+٣)^{٢}+(٩-٠)^{٢}}$

$= \sqrt{١+٨١} = \sqrt{٨٢}$ وحدة طول

∴ أب = ب حـ = حـ ء = ء أ ، أ حـ = ب ء

∴ الشكل أ ب حـ ء مربع.

١٧

∵ م أ $= \sqrt{(-١-٣)^{٢}+(٢+١)^{٢}}$

$= \sqrt{١٦+٩} = \sqrt{٢٥} = ٥$ وحدة طول

، م ب $= \sqrt{(-١+٤)^{٢}+(٢-٦)^{٢}}$

$= \sqrt{٩+١٦} = \sqrt{٢٥} = ٥$ وحدة طول

، م حـ $= \sqrt{(-١-٢)^{٢}+(٢+٢)^{٢}}$

$= \sqrt{٩+١٦} = \sqrt{٢٥} = ٥$ وحدة طول

∴ م أ = م ب = م حـ

∴ أ ، ب ، حـ تقع على الدائرة م التى طول نصف قطرها = ٥ وحدة طول

∴ محيط الدائرة = ٢ π نق = ٢ × ٣٫١٤ × ٥

= ٣١٫٤ وحدة طول

١٨

∵ $\sqrt{(س-٦)^{٢}+(٥-١)^{٢}} = ٢\sqrt{٥}$

∴ $\sqrt{(س-٦)^{٢}+١٦} = ٢\sqrt{٥}$ (بتربيع الطرفين)

∴ $(س-٦)^{٢}+١٦ = ٢٠$

∴ $(س-٦)^{٢} = ٤$ ∴ س − ٦ = ±٢

∴ س − ٦ = ٢ ∴ س = ٨

أ، س − ٦ = −٢ ∴ س = ٤

١٩

[١] $\sqrt{(أ+٢)^{٢}+(٧-٣)^{٢}} = ٥$ وبتربيع الطرفين :

∴ $(أ+٢)^{٢}+(٤)^{٢} = ٢٥$

∴ $(أ+٢)^{٢} = ٩$ ∴ أ + ٢ = ±٣

∴ أ + ٢ = ٣ ∴ أ = ١

أ، أ + ٢ = −٣ ∴ أ = −٥

[٢] $\sqrt{(٣أ-١-أ)^{٢}+(-٥-٧)^{٢}} = ١٣$ وبتربيع الطرفين :

∴ $(٢أ-١)^{٢}+(-١٢)^{٢} = ١٦٩$

∴ $(٢أ-١)^{٢} = ٢٥$

∴ ٢أ − ١ = ±٥

∴ ٢أ − ١ = ٥ ∴ أ = ٣

أ، ٢أ − ١ = −٥ ∴ أ = −٢

٢٠

∵ أب = ب حـ

∴ $\sqrt{(س-٣)^{٢}+(٣-٢)^{٢}} = \sqrt{(٣-٥)^{٢}+(٢-١)^{٢}}$

(بتربيع الطرفين)

∴ $(س-٣)^{٢}+(١)^{٢} = (-٢)^{٢}+(١)^{٢}$

∴ $س^{٢} - ٦س + ٩ + ١ = ٥$

∴ $س^{٢} - ٦س + ٥ = ٠$

∴ (س − ٥) (س − ١) = ٠

∴ س = ٥ أ، س = ١

٢١

∵ أب $= \sqrt{(-٦-٩)^{٢}+(٠-٠)^{٢}} = \sqrt{٢٢٥}$

= ١٥ وحدة طول

نفرض أن حـ (٠ ، ص)

∴ أحـ = √((٠ − ٩)^{٢} + (ص − ٠)^{٢}) = √(٨١ + ص^{٢})

، ∵ أب = أحـ

∴ ١٥ = √(٨١ + ص^{٢}) (بتربيع الطرفين)

∴ ٢٢٥ = ٨١ + ص^{٢}

∴ ص^{٢} = ٢٢٥ − ٨١ = ١٤٤

∴ ص = ١٢ أ، ص = −١٢ (مرفوض لأن حـ تقع على الجزء الموجب من محور الصادات)

∴ حـ (٠ ، ١٢)

∴ حـ و = √((٠ − ٠)^{٢} + (١٢ − ٠)^{٢}) = √١٤٤

= ١٢ وحدة طول.

٢٢

∵ محور تماثل حـ ء يمر بالنقطة أ

∴ حـ أ = ء أ

∴ √((٦ − ٣)^{٢} + (م − ١)^{٢}) = √((٦ + ٣)^{٢} + (م − ٧)^{٢})

(بتربيع الطرفين)

∴ ٣^{٢} + (م − ١)^{٢} = ٩^{٢} + (م − ٧)^{٢}

∴ ٩ + م^{٢} − ٢ م + ١ = ٨١ + م^{٢} − ١٤ م + ٤٩

∴ −٢ م + ١٤ م = ٨١ + ٤٩ − ٩ − ١

∴ ١٢ م = ١٢٠ ∴ م = ١٢٠/١٢ = ١٠

٢٣

∵ أ ∈ محور السينات ∴ نفرض أن أ (س ، ٠)

، ∵ أو = أب

∴ √((س − ٠)^{٢} + (٠ − ٠)^{٢})

= √((س + ٩)^{٢} + (٠ − ١٥)^{٢}) (بتربيع الطرفين)

∴ س^{٢} = س^{٢} + ١٨ س + ٨١ + ٢٢٥

∴ ١٨ س = −٣٠٦ ∴ س = −١٧

∴ طول و أ = ١٧ وحدة طول

∴ طول أب = ١٧ وحدة طول

٢٤

∵ د (س) = س

، حـ ∈ وحـ الممثل للدالة د ∴ حـ = (س ، س)

، ∵ أو = ٤ وحدة طول ∴ أ (٤ ، ٠)

، ∵ وب = ٦ وحدة طول ∴ ب (٠ ، ٦)

، ∵ أحـ = حـ ب

∴ √((س − ٤)^{٢} + (س − ٠)^{٢})

= √((س − ٠)^{٢} + (س − ٦)^{٢}) (بتربيع الطرفين)

∴ س^{٢} − ٨ س + ١٦ + س^{٢}

= س^{٢} + س^{٢} − ١٢ س + ٣٦

∴ ٤ س = ٢٠ ∴ س = ٥

∴ حـ (٥ ، ٥)

٢٥

النقطة التي تمثل منزل باسم هي (١ ، ٩)

النقطة التي تمثل منزل إسلام هي (٣ ، ١٠)

النقطة التي تمثل المدرسة هي (١٠ ، ٢)

النقطة التي تمثل محطة القطار هي (٤ ، ٠)

[١] بعد منزل باسم عن المدرسة =

√((١٠ − ١)^{٢} + (٢ − ٩)^{٢}) = √(٨١ + ٤٩)

= √١٣٠ كم

، بعد منزل إسلام عن المدرسة =

√((١٠ − ٣)^{٢} + (٢ − ١٠)^{٢}) = √(٤٩ + ٦٤)

= √١١٣ كم

∴ منزل إسلام هو الأقرب إلى المدرسة

[٢] البعد بين منزل باسم والمدرسة = √١٣٠ كم

، بعد منزل باسم عن محطة القطار =

√((١ − ٤)^{٢} + (٩ − ٠)^{٢}) = √(٩ + ٨١) = √٩٠ كم

، البعد بين المدرسة ومحطة القطار =

√((١٠ − ٤)^{٢} + (٢ − ٠)^{٢}) = √(٣٦ + ٤) = √٤٠ كم

∵ مربع البعد بين منزل باسم والمدرسة يساوى مجموع مربعى البعدين بين منزل باسم ومحطة القطار وبين المدرسة ومحطة القطار.

∴ منزل باسم والمدرسة ومحطة القطار يصنعون مثلثًا قائم الزاوية وتكون رأس الزاوية القائمة عند محطة القطار.

∴ طريق (المدرسة – محطة القطار) عمودى على طريق (منزل باسم – محطة القطار)

٢٦

أب = $\sqrt{(\text{س} - ٤)^2 + (٢ + ٢)^2}$

= $\sqrt{(\text{س} - ٤)^2 + ١٦}$ وحدة طول

، ب ج = $\sqrt{(\text{س} - ٣)^2 + (٢ - ٥)^2}$

= $\sqrt{(\text{س} - ٣)^2 + ٩}$ وحدة طول

، ج أ = $\sqrt{(٤ - ٣)^2 + (-٢ - ٥)^2}$

= $\sqrt{١ + ٤٩} = \sqrt{٥٠}$ وحدة طول

، ∵ Δ أ ب ج قائم الزاوية فى ب

∴ $(\text{ج أ})^2 = (\text{أ ب})^2 + (\text{ب ج})^2$

∴ $(\text{س} - ٤)^2 + ١٦ + (\text{س} - ٣)^2 + ٩ = ٥٠$

∴ $\text{س}^2 - ٨\,\text{س} + ١٦ + ١٦ + \text{س}^2$

$- ٦\,\text{س} + ٩ + ٩ = ٥٠$

∴ $٢\,\text{س}^2 - ١٤\,\text{س} = ٠$ بقسمة الطرفين على ٢

∴ $\text{س}^2 - ٧\,\text{س} = ٠$ ∴ $\text{س}(\text{س} - ٧) = ٠$

∴ س = ٠ أ، س = ٧

عند س = ٠

∴ أب = $٤\sqrt{٢}$ وحدة طول ، ب ج = $٣\sqrt{٢}$ وحدة طول

∴ مساحة المثلث أ ب ج

= $\frac{١}{٢}$ × أب × ب ج = $\frac{١}{٢} \times ٤\sqrt{٢} \times ٣\sqrt{٢}$

= ١٢ وحدة مربعة

عند س = ٧

∴ أب = ٥ وحدة طول ، ب ج = ٥ وحدة طول

∴ مساحة المثلث أ ب ج

= $\frac{١}{٢}$ × أب × ب ج = $\frac{١}{٢} \times ٥ \times ٥$

= ١٢,٥ وحدة مربعة

إجابات تمارين ٤

١

(١) نقطة منتصف $\overline{\text{أب}}$ = $\left(\frac{٣ + ٧}{٢} ، \frac{٥ + ١}{٢}\right) = (٥ ، ٣)$

(٢) نقطة منتصف $\overline{\text{أب}}$ = $\left(\frac{٥ - ١}{٢} ، \frac{-٣ + ٣}{٢}\right) = (٢ ، ٠)$

(٣) نقطة منتصف $\overline{\text{أب}}$ = $\left(\frac{-٥ + ٥}{٢} ، \frac{٤ - ٤}{٢}\right) = (٠ ، ٠)$

(٤) نقطة منتصف $\overline{\text{أب}}$ = $\left(\frac{٠ + ٨}{٢} ، \frac{٤ + ٠}{٢}\right) = (٤ ، ٢)$

(٥) نقطة منتصف $\overline{\text{أب}}$ = $\left(\frac{٢ + ٦}{٢} ، \frac{٤ + ٠}{٢}\right) = (٤ ، ٢)$

(٦) نقطة منتصف $\overline{\text{أب}}$ = $\left(\frac{٧ - ١}{٢} ، \frac{-٦ + ٠}{٢}\right) = (٣ ، -٣)$

٢

∵ $(\text{س} ، ٠) = \left(\frac{١ + ٢}{٢} ، \frac{-٥ + ٥}{٢}\right) = \left(\frac{٣}{٢} ، ٠\right)$

∴ س = $\frac{٣}{٢}$

٣

∵ $(٥ ، ٣) = \left(\frac{١٥ - ٥}{٢} ، \frac{\text{ص} - ٢}{٢}\right)$

∴ $\frac{\text{ص} - ٢}{٢} = ٣$ ∴ ص − ٢ = ٦ ∴ ص = ٨

٤

نفرض أن : ب (س ، ص)

∴ $(٦ ، -٤) = \left(\frac{٥ + \text{س}}{٢} ، \frac{-٣ + \text{ص}}{٢}\right)$

∴ $\frac{٥ + \text{س}}{٢} = ٦$ ∴ ٥ + س = ١٢ ∴ س = ٧

، $\frac{-٣ + \text{ص}}{٢} = -٤$ ∴ −٣ + ص = −٨

∴ ص = −٥ ∴ ب (٧ ، −٥)

٥

[١] ∵ (س ، ص) = $\left(\frac{١ + ٣}{٢} ، \frac{٥ + ٧}{٢}\right)$

∴ س = $\frac{١ + ٣}{٢}$ ∴ س = ٢

، ص = $\frac{٥ + ٧}{٢}$ ∴ ص = ٦

[٢] ∵ (س ، −٣) = $\left(\frac{-٣ + ٩}{٢} ، \frac{ص + ١١}{٢}\right)$

∴ س = $\frac{-٣ + ٩}{٢}$ ∴ س = ٣

، $\frac{ص + ١١}{٢}$ = −٣ ∴ ص + ١١ = −٦

∴ ص = −١٧

[٣] ∵ (−٣ ، ص) = $\left(\frac{س + ٩}{٢} ، \frac{-٦ - ١١}{٢}\right)$

∴ $\frac{س + ٩}{٢}$ = −٣ ∴ س + ٩ = −٦

∴ س = −١٥

، ص = $\frac{-٦ - ١١}{٢}$ ∴ ص = −٨,٥

[٤] ∵ (٤ ، ٦) = $\left(\frac{س + ٦}{٢} ، \frac{٣ + ص}{٢}\right)$

∴ $\frac{س + ٦}{٢}$ = ٤ ∴ س + ٦ = ٨

∴ س = ٢

، $\frac{٣ + ص}{٢}$ = ٦ ∴ ٣ + ص = ١٢

∴ ص = ٩

٦

[١] (د) [٢] (د) [٣] (أ) [٤] (جـ)

[٥] (جـ) [٦] (ب) [٧] (أ) [٨] (جـ)

[٩] (أ)

٧

∵ أب = ب‌حـ ∴ نقطة ب هى منتصف $\overline{\text{أحـ}}$

∴ ب = $\left(\frac{١ + ٥}{٢} ، \frac{٣ + ١}{٢}\right)$ = (٣ ، ٢)

، ∵ ب‌حـ = حـ ء ∴ نقطة حـ هى منتصف $\overline{\text{بء}}$

نفرض أن : ء (س ، ص)

∴ (٥ ، ١) = $\left(\frac{٣ + س}{٢} ، \frac{٢ + ص}{٢}\right)$

∴ $\frac{٣ + س}{٢}$ = ٥ ∴ ٣ + س = ١٠ ∴ س = ٧

، $\frac{٢ + ص}{٢}$ = ١ ∴ ٢ + ص = ٢ ∴ ص = ٠

∴ ء (٧ ، ٠)

٨

نفرض أن النقطة ء منتصف $\overline{\text{أب}}$

∴ ء = $\left(\frac{١ + ٩}{٢} ، \frac{-٦ + ٢}{٢}\right)$ = (٥ ، −٢)

نفرض أن النقطة هـ منتصف $\overline{\text{أء}}$

∴ هـ = $\left(\frac{١ + ٥}{٢} ، \frac{-٦ - ٢}{٢}\right)$ = (٣ ، −٤)

نفرض أن النقطة س منتصف $\overline{\text{بء}}$

∴ س = $\left(\frac{٩ + ٥}{٢} ، \frac{٢ - ٢}{٢}\right)$ = (٧ ، ٠)

٩

∵ (٠ ، ٠) = $\left(\frac{س - ٢ - ٢}{٢} ، \frac{ص + ٢}{٢}\right)$

∴ $\frac{س - ٤}{٢}$ = ٠ ∴ س − ٤ = ٠

∴ س = ٤ ، $\frac{ص + ٢}{٢}$ = ٠

∴ ص + ٢ = ٠ ∴ ص = −٢

∴ (س ، ص) = (٤ ، −٢)

١٠

∵ (٢أ − ٣ ، أ − ب) = $\left(\frac{٧ + ٣}{٢} ، \frac{-١ + ٧}{٢}\right)$

= (٥ ، ٣)

∴ ٢أ − ٣ = ٥ ∴ ٢أ = ٨ ∴ أ = ٤

، أ − ب = ٣ ∴ ٤ − ب = ٣ ∴ ب = ١

١١

بفرض أن : أ (س ، ص)

$\therefore$ (٥ ، ٧) = $\left(\frac{س + ٨}{٢} ، \frac{ص + ١١}{٢}\right)$

$\therefore$ $\frac{س + ٨}{٢} = ٥$ $\therefore$ س + ٨ = ١٠

$\therefore$ س = ٢ ، $\frac{ص + ١١}{٢} = ٧$

$\therefore$ ص + ١١ = ١٤ $\therefore$ ص = ٣ $\therefore$ أ (٢ ، ٣)

$\therefore$ نق = م أ = $\sqrt{(٥ - ٢)^٢ + (٧ - ٣)^٢}$

= $\sqrt{٩ + ١٦}$ = ٥ وحدة طول

$\therefore$ محيط الدائرة = ٢ π نق = ٢ × ٣,١٤ × ٥

= ٣١,٤ وحدة طول

١٢

$\because$ ء منتصف $\overline{أب}$

$\therefore$ ء = $\left(\frac{١ + ٥}{٢} ، \frac{٣ + ١}{٢}\right)$ = (٣ ، ٢)

، $\because$ هـ منتصف $\overline{أحـ}$

$\therefore$ هـ = $\left(\frac{١ + ٣}{٢} ، \frac{٣ + ٧}{٢}\right)$ = (٢ ، ٥)

$\therefore$ ء هـ = $\sqrt{(٣ - ٢)^٢ + (٢ - ٥)^٢}$

= $\sqrt{١٠}$ وحدة طول (١)

، $\because$ ب حـ = $\sqrt{(٥ - ٣)^٢ + (١ - ٧)^٢}$

= $\sqrt{٤٠}$ = ٢ $\sqrt{١٠}$ وحدة طول (٢)

من (١) ، (٢) : $\therefore$ ء هـ = $\frac{١}{٢}$ ب حـ

١٣

نفرض أن : أ (س ، ٠) ، ب (٠ ، ص)

$\therefore$ (٣ ، ٤) = $\left(\frac{س + ٠}{٢} ، \frac{ص + ٠}{٢}\right)$

$\therefore$ $\frac{س}{٢} = ٣$ $\therefore$ س = ٦

$\therefore$ أ (٦ ، ٠) $\therefore$ و أ = ٦ وحدة طول

، $\frac{ص}{٢} = ٤$ $\therefore$ ص = ٨

$\therefore$ ب (٠ ، ٨) $\therefore$ و ب = ٨ وحدة طول

، أ ب = $\sqrt{(٦ - ٠)^٢ + (٠ - ٨)^٢}$ = $\sqrt{٣٦ + ٦٤}$

= $\sqrt{١٠٠}$ = ١٠ وحدة طول

$\therefore$ محيط Δ و أ ب = ٦ + ٨ + ١٠ = ٢٤ وحدة طول

١٤

نفرض أن : ء ($س_١$ ، ٠) ، ب (٠ ، $ص_١$)

$\because$ ء منتصف $\overline{أب}$

$\therefore$ ($س_١$ ، ٠) = $\left(\frac{٢ + ٠}{٢} ، \frac{٤ + ص_١}{٢}\right)$

$\therefore$ $س_١$ = $\frac{٢}{٢}$ = ١ ، $\frac{٤ + ص_١}{٢}$ = ٠

$\therefore$ ٤ + $ص_١$ = ٠ $\therefore$ $ص_١$ = −٤

$\therefore$ ب (٠ ، −٤)

نفرض أن : هـ (٠ ، $ص_٢$) ، حـ ($س_٢$ ، ٠)

، $\because$ هـ منتصف $\overline{أحـ}$

$\therefore$ (٠ ، $ص_٢$) = $\left(\frac{٢ + س_٢}{٢} ، \frac{٤ + ٠}{٢}\right)$

$\therefore$ $\frac{٢ + س_٢}{٢}$ = ٠ $\therefore$ ٢ + $س_٢$ = ٠

$\therefore$ $س_٢$ = −٢ ، $ص_٢$ = ٢

$\therefore$ حـ (−٢ ، ٠)

$\therefore$ ب حـ = $\sqrt{(-٢ - ٠)^٢ + (٠ + ٤)^٢}$ = $\sqrt{٤ + ١٦}$

= $\sqrt{٢٠}$ = ٢ $\sqrt{٥}$ وحدة طول

فى Δ أ ب حـ :

$\because$ ء منتصف $\overline{أب}$ ، هـ منتصف $\overline{أحـ}$

$\therefore$ ء هـ = $\frac{١}{٢}$ ب حـ = $\frac{١}{٢}$ × ٢ $\sqrt{٥}$ = $\sqrt{٥}$ وحدة طول.

١٥

$\because$ $\overline{أء}$ متوسط فى Δ أ ب حـ

$\therefore$ ء منتصف $\overline{ب حـ}$

$\therefore$ ء = $\left(\frac{٣ - ٣}{٢} ، \frac{٢ + ٦}{٢}\right)$ = (٠ ، ٤)

، $\because$ م منتصف $\overline{أء}$ وبفرض أن أ (س ، ص)

$\therefore$ $(\cdot , ٦) = \left(\frac{س + \cdot}{٢} ، \frac{ص + ٤}{٢} \right)$

$\therefore$ $\frac{س}{٢} = \cdot$ $\therefore$ س $= \cdot$

، $\frac{ص + ٤}{٢} = ٦$ $\therefore$ ص + ٤ = ١٢

$\therefore$ ص = ٨ $\therefore$ أ $= (\cdot ، ٨)$

١٦

$\because$ نقطة منتصف $\overline{أحـ} = \left(\frac{-١ + ٦}{٢} ، \frac{-١ + \cdot}{٢} \right)$

$= \left(\frac{٥}{٢} ، \frac{-١}{٢} \right)$

، نقطة منتصف $\overline{بء} = \left(\frac{٢ + ٣}{٢} ، \frac{٣ - ٤}{٢} \right)$

$= \left(\frac{٥}{٢} ، \frac{-١}{٢} \right)$

$\therefore$ نقطة منتصف $\overline{أحـ}$ هى نفسها نقطة منتصف $\overline{بء}$

$\therefore$ $\overline{أحـ}$ ، $\overline{بء}$ ينصف كل منهما الآخر

١٧

$\because$ نقطة منتصف $\overline{أحـ} = \left(\frac{٣ + \cdot}{٢} ، \frac{-٢ - ٧}{٢} \right)$

$= \left(\frac{٣}{٢} ، \frac{-٩}{٢} \right)$

، نقطة منتصف $\overline{بء} = \left(\frac{-٥ + ٨}{٢} ، \frac{\cdot - ٩}{٢} \right)$

$= \left(\frac{٣}{٢} ، \frac{-٩}{٢} \right)$

$\therefore$ نقطة منتصف $\overline{أحـ}$ هى نفسها نقطة منتصف $\overline{بء}$

$\therefore$ القطران ينصف كل منهما الآخر.

$\therefore$ النقط أ ، ب ، حـ ، ء هى رؤوس متوازى أضلاع.

١٨

[١] نفرض أن النقطة هـ هى نقطة تقاطع القطرين

$\therefore$ هـ $= \left(\frac{٣ - ١}{٢} ، \frac{٢ - ٢}{٢} \right) = (١ ، \cdot)$

[٢] أحـ $= \sqrt{(-١ - ٣)^٢ + (-٢ - ٢)^٢}$

$= \sqrt{١٦ + ١٦} = ٤\sqrt{٢}$ وحدة طول

، بء $= \sqrt{(-٢ - ٤)^٢ + (٣ + ٣)^٢}$

$= \sqrt{٣٦ + ٣٦} = ٦\sqrt{٢}$ وحدة طول

$\therefore$ مساحة المعين أبحـء

$= \frac{١}{٢} \times ٤\sqrt{٢} \times ٦\sqrt{٢} = ٢٤$ وحدة مربعة

١٩

$\because$ نقطة منتصف $\overline{أحـ} = \left(\frac{٣ + \cdot}{٢} ، \frac{٢ - ٣}{٢} \right)$

$= \left(١\frac{١}{٢} ، -\frac{١}{٢} \right)$

$\therefore$ نقطة تقاطع القطرين هى $\left(١\frac{١}{٢} ، -\frac{١}{٢} \right)$

(المطلوب أولاً)

وبفرض أن : ء (س ، ص)

$\because$ نقطة منتصف $\overline{أحـ}$ = نقطة منتصف $\overline{بء}$

$\therefore$ $\left(١\frac{١}{٢} ، -\frac{١}{٢} \right) = \left(\frac{س + ٤}{٢} ، \frac{ص - ٥}{٢} \right)$

$\therefore$ $\frac{س + ٤}{٢} = ١\frac{١}{٢}$ $\therefore$ س + ٤ = ٣ $\therefore$ س = -١

، $\frac{ص - ٥}{٢} = -\frac{١}{٢}$ $\therefore$ ص - ٥ = -١ $\therefore$ ص = ٤

$\therefore$ ء (-١ ، ٤) (المطلوب ثانيًا)

٢٠

أب $= \sqrt{(٢ - ٦)^٢ + (-٤ - \cdot)^٢}$

$= \sqrt{١٦ + ١٦} = ٤\sqrt{٢}$ وحدة طول

، بحـ $= \sqrt{(-٤ - ٢)^٢ + (٢ + ٤)^٢}$

$= \sqrt{٣٦ + ٣٦} = ٦\sqrt{٢}$ وحدة طول

، حـأ $= \sqrt{(٦ + ٤)^٢ + (\cdot - ٢)^٢}$

$= \sqrt{١٠٠ + ٤} = ٢\sqrt{٢٦}$ وحدة طول

$\because$ $(أب)^٢ + (بحـ)^٢ = (٤\sqrt{٢})^٢ + (٦\sqrt{٢})^٢$

$= ٣٢ + ٧٢ = ١٠٤ = (حـأ)^٢$

$\therefore$ Δ أبحـ قائم الزاوية فى ب (المطلوب أولاً)

نفرض أن النقطة هـ هى منتصف $\overline{أحـ}$

$\therefore$ هـ $= \left(\frac{٦ - ٤}{٢} ، \frac{\cdot + ٢}{٢} \right) = (١ ، ١)$

$\because$ فى المستطيل القطران ينصف كل منهما الآخر

∴ هـ منتصف $\overline{ب ء}$

وبفرض أن : ء (س ، ص)

∴ (١ ، ١) = $\left(\frac{س + ٢}{٢} ، \frac{ص - ٤}{٢} \right)$

∴ $\frac{س + ٢}{٢} = ١$ ∴ س + ٢ = ٢ ∴ س = ٠

، $\frac{ص - ٤}{٢} = ١$ ∴ ص − ٤ = ٢ ∴ ص = ٦

∴ النقطة ء = (٠ ، ٦) (المطلوب ثانيًا)

٢١

أب = $\sqrt{(٣ - ٥)^{٢} + (-٢ - ٣)^{٢}}$

= $\sqrt{٤ + ٢٥} = \sqrt{٢٩}$ وحدة طول

، ب حـ = $\sqrt{(-٢ - ٣)^{٢} + (-٤ + ٢)^{٢}}$

= $\sqrt{٢٥ + ٤} = \sqrt{٢٩}$ وحدة طول

، حـ أ = $\sqrt{(٥ + ٢)^{٢} + (٣ + ٤)^{٢}}$

= $\sqrt{٤٩ + ٤٩} = \sqrt{٩٨}$ وحدة طول

∵ $(أب)^{٢} + (ب حـ)^{٢}$ = ٢٩ + ٢٩ = ٥٨

، $(أحـ)^{٢}$ = ٩٨ ∴ $(أب)^{٢} + (ب حـ)^{٢} < (أحـ)^{٢}$

∴ Δ أب حـ منفرج الزاوية فى ب (المطلوب أولًا)

نفرض أن النقطة هـ هى منتصف $\overline{أحـ}$

∴ هـ = $\left(\frac{٥ - ٢}{٢} ، \frac{٣ - ٤}{٢} \right)$ = (١,٥ ، −٠,٥)

∵ فى المعين القطران ينصف كل منهما الآخر

∴ هـ منتصف $\overline{ب ء}$

وبفرض أن : ء (س ، ص)

∴ (١,٥ ، −٠,٥) = $\left(\frac{س + ٣}{٢} ، \frac{ص - ٢}{٢} \right)$

∴ $\frac{س + ٣}{٢} = ١,٥$ ∴ س + ٣ = ٣ ∴ س = ٠

، $\frac{ص - ٢}{٢} = -٠,٥$ ∴ ص − ٢ = −١ ∴ ص = ١

∴ ء (٠ ، ١)

، ∵ أحـ = $\sqrt{٩٨} = ٧\sqrt{٢}$

، ب ء = $\sqrt{(٣ - ٠)^{٢} + (-٢ - ١)^{٢}} = \sqrt{٩ + ٩} = ٣\sqrt{٢}$

∴ مساحة المعين أب حـ ء

= $\frac{١}{٢} \times ٧\sqrt{٢} \times ٣\sqrt{٢}$ = ٢١ وحدة مربعة

(المطلوب ثانيًا)

٢٢

∵ أب = $\sqrt{(٣ + ٣)^{٢} + (٤ - ٠)^{٢}}$

= $\sqrt{٣٦ + ١٦} = ٢\sqrt{١٣}$ وحدة طول

، ب حـ = $\sqrt{(٣ - ١)^{٢} + (-٦ - ٤)^{٢}}$

= $\sqrt{٤ + ١٠٠} = ٢\sqrt{٢٦}$ وحدة طول

، حـ أ = $\sqrt{(-٣ - ١)^{٢} + (٠ + ٦)^{٢}}$

= $\sqrt{١٦ + ٣٦} = ٢\sqrt{١٣}$ وحدة طول

∴ أب = أحـ

∴ Δ أب حـ متساوى الساقين ورأسه النقطة أ

(المطلوب أولاً)

بفرض أن النقطة ء منتصف $\overline{ب حـ}$ قاعدة المثلث

∴ ء = $\left(\frac{٣ + ١}{٢} ، \frac{٤ - ٦}{٢} \right)$ = (٢ ، −١)

∴ أء = $\sqrt{(٢ + ٣)^{٢} + (-١ - ٠)^{٢}}$

= $\sqrt{٢٥ + ١} = \sqrt{٢٦}$ وحدة طول

∴ طول القطعة المستقيمة المرسومة من أ عمودية على

$\overline{ب حـ}$ = $\sqrt{٢٦}$ وحدة طول (المطلوب ثانيًا)

٢٣

∵ أب = $\sqrt{(٣ - ١)^{٢} + (١ - ١)^{٢}} = \sqrt{٤ + ٠}$

= ٢ وحدة طول

، ب حـ = $\sqrt{(١ - ٣)^{٢} + (٣ - ١)^{٢}} = \sqrt{٤ + ٤}$

= $\sqrt{٨} = ٢\sqrt{٢}$ وحدة طول

، حـ أ = $\sqrt{(١ - ١)^{٢} + (١ - ٣)^{٢}} = \sqrt{٠ + ٤}$

= ٢ وحدة طول

∴ أب = حـ أ

∴ Δ أب حـ متساوى الساقين ورأسه نقطة أ

(المطلوب أولاً)

نفرض أن النقطة هـ منتصف $\overline{بحـ}$

∴ هـ = $\left(\frac{٣+١}{٢} ، \frac{١+٣}{٢}\right)$ = (٢ ، ٢)

∴ ا هـ = $\sqrt{(٢-١)^{٢} + (٢-١)^{٢}} = \sqrt{١+١}$

= $\sqrt{٢}$ وحدة طول

، ∵ Δ ا ب حـ متساوى الساقين ، هـ منتصف $\overline{بحـ}$

∴ $\overline{اهـ} \perp \overline{بحـ}$

∴ مساحة Δ ا ب حـ = $\frac{١}{٢}$ ب حـ × ا هـ

= $\frac{١}{٢}$ × ٢$\sqrt{٢}$ × $\sqrt{٢}$

= ٢ وحدة مربعة. (المطلوب ثانيًا)

٢٤

∵ فى متوازى الأضلاع القطران ينصف كل منهما الآخر

∴ نفرض أن النقطة م هى نقطة تقاطع القطرين

∴ م = $\left(\frac{٣-٤}{٢} ، \frac{٤-٣}{٢}\right)$ = (−٠,٥ ، ٠,٥)

ويفرض أن : ء ($س_١$ ، $ص_١$)

∴ (−٠,٥ ، ٠,٥) = $\left(\frac{س_١+٢}{٢} ، \frac{ص_١-١}{٢}\right)$

∴ $\frac{س_١+٢}{٢} = -٠,٥$ ∴ $س_١ + ٢ = -١$

∴ $س_١ = -٣$ ، $\frac{ص_١-١}{٢} = ٠,٥$

∴ $ص_١ - ١ = ١$ ∴ $ص_١ = ٢$

∴ ء = (−٣ ، ٢) ∴ ا هـ = ٢ ا ء

∴ ء منتصف $\overline{اهـ}$

ويفرض أن : هـ ($س_٢$ ، $ص_٢$)

∴ (−٣ ، ٢) = $\left(\frac{س_٢+٣}{٢} ، \frac{ص_٢+٤}{٢}\right)$

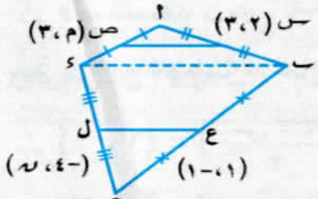
∴ $\frac{س_٢+٣}{٢} = -٣$ ∴ $س_٢ + ٣ = -٦$

∴ $س_٢ = -٩$ ، $\frac{ص_٢+٤}{٢} = ٢$

∴ $ص_٢ + ٤ = ٤$ ∴ $ص_٢ = ٠$

∴ هـ = (−٩ ، ٠)

٢٥



فى Δ ا ب ء :

∵ س ، ص منتصفا $\overline{اب}$ ، $\overline{اء}$

∴ $\overline{سص} // \overline{بء}$ ، س ص = $\frac{١}{٢}$ ب ء (١)

، بالمثل فى Δ حـ ب ء :

$\overline{عل} // \overline{بء}$ ، ع ل = $\frac{١}{٢}$ ب ء (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $\overline{سص} // \overline{عل}$ ، س ص = ع ل

∴ الشكل س ص ل ع متوازى أضلاع

∴ نقطة منتصف $\overline{سل}$ هى نفسها منتصف $\overline{عص}$

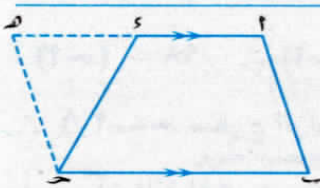
∴ $\left(\frac{٢-٤}{٢} ، \frac{٣+ن}{٢}\right) = \left(\frac{م+١}{٢} ، \frac{٣-١}{٢}\right)$

∴ $\frac{٢-٤}{٢} = \frac{م+١}{٢}$ ومنها م = −٣

، $\frac{٣+ن}{٢} = \frac{٣-١}{٢}$ ومنها ن = −١

∴ م + ن = −٣ + (−١) = −٤

٢٦



نفرض أن النقطة

هـ (س ، ص) ∈ $\overleftrightarrow{اء}$

بحيث ا ب حـ هـ متوازى أضلاع.

∴ نقطة منتصف $\overline{احـ}$ = نقطة منتصف $\overline{بهـ}$

∴ $\left(\frac{٦}{٢} ، \frac{٤-٤}{٢}\right) = \left(\frac{٤+س}{٢} ، \frac{-٢+ص}{٢}\right)$

∴ $\frac{٤+س}{٢} = ٢$ ∴ س = ٠

، $\frac{-٢+ص}{٢} = ٠$ ∴ ص = ٢

∴ هـ (٠ ، ٢)

، ∵ ا هـ = ب حـ (خواص متوازى الأضلاع)

، ب حـ = ٢ ا ء ∴ ا هـ = ٢ ا ء

∴ ء منتصف $\overline{اهـ}$

∴ ء = $\left(\frac{٦+٠}{٢} ، \frac{٤+٢}{٢}\right)$ = (٣ ، ٣)

إجابات تمارين ٥

١

١ (ب)	٢ (أ)	٣ (ب)	٤ (د)
٥ (أ)	٦ (ب)	٧ (جـ)	٨ (ب)
٩ (جـ)	١٠ (أ)	١١ (ب)	١٢ (د)
١٣ (جـ)	١٤ (د)	١٥ (أ)	١٦ (جـ)
١٧ (جـ)	١٨ (ب)	١٩ (أ)	٢٠ (جـ)
٢١ (ب)	٢٢ (أ)	٢٣ (د)	٢٤ (د)

٢

١ $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ ٢ $-\frac{١}{\sqrt{٣}}$ ٣ $-\sqrt{٣}$

٣

١ صفر   ٢ $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ ٣ ١

٤ ١,٠٥٣٩٩   ٥ $\sqrt{٣}$ ٦ غير معرف

٧ ١٧,٣٤٣٢   ٨ -١

٤

١ ٥٧ً ٤١َ ١٦°   ٢ ٩ً ٦َ ٢٠°

٣ ٤٦ً ٤١َ ٤٥°   ٤ ٤٥ً ٣٩َ ٣٨°

٥

∵ $م_1 = \frac{٦ - ٢}{٥ - ٤} = ٤$ ، $م_2 = \frac{١ - ٥}{-١ - ٠} = ٤$

∴ $م_1 = م_2$ ∴ المستقيمان متوازيان.

٦

∵ ميل $\overleftrightarrow{أحـ} = \frac{-٢ - ٤}{-٣ + ٣} = \frac{-٦}{\text{صفر}}$

∴ $\overleftrightarrow{أحـ}$ يوازى محور الصادات

، ميل $\overleftrightarrow{بء} = \frac{٢ - ٢}{-٣ - ١} =$ صفر

∴ $\overleftrightarrow{بء}$ يوازى محور السينات

∴ $\overleftrightarrow{أحـ} \perp \overleftrightarrow{بء}$

٧

∵ $م_1 = \frac{٣ + ١}{٦ - ٢} = ١$ ، $م_2 = \text{ظا } ٤٥° = ١$

∴ $م_1 = م_2$ ∴ المستقيمان متوازيان.

٨

∵ $م_1 = \frac{٢\sqrt{٣} - ٣\sqrt{٣}}{٥ - ٤} = -\sqrt{٣}$ ، $م_2 = \text{ظا } ٣٠° = \frac{١}{\sqrt{٣}}$

∴ $م_1 \, م_2 = -١$ ∴ المستقيمان متعامدان.

٩

∵ ميل $\overleftrightarrow{أء} = \frac{١ - ٥}{٢ - ١} = -٤$

، ميل $\overleftrightarrow{بحـ} = \frac{٧ - ٣}{٤ - (س - ١)} = \frac{٤}{٥ - س}$

، ∵ ميل $\overleftrightarrow{أء} =$ ميل $\overleftrightarrow{بحـ}$ ∴ $-٤ = \frac{٤}{٥ - س}$

∴ $٥ - س = -١$ ∴ $س = ٦$

١٠

∵ Δ س ص ع قائم الزاوية فى ص

∴ $\overline{ص س} \perp \overline{ص ع}$ ، ميل $\overleftrightarrow{ص س} = \frac{٥ - ٢}{٣ - ٤} = -٣$

∴ ميل $\overleftrightarrow{ص ع} = \frac{١}{٣}$

، ∵ ميل $\overleftrightarrow{ص ع} = \frac{أ - ٢}{-٥ - ٤} = \frac{أ - ٢}{-٩} = \frac{١}{٣}$

∴ $أ - ٢ = -٣$ ∴ $أ = -١$

١١

∵ $م = \frac{٧ - ٥}{س - ٣}$ ، ∵ م غير معرف

∴ $س - ٣ =$ صفر   ∴ $س = ٣$

١٢

∵ $م = \frac{ص - ٢}{-٥ - ٤}$ ، ∵ م = صفر

∴ $ص - ٢ =$ صفر   ∴ $ص = ٢$

١٣

١ ∵ $م_1 = \frac{ك - ١}{٢ - ٣} = \frac{ك - ١}{-١}$ ، $م_2 = \text{ظا } ٤٥° = ١$

، ∵ $ل_1 \,//\, ل_2$ ∴ $م_1 = م_2$

$\therefore \frac{ك - ١}{-١} = ١$ $\therefore ك - ١ = -١$

$\therefore ك =$ صفر

[٢] $\because م_١ = \frac{ك - ١}{-١}$ ، $م_٢ = ١$

، $\because ل_١ \perp ل_٢$ $\therefore م_١ م_٢ = -١$

$\therefore \frac{ك - ١}{-١} \times ١ = -١$ $\therefore ك - ١ = ١$

$\therefore ك = ٢$

١٤

نفرض أن قياس الزاوية الموجبة = هـ

$\because م = \frac{-٥ - ٣}{٢ - ٤} = ٤$ $\therefore$ طا هـ $= ٤$

$\therefore$ هـ $\approx ٧٥° \, ٥٧' \, ٥٠''$

١٥

نفرض أن قياس الزاوية الموجبة = هـ

$\because م = \frac{-٢ - ٠}{٢ - ٠} = -١$ $\therefore$ طا (مكملة هـ) $= ١$

$\therefore$ مكملة هـ $= ٤٥°$ $\therefore$ هـ $= ١٨٠° - ٤٥° = ١٣٥°$

١٦

نفرض أن قياس الزاوية الموجبة التى يصنعها المستقيم ل مع الاتجاه الموجب لمحور السينات = هـ

، $\because$ ميل المستقيم المعطى $= \frac{-١ - ٥}{٤ + ٢} = -١$

، $\because$ المستقيمان متعامدان

$\therefore$ ميل المستقيم المطلوب $= ١$

$\therefore$ طا هـ $= ١$ $\therefore$ هـ $= ٤٥°$

١٧

$\because$ ميل $\overleftrightarrow{أب} = \frac{٢ - ١}{٤ - ١} = \frac{١}{٣}$

، ميل $\overleftrightarrow{ب جـ} = \frac{٣ - ٢}{٧ - ٤} = \frac{١}{٣}$

، $\because$ ميل $\overleftrightarrow{أب} =$ ميل $\overleftrightarrow{ب جـ}$ $\therefore \overleftrightarrow{أب} \parallel \overleftrightarrow{ب جـ}$

، $\because$ ب نقطة مشتركة بين المستقيمين $\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{ب جـ}$

$\therefore$ أ ، ب ، جـ تقع على استقامة واحدة.

١٨

نفرض أن س (٠ ، ١) ، ص (أ ، ٣) ، ع (٢ ، ٥)

، $\because$ الثلاث نقط تقع على استقامة واحدة.

$\therefore$ ميل $\overleftrightarrow{س ص} =$ ميل $\overleftrightarrow{س ع}$

$\therefore \frac{٣ - ١}{أ - ٠} = \frac{٥ - ١}{٢ - ٠}$

$\therefore \frac{٢}{أ} = ٢$ $\therefore أ = ١$

١٩

$\because$ ميل $\overleftrightarrow{أب} = \frac{٥ - ٧}{-١ - ١} = ١$

، ميل $\overleftrightarrow{ب جـ} = \frac{٢ - ٥}{٤ + ١} = \frac{-٣}{٥}$

، $\because$ ميل $\overleftrightarrow{أب} \neq$ ميل $\overleftrightarrow{ب جـ}$ $\therefore جـ \notin \overleftrightarrow{أب}$

٢٠

$\because$ ميل $\overleftrightarrow{أب} = م_١ = \frac{٣ + ١}{٢ + ١} = \frac{٤}{٣}$

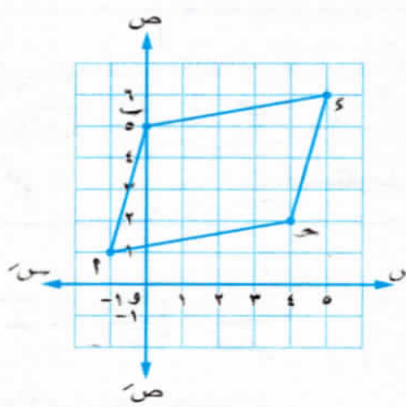
، ميل $\overleftrightarrow{ب جـ} = م_٢ = \frac{٠ - ٣}{٦ - ٢} = \frac{-٣}{٤}$

، $\because م_١ \times م_٢ = \frac{٤}{٣} \times (-\frac{٣}{٤}) = -١$

$\therefore \overleftrightarrow{أب} \perp \overleftrightarrow{ب جـ}$

$\therefore$ المثلث أ ب جـ قائم الزاوية فى ب

٢١



$\because$ ميل $\overleftrightarrow{أب} = \frac{٥ - ١}{٠ + ١} = ٤$

، ميل $\overleftrightarrow{جـ د} = \frac{٦ - ٢}{٥ - ٤} = ٤$

$\therefore$ ميل $\overleftrightarrow{أب} =$ ميل $\overleftrightarrow{جـ د}$ $\therefore \overleftrightarrow{أب} \parallel \overleftrightarrow{جـ د}$ (١)

، ∵ ميل أحـ = $\frac{٢ - ١}{٤ + ١}$ = $\frac{١}{٥}$

، ميل بء = $\frac{٦ - ٥}{٥ - ٠}$ = $\frac{١}{٥}$ ∴ ميل أحـ = ميل بء

∴ أحـ // بء (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ الشكل أ ب ء حـ متوازى أضلاع.

٢٢

∵ ميل أب = $\frac{١ - ٣}{٥ + ١}$ = $-\frac{١}{٣}$

، ميل حـء = $\frac{٦ - ٤}{٠ - ٦}$ = $-\frac{١}{٣}$ ∴ أب // حـء (١)

، ∵ ميل أء = $\frac{٦ - ٣}{٠ + ١}$ = ٣

، ميل بحـ = $\frac{٤ - ١}{٦ - ٥}$ = ٣   ∴ أء // بحـ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن : أ ب حـ ء متوازى أضلاع

، ∵ ميل أب × ميل بحـ = $-\frac{١}{٣}$ × ٣ = -١

∴ أب ⊥ بحـ   ∴ أ ب حـ ء مستطيل

٢٣

∵ ميل أب = $\frac{٤ - ٣}{٦ - ١}$ = $\frac{١}{٥}$ ، ميل حـء = $\frac{٨ - ٩}{٢ - ٧}$ = $\frac{١}{٥}$

∴ أب // حـء (١)

، ∵ ميل أء = $\frac{٨ - ٣}{٢ - ١}$ = ٥ ، ميل بحـ = $\frac{٩ - ٤}{٧ - ٦}$ = ٥

∴ أء // بحـ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن : أ ب حـ ء متوازى أضلاع

، ∵ ميل أحـ = $\frac{٩ - ٣}{٧ - ١}$ = ١ ، ميل بء = $\frac{٨ - ٤}{٢ - ٦}$ = -١

∴ ميل أحـ × ميل بء = ١ × -١ = -١

∴ أحـ ⊥ بء   ∴ أ ب حـ ء معين.

٢٤

∵ ميل أب = $\frac{٣ + ١}{٢ + ١}$ = $\frac{٤}{٣}$

، ميل حـء = $\frac{-٤ - ٠}{٣ - ٦}$ = $\frac{٤}{٣}$

∴ أب // حـء (١)

، ∵ ميل أء = $\frac{-٤ + ١}{٣ + ١}$ = $\frac{-٣}{٤}$

، ميل بحـ = $\frac{٠ - ٣}{٦ - ٢}$ = $\frac{-٣}{٤}$

∴ أء // بحـ (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن : أ ب حـ ء متوازى أضلاع

، ∵ ميل أب × ميل بحـ = $\frac{٤}{٣}$ × $\frac{-٣}{٤}$ = -١

∴ أب ⊥ بحـ   ∴ أ ب حـ ء مستطيل

، ∵ ميل أحـ = $\frac{٠ + ١}{٦ + ١}$ = $\frac{١}{٧}$

، ميل بء = $\frac{-٤ - ٣}{٣ - ٢}$ = -٧

∴ ميل أحـ × ميل بء = $\frac{١}{٧}$ × -٧ = -١

∴ أحـ ⊥ بء

∴ أ ب حـ ء مربع.

٢٥

∵ ميل أب = $\frac{٢ + ٢}{٣ - ٩}$ = $\frac{٢}{-٣}$ ، ∵ أب // حـء

∴ ميل أب = ميل حـء   ∴ $\frac{-س + ٣}{س - ٤}$ = $\frac{٢}{-٣}$

∴ -٣ (-س + ٣) = ٢ (س - ٤)

∴ ٣ س - ٩ = ٢ س - ٨

∴ ٣ س - ٢ س = -٨ + ٩   ∴ س = ١

∴ حـ = (١ ، -١)

٢٦

∵ ميل أب = $\frac{٠ - ٣}{٧ - ٤}$ = -١

، ميل بحـ = $\frac{-٢ - ٠}{١ - ٧}$ = $\frac{١}{٣}$

∴ ميل أب ≠ ميل بحـ

∴ أ ، ب ، حـ ليست على استقامة واحدة

∴ أ ، ب ، حـ رءوس مثلث   (المطلوب أولًا)

∵ ميل حـء = $\frac{٢ + ٢}{١ - ١}$ = غير معرف

، ميل أء = (٣ − ٢)/(٤ − ١) = ١/٣

∴ ميل أب ≠ ميل حء ، ميل ب ح = ميل أء

∴ الشكل أب ح ء شبه منحرف (المطلوب ثانيًا)

أء = √((٤ − ١)² + (٣ − ٢)²) = √(٩ + ١)

= √١٠ وحدة طول

ب ح = √((٧ − ١)² + (٠ + ٢)²) = √(٣٦ + ٤)

= ٢√١٠ وحدة طول

∴ أء : ب ح = ١ : ٢ (المطلوب ثالثًا)

٢٧

نفرض أن قياس الزاوية الموجبة = هـ

∴ جا هـ = ٣/٥ ∴ هـ = ٣٦° ٥٢َ ١١,٦٣ً

∴ ظا هـ = ٣/٤ ∴ ميل المستقيم = ٣/٤

٢٨

∵ أب // حء ∴ ميل أب = ميل حء

∴ (٣ − ١)/(٣ − ١) = (ص + ٣ س)/(س − ٠)

∴ ص + ٣ س = س ∴ ص + ٢ س = ٠ (١)

، ∵ أب ⊥ ب ح

∴ ميل أب × ميل ب ح = −١

∴ (٣ − ١)/(٣ − ١) × (−٣ س − ٣)/(صفر − ٣) = −١ ∴ (−٣ س − ٣)/(−٣) = −١

∴ −٣ س − ٣ = ٣ ∴ −٣ س = ٦

∴ س = −٢ ، بالتعويض فى (١) :

∴ ص + ٢ × −٢ = ٠ ∴ ص = ٤

حل آخر:

∵ أب ح ء مستطيل

∴ القطران ينصف كلا منهما الآخر

∴ نقطة منتصف أح = نقطة منتصف ب ء

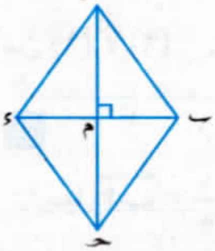
∴ ((١ + ٠)/٢ ، (١ − ٣ س)/٢) = ((٣ + س)/٢ ، (٣ + ص)/٢)

∴ (٣ + س)/٢ = ١/٢

∴ ٣ + س = ١ ∴ س = −٢

، (١ + ٦)/٢ = (٣ + ص)/٢ ∴ ٣ + ص = ٧ ∴ ص = ٤

٢٩



[١] ∵ فى المعين القطران ينصف كل منهما الآخر

∴ نفرض أن النقطة م هى نقطة تقاطع القطرين

∴ م = ((٣ − ١)/٢ ، (٢ − ٢)/٢) = (١ ، ٠)

، ∵ ميل م أ = (٢ − ٠)/(٣ − ١) = ٢/٢ = ١

، ميل م ب = (ك − ٠)/(٤ − ١) = ك/٣

، ∵ القطرين متعامدان فى المعين.

∴ أم ⊥ م ب ∴ ١ × ك/٣ = −١

∴ ك = −٣

[٢] وبفرض أن ء (س ، ص)

∴ (١ ، ٠) = ((٤ + س)/٢ ، (−٣ + ص)/٢)

∴ (٤ + س)/٢ = ١ ∴ ٤ + س = ٢

∴ س = −٢

، (−٣ + ص)/٢ = ٠ ∴ −٣ + ص = ٠

∴ ص = ٣ ∴ ء (−٢ ، ٣)

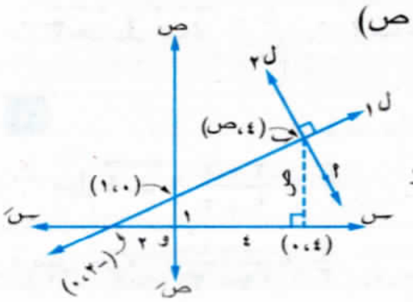
∴ ب ء = √((٤ + ٢)² + (−٣ − ٣)²) = √(٣٦ + ٣٦)

= ٦√٢ وحدة طول.

٣٠

∵ ميل المستقيم ل١ = (١ − ٠)/(٠ + ٢) = ١/٢

وبفرض أن ب (٤ ، ص)



∴ ميل المستقيم ل١ = (ص − ٠)/(٤ + ٢) = ص/٦

∴ ص/٦ = ١/٢

∴ ص = ٣   ∴ ب (٤ ، ٣)

، ∵ المستقيم $ل_١$ ⊥ المستقيم $ل_٢$ ، ميل المستقيم $ل_١ = \frac{١}{٢}$

∴ ميل المستقيم $ل_٢$ = −٢

، ∵ أ (٥ م ، م) ، ب (٤ ، ٣) تقعان على المستقيم $ل_٢$

∴ $\frac{م - ٣}{٥ م - ٤} = -٢$ ∴ −١٠ م + ٨ = م − ٣

∴ −١١ م = −١١   ∴ م = ١

إجابات تمارين ٦

١

[١] الميل = ٥ والمستقيم يقطع من الجزء السالب لمحور الصادات ٣ وحدات.

[٢] ∵ ٢ ص = ٤ − س (بقسمة المعادلة على ٢)

∴ ص = $-\frac{١}{٢}$ س + ٢

∴ الميل = $-\frac{١}{٢}$ والمستقيم يقطع من الجزء الموجب لمحور الصادات وحدتين.

[٣] ∵ ٢ س − ٣ ص − ٦ = ٠

∴ ٣ ص = ٢ س − ٦ (بقسمة المعادلة على ٣)

∴ ص = $\frac{٢}{٣}$ س − ٢

∴ الميل = $\frac{٢}{٣}$ والمستقيم يقطع من الجزء السالب لمحور الصادات وحدتين.

[٤] ∵ $\frac{ص - ٢}{س} = \frac{١}{٢}$ ∴ ص − ٢ = $\frac{١}{٢}$ س

∴ ص = $\frac{١}{٢}$ س + ٢

∴ الميل = $\frac{١}{٢}$ والمستقيم يقطع من الجزء الموجب لمحور الصادات وحدتين.

[٥] ∵ $\frac{س}{٢}$ + ٣ ص = ٦ (بضرب المعادلة فى ٢)

∴ س + ٦ ص = ١٢

∴ ٦ ص = − س + ١٢

∴ ص = $-\frac{١}{٦}$ س + ٢

∴ الميل = $-\frac{١}{٦}$ والمستقيم يقطع من الجزء الموجب لمحور الصادات وحدتين.

[٦] ∵ $\frac{س}{٢} + \frac{ص}{٣}$ = ١ (بضرب المعادلة فى ٦)

∴ ٣ س + ٢ ص = ٦

∴ ٢ ص = −٣ س + ٦ (بقسمة المعادلة على ٢)

∴ ص = $-\frac{٣}{٢}$ س + ٣

∴ الميل = $-\frac{٣}{٢}$ والمستقيم يقطع من الجزء الموجب لمحور الصادات ٣ وحدات.

٢

[١] ص = ٢ س + ٧

[٢] ص = − س + ٣

[٣] ص = $٢\frac{١}{٢}$ س − ١

[٤] ص = $-\frac{٣}{٤}$ س − $٢\frac{١}{٢}$

[٥] ص = −٢

٣

[١] ∵ الميل = ظا ٤٥° = ١

∴ ص = س + حـ

، ∵ المستقيم يمر بالنقطة (٣ ، ٢)

∴ ٢ = ٣ + حـ   ∴ حـ = −١

∴ المعادلة هى : ص = س − ١

[٢] ∵ ميل المستقيم المعطى = $\frac{٢}{٣}$

∴ ميل المستقيم المطلوب = $\frac{٢}{٣}$

ويقطع من الجزء السالب لمحور الصادات ٣ وحدات

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = $\frac{٢}{٣}$ س − ٣

[٣] ∵ ميل المستقيم المعطى = $\frac{٣}{٤}$

∴ ميل المستقيم المطلوب = $-\frac{٤}{٣}$

ويقطع من الجزء الموجب لمحور الصادات ٦ وحدات

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = $-\frac{٤}{٣}$ س + ٦

[٤] ∵ ميل المستقيم المعطى = $\frac{٧ - ١}{٢ + ٢} = \frac{٣}{٢}$

∴ ميل المستقيم المطلوب = $-\frac{٢}{٣}$ ويقطع من الجزء الموجب لمحور الصادات ٥ وحدات.

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى :

ص = − $\frac{٢}{٣}$ س + ٥

[٥] ∵ المستقيم يمر بالنقطتين (٤ ، ٠) ، (٠ ، ٩)

∴ ميل المستقيم = $\frac{٩ - ٠}{٠ - ٤}$ = − $\frac{٩}{٤}$

ويقطع من الجزء الموجب لمحور الصادات ٩ وحدات

∴ معادلة المستقيم هى : ص = − $\frac{٩}{٤}$ س + ٩

[٦] ∵ الميل = ٢ ∴ ص = ٢ س + حـ

، ∵ المستقيم يمر بالنقطة (٢ ، −١)

∴ −١ = ٢ × ٢ + حـ ∴ حـ = −٥

∴ ص = ٢ س − ٥

[٧] ∵ ميل المستقيم المعطى = $\frac{١}{٢}$

∴ ميل المستقيم المطلوب = −٢

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = −٢ س + حـ

، ∵ المستقيم يمر بالنقطة (−٢ ، ٣)

∴ ٣ = −٢ × −٢ + حـ ∴ حـ = −١

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = −٢ س − ١

[٨] ∵ ميل المستقيم المعطى = − $\frac{١}{٢}$

∴ ميل المستقيم المطلوب = − $\frac{١}{٢}$

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = − $\frac{١}{٢}$ س + حـ

، ∵ المستقيم يمر بالنقطة (٣ ، −٥)

∴ −٥ = − $\frac{١}{٢}$ × ٣ + حـ ∴ حـ = −٣ $\frac{١}{٢}$

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى :

ص = − $\frac{١}{٢}$ س − ٣ $\frac{١}{٢}$

[٩] ∵ ميل المستقيم المعطى = $\frac{١ - ٥}{-٢ - ١}$ = $\frac{٤}{٣}$

∴ ميل المستقيم المطلوب = $\frac{٤}{٣}$

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = $\frac{٤}{٣}$ س + حـ

، ∵ المستقيم يمر بالنقطة (٣ ، −١)

∴ −١ = $\frac{٤}{٣}$ × ٣ + حـ ∴ حـ = −٥

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = $\frac{٤}{٣}$ س − ٥

[١٠] ∵ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{-٤ + ٣}{٥ - ٢}$ = − $\frac{١}{٣}$

∴ ميل المستقيم المطلوب = ٣

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = ٣ س + حـ

، ∵ المستقيم يمر بالنقطة (١ ، ٢)

∴ ٢ = ٣ × ١ + حـ ∴ حـ = −١

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = ٣ س − ١

[١١] ∵ ميل المستقيم المعطى = ظا ٤٥° = ١

∴ ميل المستقيم المطلوب = −١

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = − س + حـ

، ∵ المستقيم يمر بالنقطة (٢ ، −٢)

∴ −٢ = −٢ + حـ ∴ حـ = صفر

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = − س

[١٢] ∵ ميل المستقيم = $\frac{١ + ١}{١ - ٢}$ = −٢

∴ معادلة المستقيم هى : ص = −٢ س + حـ

، ∵ المستقيم يمر بالنقطة (١ ، ١)

∴ ١ = −٢ × ١ + حـ ∴ حـ = ٣

∴ معادلة المستقيم هى : ص = −٢ س + ٣

[١٣] ∵ ميل المستقيم = $\frac{-١ - ٢}{-٢ - ٤}$ = $\frac{١}{٢}$

∴ معادلة المستقيم هى : ص = $\frac{١}{٢}$ س + حـ

، ∵ المستقيم يمر بالنقطة (٤ ، ٢)

∴ ٢ = $\frac{١}{٢}$ × ٤ + حـ ∴ حـ = صفر

∴ معادلة المستقيم هى : ص = $\frac{١}{٢}$ س

، ∵ طول الجزء المقطوع من محور الصادات = صفر

∴ المستقيم يمر بنقطة الأصل.

[١٤] ∵ $\frac{ص - ١}{س}$ = $\frac{١}{٢}$ ∴ ص − ١ = $\frac{١}{٢}$ س

∴ ص = $\frac{١}{٢}$ س + ١

∴ ميل المستقيم المعطى = $\frac{١}{٢}$

∴ ميل المستقيم المطلوب = $\frac{١}{٣}$

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = $\frac{١}{٣}$ س − ٣

١٥ ∵ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{٦ - ١}{٣ + ٢}$ = −١

∴ ميل المستقيم المطلوب = ١

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = س + حـ

، ∵ المستقيم المطلوب يمر بالنقطة أ = (−٣ ، ٦)

∴ ٦ = −٣ + حـ ∴ حـ = ٩

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = س + ٩

١٦ ∵ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{٥ - ٣}{٣ - ١}$ = ١

∴ ميل المستقيم المطلوب = −١

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = − س + حـ

، ∵ نقطة منتصف $\overline{أب}$

= ($\frac{١ + ٣}{٢}$ ، $\frac{٣ + ٥}{٢}$) = (٢ ، ٤)

، ∵ المستقيم المطلوب يمر بمنتصف $\overline{أب}$

∴ ٤ = −٢ + حـ ∴ حـ = ٦

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = − س + ٦

١٧ ∵ ٢ ص = ٤ س − ٥ ∴ ص = ٢ س − $\frac{٥}{٢}$

∴ م = ٢ ∴ ميل المستقيم المطلوب = ٢

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = ٢ س + حـ

، ∵ نقطة منتصف $\overline{أب}$ = ($\frac{٢ - ٤}{٢}$ ، $\frac{٨ + ٤}{٢}$)

= (١ ، ٦)

، المستقيم المطلوب يمر بمنتصف $\overline{أب}$

∴ ٦ = ٢ × ١ + حـ ∴ حـ = ٤

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = ٢ س + ٤

١٨ ∵ ميل المستقيم المعطى = ٢

∴ ميل المستقيم المطلوب = −$\frac{١}{٢}$

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = −$\frac{١}{٢}$ س + حـ

، ∵ نقطة منتصف $\overline{أب}$ = ($\frac{٣ - ١}{٢}$ ، $\frac{٦ + ٤}{٢}$)

= (١ ، ٥)

، المستقيم المطلوب يمر بمنتصف $\overline{أب}$

∴ ٥ = −$\frac{١}{٢}$ × ١ + حـ ∴ حـ = ٥$\frac{١}{٢}$

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى :

ص = −$\frac{١}{٢}$ س + ٥$\frac{١}{٢}$

١٩ ∵ المستقيم المطلوب يقطع من الجزء الموجب لمحور السينات ٤ وحدات

∴ المستقيم المطلوب يمر بالنقطة (٤ ، ٠)

∴ ميل المستقيم المطلوب = $\frac{٣ - ٠}{٢ - ٤}$ = $\frac{-٣}{٢}$

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى :

ص = $\frac{-٣}{٢}$ س + حـ

، ∵ المستقيم المطلوب يمر بالنقطة (٢ ، ٣)

∴ ٣ = $\frac{-٣}{٢}$ × ٢ + حـ ∴ حـ = ٦

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = $\frac{-٣}{٢}$ س + ٦

٤

١ (د)	٢ (د)	٣ (جـ)	٤ (جـ)
٥ (ب)	٦ (د)	٧ (د)	٨ (أ)
٩ (د)	١٠ (جـ)	١١ (د)	١٢ (أ)
١٣ (أ)	١٤ (أ)	١٥ (أ)	١٦ (جـ)
١٧ (د)	١٨ (أ)	١٩ (جـ)	٢٠ (جـ)
٢١ (د)	٢٢ (ب)	٢٣ (أ)	٢٤ (ب)
٢٥ (جـ)	٢٦ (جـ)		

٥

∵ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{٢ - ١}{١ - ٣}$ = $\frac{-١}{٢}$

، ميل المستقيم الآخر = $\frac{-٢}{٤}$ = $\frac{-١}{٢}$

∴ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ميل المستقيم الآخر

∴ المستقيمان متوازيان.

٦

∵ ميل المستقيم : $\sqrt{٣}$ س + ص = ٥ هو : $\frac{-\sqrt{٣}}{١}$ = −$\sqrt{٣}$

، ميل المستقيم الآخر = ظا ٣٠° = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

، ∵ $-\sqrt{٣} \times \frac{١}{\sqrt{٣}} = -١$

∴ المستقيمان متعامدان.

٧ ص = ٢ ، س = −٣

٨

∵ ميل المستقيم = $\frac{-٣}{-٢} = \frac{٣}{٢}$

، ∵ ميل المستقيم = ظا هـ

∴ ظا هـ = $\frac{٣}{٢}$ ∴ هـ = ٥٦° ١٨َ ٣٦ً

، عندما س = ٠ ∴ ٣ × ٠ − ٢ ص + ٦ = ٠

∴ −٢ ص = −٦ ∴ ص = ٣

∴ نقطة تقاطع المستقيم مع محور الصادات هى (٠ ، ٣)

٩

[١] نفرض أن : أ (س ، ٠)

∴ عندما ص = ٠ ∴ ٢ س − ٣ × ٠ − ٦ = ٠

∴ ٢ س = ٦ ∴ س = ٣

∴ نقطة تقاطع المستقيم مع محور السينات هى : أ (٣ ، ٠)

، نفرض أن : ب (٠ ، ص) عندما س = ٠

∴ ٢ × ٠ − ٣ ص − ٦ = ٠

∴ −٣ ص = ٦ ∴ ص = −٢

∴ نقطة تقاطع المستقيم مع محور الصادات هى : ب (٠ ، −٢)

[٢] نفرض أن النقطة ء هى منتصف $\overline{أب}$

∴ ء = $\left(\frac{٣ + ٠}{٢} ، \frac{٠ - ٢}{٢}\right) = \left(\frac{٣}{٢} ، -١\right)$

، ∵ المستقيم يوازى محور الصادات

∴ ميله غير معرف

، ∵ المستقيم يمر بالنقطة ء $\left(\frac{٣}{٢} ، -١\right)$

∴ معادلة المستقيم هى : س = $\frac{٣}{٢}$

١٠

∵ $م_١ = \frac{١ - (-١)}{٥ - ٢} = \frac{٢}{٣}$ ، $م_٢ = \frac{-أ}{٣}$

، ∵ المستقيمان متوازيان ∴ $م_١ = م_٢$

∴ $\frac{٢}{٣} = \frac{-أ}{٣}$ ∴ أ = −٢

١١

∵ $م_١ = \frac{-٣ - ٢}{٦ - ٥} = -٥$ ∴ $م_٢ = \frac{١}{٥}$

، ∵ $م_٢ = \frac{أ}{٥}$ ∴ $\frac{أ}{٥} = \frac{١}{٥}$ ∴ أ = ١

١٢

∵ ميل المستقيم ل = $\frac{٤}{٣}$

∴ ميل المستقيم $\overleftrightarrow{أب} = \frac{٤}{٣}$

، ∵ ميل المستقيم $\overleftrightarrow{أب} = \frac{ص + ٣}{٥ - ٢}$

∴ $\frac{ص + ٣}{٣} = \frac{٤}{٣}$ ∴ ص + ٣ = ٤ ∴ ص = ١

١٣

∵ $م_١ = \frac{- \text{معامل س}}{\text{معامل ص}}$ = ٢ك − ١ ، $م_٢$ = ظا ٤٥° = ١

، ∵ المستقيمان متوازيان

∴ $م_١ = م_٢$

∴ ٢ك − ١ = ١ ∴ ٢ك = ٢ ∴ ك = ١

١٤

∵ ميل $\overleftrightarrow{سص} = \frac{٦ + ٢}{-٥ - ٣} = -١$

∴ ميل محور تماثل $\overline{سص}$ = ١

∴ معادلة محور تماثل $\overline{سص}$ هى : ص = س + حـ

، ∵ نقطة منتصف $\overline{سص} = \left(\frac{٣ - ٥}{٢} ، \frac{-٢ + ٦}{٢}\right)$

= (−١ ، ٢)

∴ (−١ ، ٢) تحقق المعادلة : ص = س + حـ

∴ ٢ = −١ + حـ ∴ حـ = ٣

∴ معادلة محور $\overline{سص}$ هى : ص = س + ٣

١٥

نفرض أن النقطة ء هي منتصف $\overline{\text{بحـ}}$

∴ النقطة ء = $\left(\frac{٣ + ١}{٢} ، \frac{٧ - ٣}{٢}\right)$ = (٢ ، ٢)

∴ ميل $\overleftrightarrow{\text{أء}}$ = $\frac{-٦ - ٢}{٥ - ٢}$ = $-\frac{٨}{٣}$

∴ معادلة $\overleftrightarrow{\text{أء}}$ هي : ص = $-\frac{٨}{٣}$ س + حـ

∵ ء ∈ $\overleftrightarrow{\text{أء}}$ ∴ (٢ ، ٢) تحقق المعادلة.

∴ ٢ = $-\frac{٨}{٣}$ × ٢ + حـ ∴ حـ = $\frac{٢٢}{٣}$

∴ معادلة $\overleftrightarrow{\text{أء}}$ هي : ص = $-\frac{٨}{٣}$ س + $\frac{٢٢}{٣}$

١٦

∵ ميل $\overleftrightarrow{\text{بحـ}}$ = $\frac{١ + ١}{-٢ - ٥}$ = $-\frac{٢}{٧}$

∴ ميل المستقيم العمودي على $\overleftrightarrow{\text{بحـ}}$ = $\frac{٧}{٢}$

∴ معادلة المستقيم العمودي على $\overleftrightarrow{\text{بحـ}}$ هي :

ص = $\frac{٧}{٢}$ س + حـ

، ∵ أ ∈ المستقيم العمودي على $\overleftrightarrow{\text{بحـ}}$

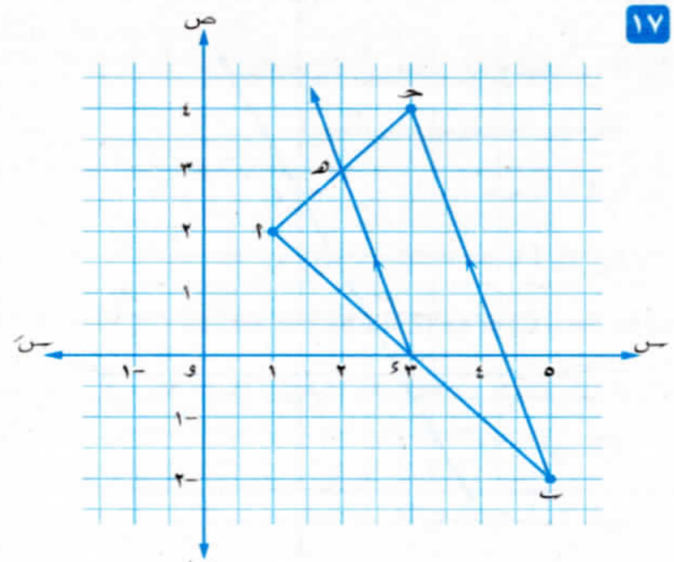
∴ (٠ ، ٦) تحقق المعادلة.

∴ ٦ = $\frac{٧}{٢}$ × ٠ + حـ ∴ حـ = ٦

∴ معادلة المستقيم العمودي على $\overleftrightarrow{\text{بحـ}}$ هي :

ص = $\frac{٧}{٢}$ س + ٦

١٧



في Δ أبحـ :

∵ ء منتصف $\overline{\text{أب}}$ ، $\overline{\text{ءهـ}}$ // $\overline{\text{بحـ}}$

∴ هـ منتصف $\overline{\text{أحـ}}$ ، ءهـ = $\frac{١}{٢}$ بحـ

∴ ءهـ = $\frac{١}{٢}\sqrt{(٥ - ٣)^٢ + (-٢ - ٤)^٢}$

= $\frac{١}{٢}\sqrt{٤ + ٣٦}$ = $\frac{١}{٢}\sqrt{٤٠}$ = $\frac{١}{٢}$ × $٢\sqrt{١٠}$

= $\sqrt{١٠}$ وحدة طول

∵ ميل $\overleftrightarrow{\text{بحـ}}$ = $\frac{٤ + ٢}{٣ - ٥}$ = −٣ ∴ ميل $\overleftrightarrow{\text{ءهـ}}$ = −٣

∴ معادلة $\overleftrightarrow{\text{ءهـ}}$ هي : ص = −٣ س + حـ

∵ ء منتصف $\overline{\text{أب}}$ = $\left(\frac{١ + ٥}{٢} ، \frac{٢ - ٢}{٢}\right)$ = (٣ ، ٠)

∴ (٣ ، ٠) تحقق المعادلة.

∴ ٠ = −٣ × ٣ + حـ ∴ حـ = ٩

∴ معادلة $\overleftrightarrow{\text{ءهـ}}$ هي : ص = −٣ س + ٩

١٨

∵ ميل $\overleftrightarrow{\text{أحـ}}$ = $\frac{٦ - ٤}{-١ - ٥}$ = $-\frac{٢}{٦}$ = $-\frac{١}{٣}$

، ∵ قطرى المربع متعامدان

∴ ميل $\overleftrightarrow{\text{بء}}$ = ٣

∴ معادلة $\overleftrightarrow{\text{بء}}$ هي : ص = ٣ س + حـ

، ∵ نقطة منتصف $\overline{\text{أحـ}}$

= $\left(\frac{٥ - ١}{٢} ، \frac{٤ + ٦}{٢}\right)$ = (٢ ، ٥)

∴ (٢ ، ٥) تحقق معادلة $\overleftrightarrow{\text{بء}}$

∴ ٥ = ٣ × ٢ + حـ ∴ حـ = −١

∴ معادلة $\overleftrightarrow{\text{بء}}$ هي : ص = ٣ س − ١

١٩

∵ ميل $\overleftrightarrow{\text{أحـ}}$ = $\frac{٣ - ٠}{١ - ٦}$ = $-\frac{٣}{٥}$

، $\overleftrightarrow{\text{أحـ}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{بء}}$ ∴ ميل $\overleftrightarrow{\text{بء}}$ = $\frac{٥}{٣}$

∴ معادلة $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$ هى : ص = $\frac{٥}{٣}$ س + ك

∵ قطرى المعين ينصف كل منهما الآخر

∴ نقطة منتصف $\overline{\text{أ ح}}$ = $\left(\frac{١ + ٦}{٢} ، \frac{٣ + ٠}{٢}\right)$

= (٣,٥ ، ١,٥)

∴ (٣,٥ ، ١,٥) تحقق معادلة $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$

∴ ١,٥ = $\frac{٥}{٣}$ × ٣,٥ + ك ∴ ك = −٤ $\frac{١}{٣}$

∴ معادلة $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$ هى : ص = $\frac{٥}{٣}$ س − ٤ $\frac{١}{٣}$

٢٠

∵ ميل $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ = $\frac{-٣ - ٣}{-١ - ٢}$ = ٢

∴ معادلة $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ هى : ص = ٢ س + ح

، ∵ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ يمر بالنقطة (٢ ، ٣) ∴ ٣ = ٤ + ح

∴ ح = −١ ∴ معادلة $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ هى : ص = ٢ س − ١

وبالتعويض فى معادلة المستقيم عن قيمة س = ٢ ك + ١

∴ ص = ٢ (٢ ك + ١) − ١ = ٤ ك + ٢ − ١

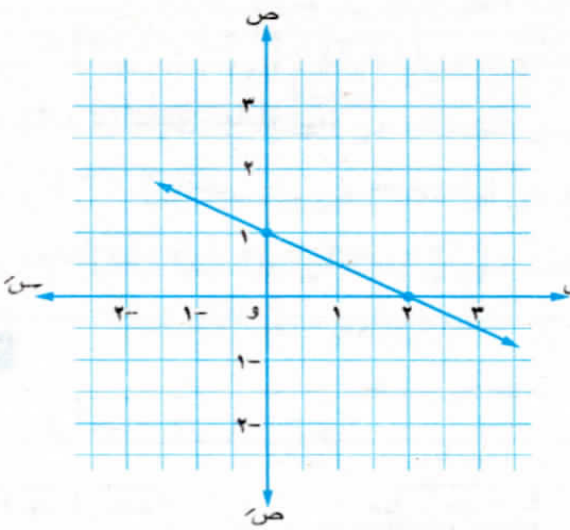
= ٤ ك + ١

∴ النقطة ح (٢ ك + ١ ، ٤ ك + ١)

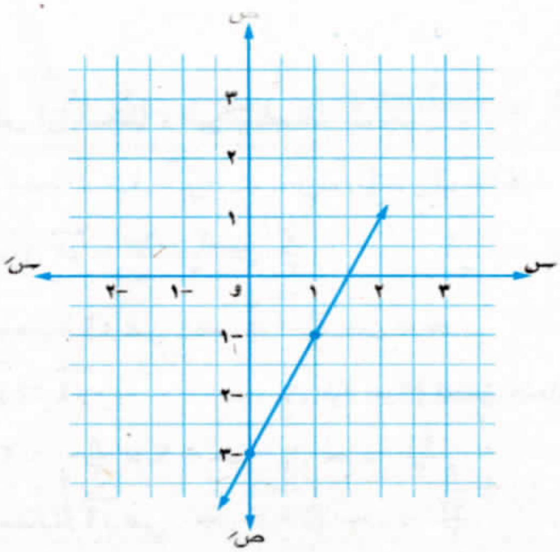
تحقق معادلة $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ∴ ح ∈ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$

٢١

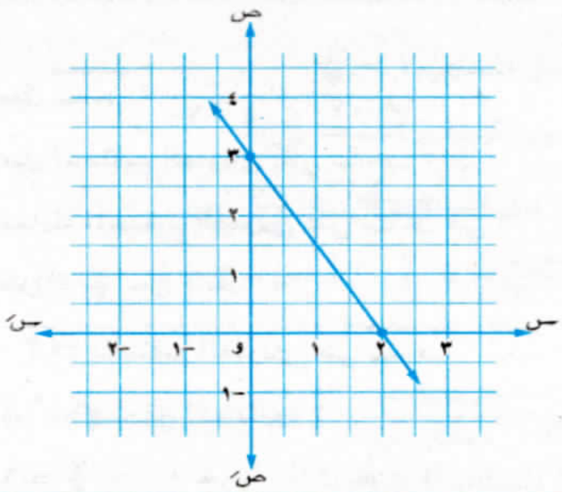
١



٢



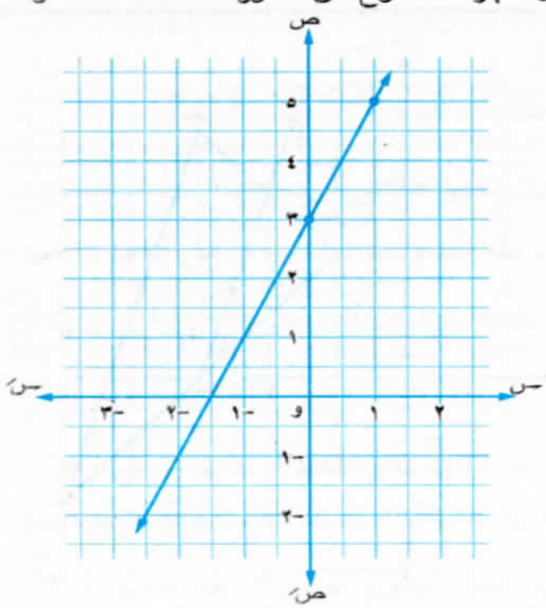
٣



٢٢

ميل المستقيم = ٢

وطول الجزء المقطوع من محور الصادات = ٣ وحدات



٢٣

١ ∵ المستقيم يمر بالنقطتين (٠ ، ٣) ، (٤ ، ٥)

∴ الميل = $\frac{٥ - ٣}{٤ - ٠} = \frac{١}{٢}$

٢ ٣ وحدات من الجزء الموجب لمحور الصادات.

٣ المعادلة هى : ص = $\frac{١}{٢}$ س + ٣

٤ ٦ وحدات من الجزء السالب لمحور السينات.

٥ مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × ٣ × ٦ = ٩ وحدات مربعة.

٢٤

١ ∵ ميل المستقيم = $\frac{٣ - ١}{٢ - ١}$ = ٢

∴ معادلة المستقيم هى : ص = ٢ س + حـ

، ∵ النقطة (١ ، ١) ∈ المستقيم

∴ ١ = ٢ × ١ + حـ ∴ حـ = -١

∴ معادلة المستقيم هى : ص = ٢ س - ١

٢ وحدة واحدة من الجزء السالب لمحور الصادات.

٣ ∵ النقطة (٣ ، أ) ∈ المستقيم

∴ (٣ ، أ) تحقق المعادلة.

∴ أ = ٢ × ٣ - ١ = ٥

٢٥

∵ $\overleftrightarrow{أب}$ يقطع من محورى الإحداثيات جزءين متساويين فى الطول

∴ و أ = و ب

∴ فى ∆ أ و ب القائم الزاوية فى و :

ق (∠ أ ب و) = ق (∠ ب أ و) = ٤٥°

∴ $\overleftrightarrow{أب}$ يصنع مع الاتجاه الموجب لمحور السينات زاوية قياسها ١٣٥°

∴ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ظا ١٣٥° = -١

∴ م = ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = -١ ∴ ص = - س + حـ

، ∵ (٢ ، ٣) ∈ $\overleftrightarrow{أب}$

∴ ٣ = -٢ + حـ ∴ حـ = ٥ (المطلوب أولًا)

∴ و أ = و ب = ٥ وحدة طول

∴ مساحة ∆ أ ب و = $\frac{١}{٢}$ × ٥ × ٥

= ١٢,٥ وحدة مربعة

(المطلوب ثانيًا)

٢٦

∵ ∆ أ ب و متساوى الأضلاع.

، حـ منتصف $\overline{أب}$

∴ $\overline{وحـ} \perp \overline{أب}$

∴ ق (∠ ب و حـ) = ٣٠°

∴ ظا (∠ ب و حـ) = ظا ٣٠° = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

∴ معادلة $\overleftrightarrow{وحـ}$ هى : ص = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ س + حـ

، ∵ و ∈ $\overleftrightarrow{وحـ}$ ∴ حـ = ٠

∴ معادلة $\overleftrightarrow{وحـ}$ هى : ص = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ س

٢٧

نفرض أن : ء (س ، ص)

، ∵ نقطة منتصف $\overline{أب}$ = نقطة منتصف $\overline{وء}$

، ∵ نقطة منتصف $\overline{أب}$ = $\left(\frac{٦ + ٢}{٢} ، \frac{٦ + ٢}{٢}\right)$

= (٤ ، ٤)

، نقطة منتصف $\overline{وء}$ = $\left(\frac{٠ + س}{٢} ، \frac{٠ + ص}{٢}\right)$

∴ (٤ ، ٤) = $\left(\frac{س}{٢} ، \frac{ص}{٢}\right)$

∴ $\frac{س}{٢}$ = ٤ ومنها س = ٨

، $\frac{ص}{٢}$ = ٤ ومنها ص = ٨

∴ ء (٨ ، ٨) (المطلوب أولاً)

∵ $\overleftrightarrow{وء}$ يمر بنقطة الأصل

∴ معادلته هى : ص = م س (حيث م الميل)

، ∵ ميل $\overleftrightarrow{\text{و ء}}$ = $\frac{٨ - ٠}{٨ - ٠}$ = ١

∴ معادلة $\overleftrightarrow{\text{و ء}}$ هى : ص = س (المطلوب ثانيًا)

، ∵ ميل $\overleftrightarrow{\text{و ء}}$ = ظا (د ء و حـ)

∴ ظا (د ء و حـ) = ١ ∴ ق (د ء و حـ) = ٤٥°

∴ ق (د ء و هـ) = ١٨٠° − ٤٥° = ١٣٥°

(المطلوب ثالثًا)

٢٨

نفرض أن النقطة أ (٠ ، ص)

∴ المستقيم $ل_١$ يمر بالنقطة أ (٠ ، ص)

∴ ٢ × ٠ − ص + ٢ = ٠ ∴ ص = ٢

∴ أ (٠ ، ٢)

، ∵ $م_١$ = $\frac{-٢}{-١}$ = ٢ ، $ل_١ \perp ل_٢$

∴ $م_١ م_٢$ = −١ ∴ ٢ × $م_٢$ = −١

∴ $م_٢$ = $\frac{-١}{٢}$

∴ معادلة $ل_٢$ هى : ص = $\frac{-١}{٢}$ س + حـ

، ∵ المستقيم $ل_٢$ يمر بالنقطة أ (٠ ، ٢)

∴ ٢ = $\frac{-١}{٢}$ × ٠ + حـ ∴ حـ = ٢

∴ معادلة المستقيم $ل_٢$ هى : ص = $\frac{-١}{٢}$ س + ٢

٢٩

١ **أولاً** : ∵ ظا (د أ ب و) = $\frac{٤}{٣}$

∴ ق (د أ ب و) ≃ ٤٨ً ٧َ ٥٣°

من Δ أ ب و :

ق (د ب أ و) = ١٨٠° − (٩٠° + ٤٨ً ٧َ ٥٣°)

= ١٢ً ٥٢َ ٣٦°

ثانيًا : نفرض أن النقطة ب (س ، صفر)

، ∵ ظا (د أ ب و) = $\frac{٤}{٣}$

∴ $\frac{٨}{س}$ = $\frac{٤}{٣}$ ∴ ٤ س = ٢٤

∴ س = ٦ ∴ ب (٦ ، ٠)

٢ **أولاً** : ميل $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ = $\frac{٠ - ٨}{٦ - ٠}$ = $\frac{-٨}{٦}$ = $\frac{-٤}{٣}$

ثانيًا : ∵ المستقيم المطلوب عمودى على $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$

، ميل $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ = $-\frac{٤}{٣}$

∴ ميل المستقيم المطلوب = $\frac{٣}{٤}$

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى :

ص = $\frac{٣}{٤}$ س + حـ

، ∵ المستقيم يمر بالنقطة و (٠ ، ٠)

∴ ٠ = $\frac{٣}{٤}$ × ٠ + حـ ∴ حـ = ٠

∴ معادلة المستقيم هى : ص = $\frac{٣}{٤}$ س

٣٠

١ و = (٠ ، ٠)

، ∵ أ = (س ، ٠) ، ب = (٠ ، ص)

، حـ = (٤ ، ٣) حيث حـ منتصف $\overline{\text{أ ب}}$

∴ $\frac{س + ٠}{٢}$ = ٤ ومنها س = ٨

، $\frac{ص + ٠}{٢}$ = ٣ ومنها ص = ٦

∴ أ (٨ ، ٠) ، ب (٠ ، ٦)

٢ و أ = ٨ وحدة طول ، و ب = ٦ وحدة طول

، حـ أ = $\sqrt{(٨ - ٤)^٢ + (٠ - ٣)^٢}$ = ٥ وحدة طول

، حـ ب = حـ أ = ٥ وحدة طول

، حـ و = $\sqrt{٤^٢ + ٣^٢}$ = ٥ وحدة طول

٣ ميل $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ = $\frac{٦ - ٠}{٠ - ٨}$ = $-\frac{٣}{٤}$

، ميل $\overleftrightarrow{\text{و حـ}}$ = $\frac{٠ - ٣}{٠ - ٤}$ = $\frac{٣}{٤}$

، ميل $\overleftrightarrow{\text{و أ}}$ = صفر ، ميل $\overleftrightarrow{\text{و ب}}$ غير معرف

٤ معادلة $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$: ص = $-\frac{٣}{٤}$ س + ٦

، معادلة $\overleftrightarrow{\text{حـ و}}$: ص = $\frac{٣}{٤}$ س

٣١

نفرض أن : حـ (س ، ٠)

، ∵ ميل $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ = $\frac{٣ + ٣}{٢ + ٤}$ = ١

، ∵ أب ⊥ بحـ

∴ ميل بحـ = $\frac{٠ - ٣}{س - ٢}$ = −١

∴ س − ٢ = ٣   ∴ س = ٥

∴ حـ (٥ ، ٠)   (المطلوب أولاً)

، ∵ ميل أحـ = $\frac{٠ + ٣}{٥ + ٤}$ = $\frac{١}{٣}$

∴ معادلة أحـ هى : ص = $\frac{١}{٣}$ س + حـ

، ∵ أحـ يمر بالنقطة حـ (٥ ، ٠)

∴ ٠ = $\frac{١}{٣}$ × ٥ + حـ   ∴ حـ = $\frac{-٥}{٣}$

∴ معادلة أحـ هى : ص = $\frac{١}{٣}$ س − $\frac{٥}{٣}$

(المطلوب ثانيًا)

٣٢

∵ و منتصف أب

∴ (٠ ، ٠) = $\left(\frac{٨ + ن}{٢} ، \frac{هـ - ٦}{٢}\right)$

∴ $\frac{٨ + ن}{٢}$ = ٠   ∴ ٨ + ن = ٠   ∴ ن = −٨

، $\frac{هـ - ٦}{٢}$ = ٠   ∴ هـ − ٦ = ٠   ∴ هـ = ٦

∴ هـ + ن = ٦ − ٨ = −٢   (المطلوب أولاً)

، ∵ أ (٨ ، ٦) ، ب (−٨ ، −٦)

∴ أب = $\sqrt{(٨ + ٨)^٢ + (٦ + ٦)^٢}$ = ٢٠ وحدة طول

، ∵ Δ أبحـ قائم الزاوية فى حـ

، حـو متوسط فيه خارج من رأس القائمة

∴ حـو = $\frac{١}{٢}$ أب = $\frac{١}{٢}$ × ٢٠ = ١٠ وحدة طول

∴ حـ (٠ ، ١٠)

، ∵ ميل أحـ = $\frac{١٠ - ٦}{٠ - ٨}$ = $\frac{-١}{٢}$

∴ معادلة أحـ هى : ص = $\frac{-١}{٢}$ س + ١٠

(المطلوب ثانيًا)

٣٣

١ ميل أحـ = $\frac{-١}{-١}$ = ١

ومن معادلة أحـ وهى : ص = س − ٣

∴ وهـ = ٣ وحدات طول

٢ ∵ ميل بحـ = $\sqrt{٣}$ ∴ ظا (∠حـبء) = $\sqrt{٣}$

∴ ق (∠حـبء) = ٦٠°

، ∵ ميل أحـ = ١   ∴ ظا (∠حـأء) = ١

∴ ق (∠حـأء) = ٤٥°

٣ ∵ ∠حـبء خارجة عن Δ أبحـ

∴ ق (∠حـبء) = ق (∠أحـب) + ق (∠حـأء)

∴ ق (∠أحـب) = ٦٠° − ٤٥° = ١٥°

٣٤

∵ النقطة حـ (٥ ، ٢)

∴ وب = ٥ وحدات طول ، بحـ = ٢ وحدة طول

، ∵ أبحـء مربع

∴ أب = بحـ = أء = ٢ وحدة طول

∴ وأ = وب − بأ = ٥ − ٢ = ٣ وحدات طول

∴ ميل المستقيم ل = ظا (∠أوء) = $\frac{أء}{وأ}$ = $\frac{٢}{٣}$

∴ معادلة المستقيم ل هى : ص = $\frac{٢}{٣}$ س + حـ

، ∵ المستقيم ل يمر بنقطة الأصل

∴ حـ = ٠

∴ معادلة المستقيم ل هى : ص = $\frac{٢}{٣}$ س

٣٥

نفرض أن طول وأ = ل وحدة طول

∵ أبحـء مربع   ∴ أب = بحـ

، ∵ وأ = أب

∴ وأ = أب = بحـ = ل وحدة طول

فى Δ وبحـ :

∵ بحـ ⊥ بو (خواص المربع)

∴ ظا (∠بوحـ) = $\frac{بحـ}{بو}$ = $\frac{ل}{٢ل}$ = $\frac{١}{٢}$

∴ ميل وحـ = ظا (∠بوحـ) = $\frac{١}{٢}$

∴ معادلة $\overleftrightarrow{\text{وحـ}}$ هى : ص = $\frac{١}{٢}$ س + حـ

، ∵ $\overleftrightarrow{\text{وحـ}}$ يمر بنقطة الأصل

∴ حـ = ٠

∴ معادلة $\overleftrightarrow{\text{وحـ}}$ هى : ص = $\frac{١}{٢}$ س

٣٦

∵ المستقيم ل١ يمر بنقطة الأصل

∴ معادلته هى : ص = م س

، ∵ ميل المستقيم ل١ = ظا ٤٥° = ١

∴ معادلة المستقيم ل١ هى : ص = س (المطلوب أولاً)

، ∵ المستقيم ل١ // المستقيم ل٢

∴ ميل المستقيم ل١ = ميل المستقيم ل٢ = ١

∴ معادلة المستقيم ل٢ هى : ص = س + حـ

، ∵ المستقيم ل٢ يمر بالنقطة أ (١ ، ٥)

∴ ٥ = ١ + حـ ∴ حـ = ٤

∴ معادلة المستقيم ل٢ هى : ص = س + ٤

(المطلوب ثانيًا)

بفرض أن ب (س ، ص)

، ∵ ب تنتمى إلى المستقيم ل١ ∴ ص = س

، ∵ $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ ⊥ ل١ ∴ ميل $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ = −١

∴ $\frac{\text{ص} - ٥}{\text{س} - ١} = -١$ ∴ ص − ٥ = −س + ١

، ∵ س = ص ∴ ص − ٥ = −ص + ١

∴ ٢ ص = ٦ ∴ ص = ٣

∴ س = ٣ ∴ ب (٣ ، ٣)

∴ طول $\overline{\text{أب}}$ = $\sqrt{(٣ - ١)^٢ + (٥ - ٣)^٢}$

= ٢ $\sqrt{٢}$ وحدة طول (المطلوب ثالثًا)

٣٧

[١] ٢ متر

[٢] سرعة الجسيم = ميل الخط البيانى المار بالنقطتين

(٠ ، ٢) ، (٤ ، ٤) = $\frac{٤ - ٢}{٤ - ٠} = \frac{١}{٢}$

[٣] ف = $\frac{١}{٢}$ ن + ٢ [٤] ٢ متر [٥] ٧ ثوانى

٣٨

[١] ٩٠ كم [٢] ٢,٥ ساعة

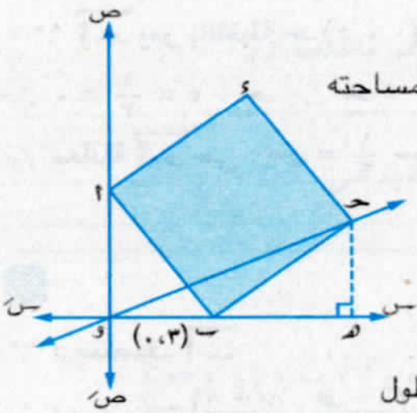
[٣] سرعة السيارة = ميل الخط البيانى المار بالنقطتين

(٠,٥ ، ٣٠) ، (٢ ، ١٢٠)

= $\frac{١٢٠ - ٣٠}{٢ - ٠,٥}$ = ٦٠ كم/ ساعة

[٤] ف = ٦٠ ن

٣٩



∵ أ ب حـ ء مربع مساحته

٢٥ وحدة مربعة

∴ أب = ب حـ

= ٥ وحدة طول

، ∵ ب (٣ ، ٠)

∴ و ب = ٣ وحدة طول

∴ فى Δ أ و ب القائم فى و :

أ و = ٤ وحدة طول (فيثاغورس)

، ∵ Δ أ و ب ≡ Δ ب هـ حـ (أثبت بنفسك)

∴ هـ حـ = و ب = ٣ وحدة طول

، هـ ب = أ و = ٤ سم

∴ و هـ = ٧ سم ∴ نقطة حـ (٧ ، ٣)

، ∵ $\overleftrightarrow{\text{حـ و}}$ يمر بنقطة الأصل

∴ معادلة $\overleftrightarrow{\text{حـ و}}$ هى : ص = م س (حيث م الميل)

، ∵ ميل $\overleftrightarrow{\text{حـ و}}$ = $\frac{٣ - ٠}{٧ - ٠} = \frac{٣}{٧}$

∴ معادلة $\overleftrightarrow{\text{حـ و}}$ هى : ص = $\frac{٣}{٧}$ س

أى : ٧ ص = ٣ س (وهو المطلوب)

٤٠

بفرض أن : و ب = و أ = س

، ∵ Δ أ و ب قائم الزاوية فى و

∴ $\text{س}^٢ + \text{س}^٢ = (٢\sqrt{٢})^٢$ (فيثاغورس)

∴ ٢ $\text{س}^٢$ = ٨

∴ $س^{٢}$ = ٤

∴ س = ٢

∴ و ب = و أ = ٢

∴ نقطة ب (٠ ، ٢)

وبفرض أن : معادلة $\overleftrightarrow{أب}$ هي : ص = م س + ن

، ∵ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ظا (∠ ب أ و) = $\frac{ب و}{و أ}$ = ١ ، ن = ٢

∴ معادلة $\overleftrightarrow{أب}$ هي : ص = س + ٢

، ∵ حـ (١ ، ك) ∈ $\overleftrightarrow{أب}$

∴ ك = ١ + ٢

∴ ك = ٣

∴ حـ (١ ، ٣)

، ∵ $\overleftrightarrow{حـ ء}$ ⊥ $\overleftrightarrow{أب}$ ، ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ١

∴ ميل $\overleftrightarrow{حـ ء}$ = -١

∴ معادلة $\overleftrightarrow{حـ ء}$ هي : ص = - س + ل

، ∵ (١ ، ٣) ∈ $\overleftrightarrow{حـ ء}$

∴ ٣ = -١ + ل

∴ ل = ٤

∴ معادلة $\overleftrightarrow{حـ ء}$ هي : ص = - س + ٤ (وهو المطلوب)

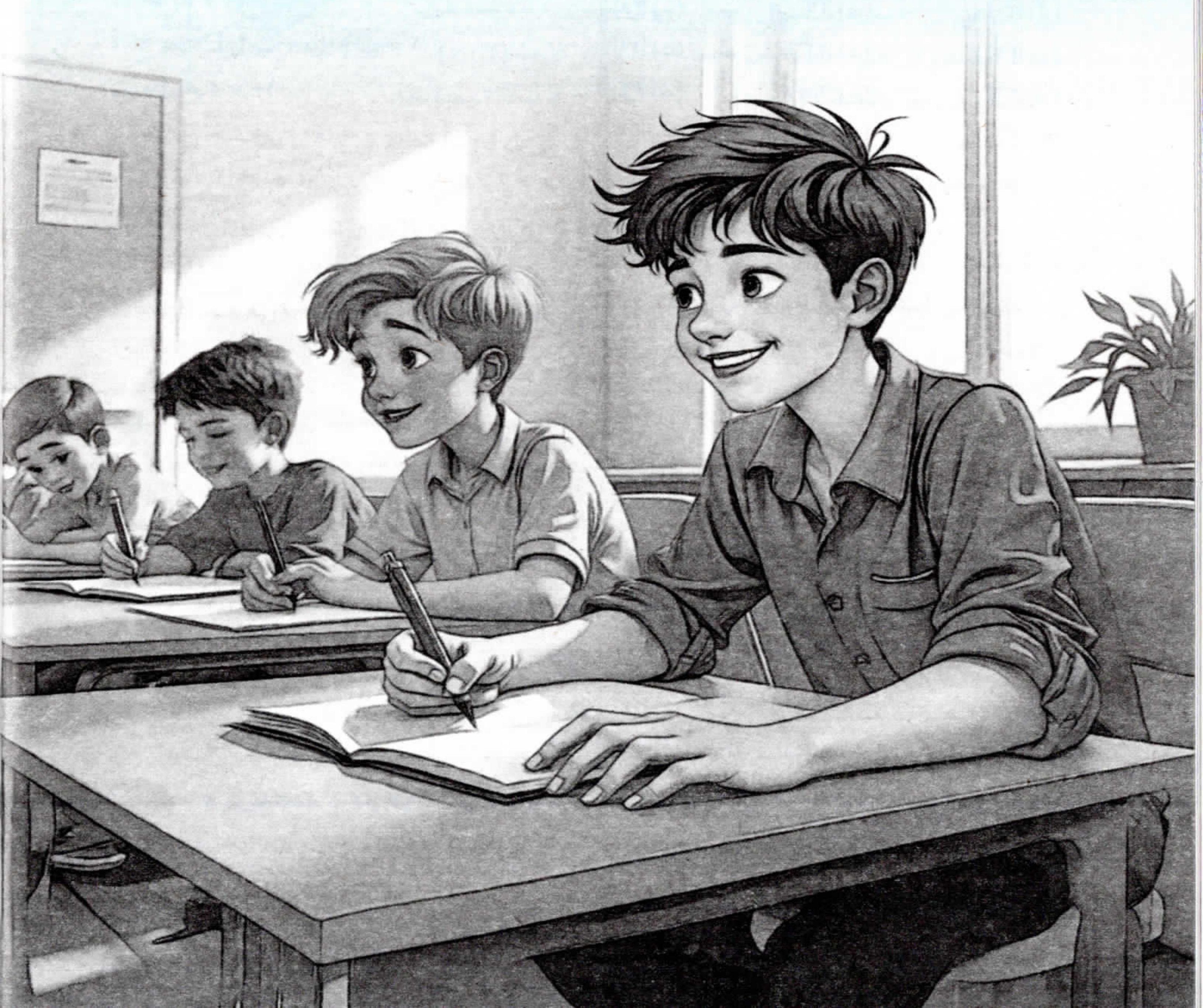
إجابات مفاهيم ومهارات أساسية تراكمية

١ (د)	٢ (أ)	٣ (جـ)
٤ (ب)	٥ (ب)	٦ (أ)
٧ (أ)	٨ (أ)	٩ (د)
١٠ (د)	١١ (ب)	١٢ (أ)
١٣ (د)	١٤ (أ)	١٥ (أ)
١٦ (د)	١٧ (جـ)	١٨ (جـ)
١٩ (د)	٢٠ (جـ)	٢١ (جـ)
٢٢ (جـ)	٢٣ (ب)	٢٤ (د)
٢٥ (جـ)	٢٦ (جـ)	٢٧ (د)
٢٨ (جـ)	٢٩ (جـ)	٣٠ (د)
٣١ (ب)	٣٢ (د)	٣٣ (أ)
٣٤ (جـ)	٣٥ (جـ)	٣٦ (ب)
٣٧ (د)	٣٨ (ب)	٣٩ (جـ)

إجابات الجزء الخاص

بالتقويـــم المستمـــر

فى الجبـــر والإحصــــاء



إجابات الاختبارات التراكمية في الجبر والإحصاء

اختبار تراكمي ١

١ (١) (ب) — (٢) (ب) — (٣) (ب)
(٤) (ب) — (٥) (أ) — (٦) (جـ)

٢ (١) س × ص = {(٢ ، ٣) ، (٢ ، ٤) ، (٢ ، ٥)}
(٢) ن(ص^{٢}) = ٩
(٣) س^{٢} = {(٢ ، ٢)}

٣ س + ٢ ص = ١١

اختبار تراكمي ٢

١ (١) (ب) — (٢) (د) — (٣) (د)
(٤) (أ) — (٥) (أ) — (٦) (جـ)

٢ (١) (س ∩ ص) × ع = {(٢ ، ٧) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٧) ، (٣ ، ٢)}
(٢) (س − ص) × ع = {(١ ، ٧) ، (١ ، ٢) ، (٤ ، ٧) ، (٤ ، ٢)}

٣ بيان ع = {($\frac{١}{٢}$ ، ٢) ، (١ ، ١) ، (−$\frac{١}{٢}$ ، −٢) ، (−١ ، −١)} ، مثل بنفسك ، ع ليست دالة وبين بنفسك.

اختبار تراكمي ٣

١ (١) (ب) — (٢) (د) — (٣) (ب)
(٤) (جـ) — (٥) (د) — (٦) (د)

٢ (١) مجال الدالة د = {٣ ، ٥ ، ٧}
(٢) د (س) = ٣ س

٣ ب = ١

اختبار تراكمي ٤

١ (١) (ب) — (٢) (جـ) — (٣) (ب)
(٤) (ب) — (٥) (جـ) — (٦) (أ)

٢ مثل بنفسك
(١) معادلة محور التماثل هي : س = ٣
(٢) القيمة الصغرى للدالة = ٠

٣ (١) (س ∩ ص) × ع = ∅
(٢) س × (ص − ع) = {(٣ ، ٤)}
(٣) ن(س^{٢}) = ١

اختبار تراكمي ٥

١ (١) (ب) — (٢) (ب) — (٣) (جـ)
(٤) (د) — (٥) (د) — (٦) (أ)

٢ (١) د (٣) + ٣ ر (√٢) = ١٢
(٢) أثبت بنفسك.

٣ العدد هو : ١

اختبار تراكمي ٦

١ (١) (جـ) — (٢) (ب) — (٣) (ب)
(٤) (جـ) — (٥) (ب) — (٦) (د)

٢ أثبت بنفسك.

٣ $\frac{٢٨}{٣}$

اختبار تراكمي ٧

١ (١) (د) — (٢) (جـ) — (٣) (جـ)
(٤) (أ) — (٥) (جـ) — (٦) (د)

٢ أثبت بنفسك.

٣ أثبت بنفسك.

اختبـار تراكـمي ٨

١
(١) (ب) (٢) (جـ) (٣) (ب)
(٤) (جـ) (٥) (أ) (٦) (د)

٢
(١) ص = ٢ س (٢) س = $\frac{١}{٤}$

٣ أثبت بنفسك.

اختبـار تراكـمي ٩

١
(١) (ب) (٢) (أ) (٣) (ب)
(٤) (د) (٥) (جـ) (٦) (ب)

٢ الوسط الحسابي = ٢٣
، الانحراف المعياري ≃ ٤,٢٤

٣ أثبت بنفسك.

إجابات الأسئلة الهامة في الجبر والإحصاء

الوحدة الأولى

أولًا إجابات أسئلة الاختيار من متعدد

١ (د)	٢ (د)	٣ (ب)	٤ (أ)
٥ (ب)	٦ (د)	٧ (د)	٨ (جـ)
٩ (ب)	١٠ (د)	١١ (أ)	١٢ (ب)
١٣ (أ)	١٤ (د)	١٥ (د)	١٦ (أ)
١٧ (أ)	١٨ (أ)	١٩ (ب)	٢٠ (أ)
٢١ (د)	٢٢ (د)	٢٣ (ب)	٢٤ (أ)
٢٥ (أ)	٢٦ (جـ)	٢٧ (ب)	٢٨ (جـ)
٢٩ (أ)	٣٠ (أ)	٣١ (جـ)	

ثانيًا إجابات الأسئلة المقالية

١

(١) س × (ص ∩ ع) = {٣ ، ٤} × {٥}
= {(٣ ، ٥) ، (٤ ، ٥)}

(٢) ص² = {٤ ، ٥} × {٤ ، ٥}
= {(٤ ، ٤) ، (٤ ، ٥) ، (٥ ، ٤) ، (٥ ، ٥)}

(٣) ن(س²) = ٢² = ٤

٢

(١) (س ∩ ص) × ع = {١} × {٣ ، ٤}
= {(١ ، ٣) ، (١ ، ٤)}

(٢) (س ∪ ص) × (ع − ص)
= {١ ، ٢ ، ٣} × {٤}
= {(١ ، ٤) ، (٢ ، ٤) ، (٣ ، ٤)}

٣

١ ص × س = {(١ ، ١) ، (٥ ، ١) ، (٣ ، ١) ، (١ ، ٤) ، (٥ ، ٤) ، (٣ ، ٤)}

٢ س = {١ ، ٤}

س^{٢} = {١ ، ٤} × {١ ، ٤}

= {(١ ، ١) ، (١ ، ٤) ، (٤ ، ١) ، (٤ ، ٤)}

٤

١ (ص ∩ س) × ص

= {٣ ، ٥} × {٣ ، ٥ ، ٦}

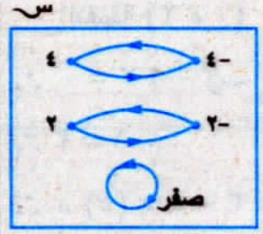
= {(٣ ، ٣) ، (٣ ، ٥) ، (٣ ، ٦) ، (٥ ، ٣) ، (٥ ، ٥) ، (٥ ، ٦)}

٢ ن(ص^{٢}) = ٣^{٢} = ٩

٥

ع = {(-٤ ، ٤) ، (-٢ ، ٢) ، (٠ ، ٠) ، (٢ ، -٢) ، (٤ ، -٤)}

، ع دالة.

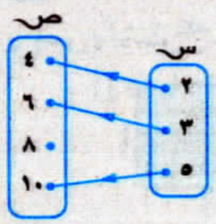


٦

١ ع = {(٢ ، ٤) ، (٣ ، ٦) ، (٥ ، ١٠)}

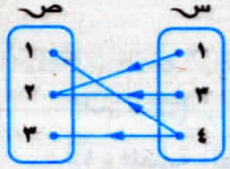
ع دالة لأن كل عنصر من عناصر س له صورة وحيدة فى ص

، مداها = {٤ ، ٦ ، ١٠}



٧

١ بيان ع = {(١ ، ٢) ، (٣ ، ٢) ، (٤ ، ١) ، (٤ ، ٣)}

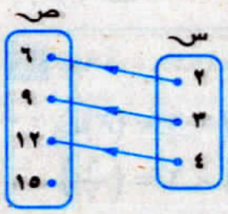


٢ ∵ ٢ أ ع ٣ ∴ ٢ أ = ٤ ∴ أ = ٢

٨

ع = {(٢ ، ٦) ، (٣ ، ٩) ، (٤ ، ١٢)}

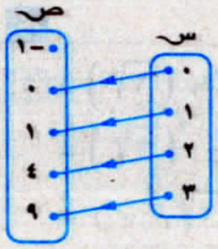
، ع دالة



٩

ع = {(٠ ، ٠) ، (١ ، ١) ، (٢ ، ٤) ، (٣ ، ٩)}

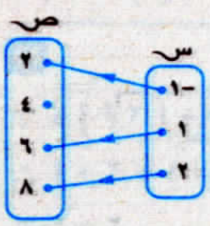
ع دالة لأن كل عنصر فى س له صورة وحيدة فى ص



١٠

ع = {(-١ ، ٢) ، (١ ، ٦) ، (٢ ، ٨)}

ع دالة لأن كل عنصر فى س له صورة وحيدة فى ص



١١



ع = {(٠ ، ٠) ، (١ ، ٢) ، (٢ ، ١)}

، ع دالة

١٢

١ المدى = {٣ ، ٥}

٢ ∵ ع دالة

∴ كل عنصر من عناصر س ظهر كمسقط أول مرة واحدة فقط

∴ أ = ١ ، ب = ٣

∴ أ − ب = ١ − ٣ = −٢ أو أ = ٣ ، ب = ١

∴ أ − ب = ٣ − ١ = ٢

١٣

∵ د (٢) = ٢ × $(٢)^٢$ − ٥ × ٢ + ٢ = صفر

، د $(\frac{١}{٢})$ = ٢ × $(\frac{١}{٢})^٢$ − ٥ × $\frac{١}{٢}$ + ٢ = صفر

∴ د (٢) = د $(\frac{١}{٢})$

١٤

(١) د $(\sqrt{٢})$ + ٣ ر $(\sqrt{٢})$

= $(\sqrt{٢})^٢$ − ٣ × $\sqrt{٢}$ + ٣ $(\sqrt{٢} − ٣)$

= ٢ − ٣$\sqrt{٢}$ + ٣$\sqrt{٢}$ − ٩ = −٧

(٢) ∵ د (٣) = $٣^٢$ − ٣ × ٣ = صفر

ر (٣) = ٣ − ٣ = صفر

∴ د (٣) = ر (٣) = صفر

١٥

∵ د $(\sqrt{٢})$ + ر (٢) = ٥

∴ أ + ٢ + ١ = ٥ ∴ أ + ٣ = ٥

∴ أ = ٢

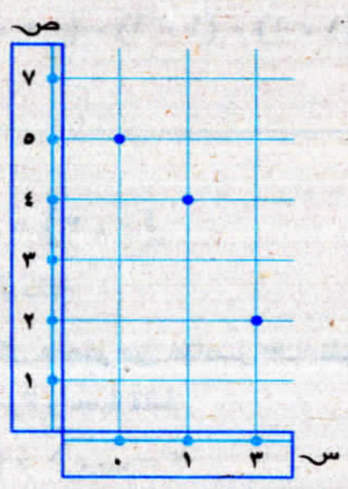
١٦

(١) د (٠) = ٥ − ٠ = ٥

، وهكذا د (١) = ٤ ، د (٣) = ٢

∴ مدى الدالة د = {٥ ، ٤ ، ٢}

(٢)



١٧

(١) المجال = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥}

(٢) المدى = {٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ، ١١}

(٣) قاعدة الدالة د : د (س) = ٢ س + ١

١٨

∵ المستقيم الممثل للدالة د يقطع محور السينات فى النقطة (٢ ، ب)

∴ ب = صفر

∴ (٢ ، ٠) تحقق أن : د (س) = ٤ س − أ

∴ ٠ = ٤ × ٢ − أ ∴ أ = ٨

١٩

∵ المستقيم الممثل للدالة د يقطع محور السينات فى النقطة (٣ ، ٠)

∴ ٠ = ٣ أ − ٣ ∴ ٣ أ = ٣

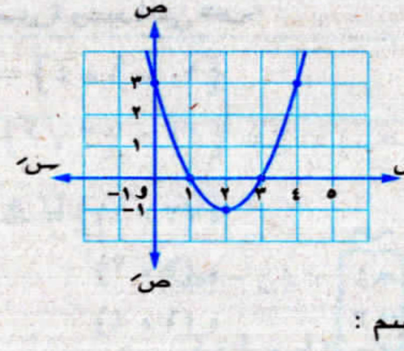
∴ أ = ١ ∴ د (س) = س − ٣

∴ د (٥) = ٥ − ٣ = ٢

٢٠

د (س) = $س^٢$ − ٤ س + ٣

س	٠	١	٢	٣	٤
د (س)	٣	٠	−١	٠	٣



من الرسم :

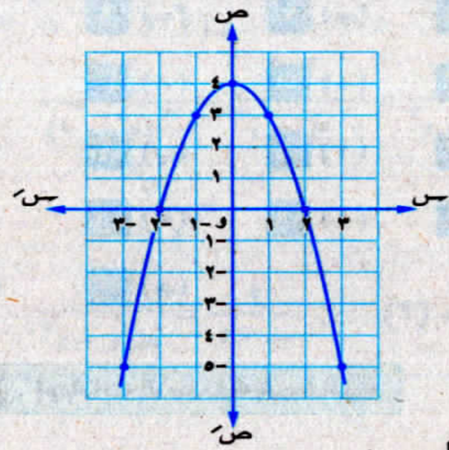
(١) القيمة الصغرى = −١

(٢) معادلة محور التماثل هى : س = ٢

٢١

د (س) = ٤ − س^{٢}

س	−٣	−٢	−١	٠	١	٢	٣
د (س)	−٥	٠	٣	٤	٣	٠	−٥



من الرسم :

* رأس المنحنى هى : (٠ ، ٤)
* القيمة العظمى = ٤
* معادلة محور التماثل هى : س = ٠

٢٢

∵ ٣ د (٢) + ٣ ل (س) = ٦

∴ د (٢) + ل (س) = ٢   ∴ أ + ٢^{٢} + حـ = ٢

∴ أ + ٤ + حـ = ٢   ∴ أ + حـ = −٢

∴ ٢ د (٠) + ٢ ل (٧) = ٢ [د (٠) + ل (٧)]

= ٢ [أ + ٠^{٢} + حـ]

= ٢ (أ + حـ)

= ٢ × −٢ = −٤

٢٣

∵ أب↔ يمثل الدالة د : د (س) = ٣

، نقطة أ ∈ محور الصادات

∴ أ = (٠ ، ٣)   ∴ و أ = ٣ وحدات طول.

، ∵ مساحة △ أ و ب = ٦ وحدات مربعة.

∴ ½ أب × و أ = ٦   ∴ ½ أب × ٣ = ٦

∴ ½ أب = ٢   ∴ أب = ٤ وحدات طول.

∴ ب = (−٤ ، ٣)

، ∵ و (٠ ، ٠) تحقق أن :

ر (س) = م س + ك   ∴ ٠ = م × ٠ + ك

∴ ك = ٠   ∴ ر (س) = م س

، ∵ ب (−٤ ، ٣) تحقق أن :

ر (س) = م س   ∴ ٣ = −٤ م

∴ م = $\frac{-٣}{٤}$

٢٤

نفرض أن أ (س ، ٠)

، ∵ أ (س ، ٠) تنتمى للمستقيم

∴ ٤ − ٢ س = ٠   ∴ −٢ س = −٤

∴ س = ٢   ∴ أ (٢ ، ٠)

، نفرض أن ب (٠ ، ص)

، ∵ ب (٠ ، ص) تنتمى للمستقيم

∴ ٤ − ٢ × ٠ = ص   ∴ ص = ٤

∴ ب (٠ ، ٤)

مساحة △ أ و ب = ½ و أ × و ب

= ½ × ٢ × ٤ = ٤ وحدات مربعة.

٢٥

(١) ∵ منحنى الدالة يقطع محور السينات فى النقطتين أ ، حـ

∴ ٩ − س^{٢} = ٠   ∴ س^{٢} = ٩

∴ س = ٣ أ، س = −٣

∴ أ = (٣ ، ٠) ، حـ = (−٣ ، ٠)

(٢) ∵ أ حـ = ٦ وحدات طول

، عندما س = ٠   ∴ د (س) = ٩

∴ ب (٠ ، ٩)

∴ و ب = ٩ وحدات طول

∴ مساحة △ أ ب حـ = ½ × ٦ × ٩

= ٢٧ وحدة مربعة.

٢٦

١ نفرض أن : أ = (س ، ٠)

، س = $\frac{-ب}{٢أ}$ = $\frac{٨}{٢}$ = ٤

∴ أ (٤ ، ٠)

٢ ∵ مساحة Δ أ ب و = $\frac{١}{٢}$ × أ و × أ ب

∴ ٨ $\sqrt{٣}$ = $\frac{١}{٢}$ × ٤ × أ ب

∴ أ ب = $\frac{٨\sqrt{٣}}{٢}$ = ٤ $\sqrt{٣}$ وحدة طول

∴ ب = (٤ ، ٤ $\sqrt{٣}$)

قاعدة الدالة التى تمثل $\overleftrightarrow{ب و}$ هى :

ر (س) = ب س + حـ

، ∵ و (٠ ، ٠) ∈ $\overleftrightarrow{ب و}$

∴ ر (س) = ب س

، ∵ (٤ ، ٤ $\sqrt{٣}$) ∈ $\overleftrightarrow{ب و}$

∴ ٤ $\sqrt{٣}$ = ب × ٤ ∴ ب = $\sqrt{٣}$

∴ ر (س) = $\sqrt{٣}$ س

٢٧

١ ∵ النقطة أ (−٢ ، م) تحقق الدالة د

∴ م = $(-٢)^{٢}$ ∴ م = ٤

، ∵ النقطة أ (−٢ ، ٤) تحقق الدالة ر

∴ ٤ = ك − (−٢) ∴ ك = ٢

٢ نفرض أن : ب (ن ، ٠)

، ∵ ب (ن ، ٠) تحقق الدالة ر :

ر (س) = ٢ − س

∴ ٠ = ٢ − ن ∴ ن = ٢

∴ ب (٢ ، ٠)

∴ و ب = ٢ وحدة طول

∴ مساحة Δ أ و ب = $\frac{١}{٢}$ × ٢ × ٤

= ٤ وحدات مربعة

الوحدة الثانية

أولاً إجابات أسئلة الاختيار من متعدد

١ (ب)	٢ (أ)	٣ (د)	٤ (أ)
٥ (جـ)	٦ (جـ)	٧ (جـ)	٨ (د)
٩ (جـ)	١٠ (د)	١١ (د)	١٢ (جـ)
١٣ (ب)	١٤ (ب)	١٥ (أ)	١٦ (د)
١٧ (د)	١٨ (د)	١٩ (د)	٢٠ (أ)
٢١ (جـ)	٢٢ (جـ)		

ثانياً إجابات الأسئلة المقالية

١

∵ $\frac{س - ٢ ص}{س + ٣ ص} = \frac{٣}{٥}$

∴ ٥ (س − ٢ ص) = ٣ (س + ٣ ص)

∴ ٥ س − ١٠ ص = ٣ س + ٩ ص

∴ ٥ س − ٣ س = ٩ ص + ١٠ ص

∴ ٢ س = ١٩ ص ∴ $\frac{س}{ص} = \frac{١٩}{٢}$

٢

∵ $\frac{س}{ص} = \frac{٢}{٣}$ ∴ س = ٢ م ، ص = ٣ م

∴ $\frac{٣ س + ٢ ص}{٦ ص - س} = \frac{٦ م + ٦ م}{١٨ م - ٢ م} = \frac{١٢ م}{١٦ م} = \frac{٣}{٤}$

٣

∵ $\frac{أ}{ب} = \frac{حـ}{د} = م$ ∴ أ = ب م ، حـ = د م

∴ $\frac{أ + ٢ حـ}{ب + ٢ د} = \frac{ب م + ٢ د م}{ب + ٢ د} = \frac{م (ب + ٢ د)}{ب + ٢ د} = م$ (١)

، $\frac{حـ - أ}{د - ب} = \frac{د م - ب م}{د - ب} = \frac{م (د - ب)}{د - ب} = م$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $\frac{أ + ٢ حـ}{ب + ٢ د} = \frac{حـ - أ}{د - ب}$

٤

$\because \frac{أ}{ب} = \frac{ب}{جـ} = \frac{جـ}{د} = م$

$\therefore جـ = د م$ ، $ب = د م^{٢}$ ، $أ = د م^{٣}$

$\therefore \frac{أ}{ب + د} = \frac{د م^{٣}}{د م^{٢} + د} = \frac{د م^{٣}}{د (م^{٢} + ١)} = \frac{م^{٣}}{م^{٢} + ١}$ (١)

، $\frac{جـ^{٣}}{جـ^{٢} د + د^{٣}} = \frac{د^{٣} م^{٣}}{د^{٣} م^{٢} + د^{٣}} = \frac{د^{٣} م^{٣}}{د^{٣} (م^{٢} + ١)}$

$= \frac{م^{٣}}{م^{٢} + ١}$ (٢)

من (١) ، (٢) : $\therefore \frac{أ}{ب + د} = \frac{جـ^{٣}}{جـ^{٢} د + د^{٣}}$

٥

نفرض أن العدد هو : س

$\therefore \frac{٣ + س}{٥ + س} = \frac{٨ + س}{١٢ + س}$

$\therefore (٥ + س)(٨ + س) = (٣ + س)(١٢ + س)$

$\therefore ٤٠ + ١٣ س + س^{٢} = ٣٦ + ١٥ س + س^{٢}$

$\therefore ٤٠ - ٣٦ = ١٥ س - ١٣ س$

$\therefore ٤ = ٢ س$ $\therefore س = ٢$

$\therefore$ العدد هو : ٢

٦

$\because \frac{أ}{ب - أ} = \frac{جـ}{د - جـ}$

$\therefore أ د - أ جـ = ب جـ - أ جـ$

$\therefore أ د = ب جـ$ $\therefore \frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$

$\therefore$ أ ، ب ، جـ ، د كميات متناسبة.

٧

$\because \frac{س}{٤} = \frac{ص}{٥} = \frac{ع}{٣} = م$

$\therefore س = ٤ م$ ، $ص = ٥ م$ ، $ع = ٣ م$

$\therefore$ الطرف الأيمن $= \frac{س - ص + ع}{س + ص - ع} = \frac{٤ م - ٥ م + ٣ م}{٤ م + ٥ م - ٣ م}$

$= \frac{٢ م}{٦ م} = \frac{١}{٣} =$ الطرف الأيسر.

٨

$\because \frac{س}{٣} = \frac{ص}{٤} = \frac{ع}{٥} = م$ حيث $م > ٠$

$\therefore س = ٣ م$ ، $ص = ٤ م$ ، $ع = ٥ م$

$\therefore \sqrt{س^{٢} + ص^{٢}} = \sqrt{٩ م^{٢} + ١٦ م^{٢}}$

$= \sqrt{٢٥ م^{٢}} = ٥ م$ (١)

، $٢ س + ص - ع = ٦ م + ٤ م - ٥ م = ٥ م$ (٢)

من (١) ، (٢) : $\therefore \sqrt{س^{٢} + ص^{٢}} = ٢ س + ص - ع$

٩

$\because أ : ب : جـ = ١ : ٢ : ٣$

$\therefore أ = م$ ، $ب = ٢ م$ ، $جـ = ٣ م$

، $\because ب + جـ = ٢٥$ $\therefore ٢ م + ٣ م = ٢٥$

$\therefore ٥ م = ٢٥$ $\therefore م = ٥$

$\therefore أ = ٥$ ، $ب = ٢ \times ٥ = ١٠$ ، $جـ = ٣ \times ٥ = ١٥$

١٠

$\because \frac{أ}{٢} = \frac{ب}{٣} = \frac{جـ}{٤} = \frac{٢ أ - ٢ ب + ٥ جـ}{٣ س}$

بضرب حدى النسبة الأولى فى (٢)

والنسبة الثانية فى (−٢)

والنسبة الثالثة فى (٥)

وجمع مقدمات وتوالى النسب الثلاث.

$\therefore \frac{٢ أ - ٢ ب + ٥ جـ}{٤ - ٦ + ٢٠} =$ إحدى النسب

$\therefore \frac{٢ أ - ٢ ب + ٥ جـ}{١٨} = \frac{٢ أ - ٢ ب + ٥ جـ}{٣ س}$

$\therefore ٣ س = ١٨$ $\therefore س = ٦$

١١

نفرض أن العدد هو : س

$\therefore \frac{٥ + س}{١١ + س} = \frac{٤}{٧}$

$\therefore ٣٥ + ٧ س = ٤٤ + ٤ س$

∴ ٧ س − ٤ س = ٤٤ − ٣٥

∴ ٣ س = ٩   ∴ س = ٣

∴ العدد هو : ٣

١٢

نفرض أن العدد هو : س

∴ $\frac{\text{٧ + س}^{\text{٢}}}{\text{١١ + س}^{\text{٢}}} = \frac{\text{٤}}{\text{٥}}$

∴ ٣٥ + ٥ $\text{س}^{\text{٢}}$ = ٤٤ + ٤ $\text{س}^{\text{٢}}$

∴ ٥ $\text{س}^{\text{٢}}$ − ٤ $\text{س}^{\text{٢}}$ = ٤٤ − ٣٥

∴ $\text{س}^{\text{٢}}$ = ٩

∴ س = ٣ أ، س = −٣ (مرفوض)

∴ العدد هو : ٣

١٣

نفرض أن العددين هما : أ ، ب   ∴ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{٢}}{\text{٣}}$

∴ أ = ٢ م ، ب = ٣ م   ∴ $\frac{\text{٢ م + ٧}}{\text{٣ م − ١٢}} = \frac{\text{٥}}{\text{٣}}$

∴ ١٥ م − ٦٠ = ٦ م + ٢١

∴ ١٥ م − ٦ م = ٢١ + ٦٠

∴ ٩ م = ٨١   ∴ م = ٩

∴ العددان هما : ١٨ ، ٢٧

١٤

∵ $\frac{\text{أ}}{\text{٢ س − ص}} = \frac{\text{ب}}{\text{٢ ص − س}}$

بضرب حدى النسبة الأولى فى (٢)

وجمع مقدمات وتوالى النسبتين

∴ $\frac{\text{٢ أ + ب}}{\text{٤ س − ٢ ص + ٢ ص − س}}$

= $\frac{\text{٢ أ + ب}}{\text{٣ س}}$ = إحدى النسب (١)

بضرب حدى النسبة الثانية فى (٢)

وجمع مقدمات وتوالى النسبتين

∴ $\frac{\text{أ + ٢ ب}}{\text{٢ س − ص + ٤ ص − ٢ س}}$

= $\frac{\text{أ + ٢ ب}}{\text{٣ ص}}$ = إحدى النسب (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ $\frac{\text{٢ أ + ب}}{\text{٣ س}} = \frac{\text{أ + ٢ ب}}{\text{٣ ص}}$

∴ $\frac{\text{٢ أ + ب}}{\text{س}} = \frac{\text{أ + ٢ ب}}{\text{ص}}$

١٥

∵ $\frac{\text{س + ص}}{\text{٧}} = \frac{\text{ص + ع}}{\text{٥}} = \frac{\text{ع + س}}{\text{٨}}$

بجمع مقدمات وتوالى الثلاث نسب.

∴ $\frac{\text{س + ص + ص + ع + ع + س}}{\text{٧ + ٥ + ٨}}$

= $\frac{\text{٢ س + ٢ ص + ٢ ع}}{\text{٢٠}} = \frac{\text{س + ص + ع}}{\text{١٠}}$

= إحدى النسب (١)

بضرب حدى النسبة الثانية × −١

وبجمع مقدمات وتوالى النسبتين الأولى والثانية

∴ $\frac{\text{س + ص − ص − ع}}{\text{٧ − ٥}} = \frac{\text{س − ع}}{\text{٢}}$

= إحدى النسب (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $\frac{\text{س + ص + ع}}{\text{١٠}} = \frac{\text{س − ع}}{\text{٢}}$

∴ $\frac{\text{س + ص + ع}}{\text{س − ع}} = \frac{\text{١٠}}{\text{٢}}$ = ٥

١٦

∵ $\frac{\text{س}}{\text{٢ أ + ب}} = \frac{\text{ص}}{\text{٢ ب − حـ}} = \frac{\text{ع}}{\text{٢ حـ − أ}}$

بضرب حدى النسبة الأولى فى ٢

وجمع مقدمات وتوالى النسبتين الأولى والثانية

∴ $\frac{\text{٢ س + ص}}{\text{٤ أ + ٢ ب + ٢ ب − حـ}} = \frac{\text{٢ س + ص}}{\text{٤ أ + ٤ ب − حـ}}$

= إحدى النسب (١)

بضرب حدى النسبة الأولى فى (٢)

والنسبة الثانية فى (٢)

وجمع مقدمات وتوالى النسب الثلاث

$$\therefore \frac{\text{٢س + ٢ص + ع}}{\text{٤أ + ٢ب + ٤ب − ٢حـ + ٢حـ − أ}}$$

$$= \frac{\text{٢س + ٢ص + ع}}{\text{٣أ + ٦ب}} = \text{إحدى النسب} \qquad (٢)$$

من (١) ، (٢) :

$$\therefore \frac{\text{٢س + ص}}{\text{٤أ + ٤ب − حـ}} = \frac{\text{٢س + ٢ص + ع}}{\text{٣أ + ٦ب}}$$

١٧

$$\because \frac{\text{س + ص}}{٣} = \frac{\text{ص + ع}}{٨} = \frac{\text{ع + س}}{٦}$$

بجمع مقدمات وتوالى النسب الثلاث

$$\therefore \frac{\text{س + ص + ص + ع + ع + س}}{\text{٣ + ٨ + ٦}}$$

$$= \frac{\text{٢س + ٢ص + ٢ع}}{١٧}$$

$$= \frac{\text{٢(س + ص + ع)}}{١٧} = \text{إحدى النسب} \qquad (١)$$

وبضرب حدى النسبة الثانية فى ٢ وجمع مقدمات وتوالى النسب الثلاث

$$\therefore \frac{\text{س + ص + ٢ص + ٢ع + ع + س}}{\text{٣ + ١٦ + ٦}}$$

$$= \frac{\text{٢س + ٣ص + ٣ع}}{٢٥} = \text{إحدى النسب} \qquad (٢)$$

من (١) ، (٢) :

$$\therefore \frac{\text{٢(س + ص + ع)}}{١٧} = \frac{\text{٢س + ٣ص + ٣ع}}{٢٥}$$

$$\therefore \frac{\text{س + ص + ع}}{\text{٢س + ٣ص + ٣ع}} = \frac{١٧}{\text{٢ × ٢٥}} = \frac{١٧}{٥٠}$$

١٨

$$\because \frac{\text{س + ص}}{٥} = \frac{\text{ص + ع}}{٨} = \frac{\text{ع + س}}{٧}$$

بضرب حدى النسبة الثانية فى (−١) وجمع مقدمات وتوالى النسب الثلاث

$$\therefore \frac{\text{س + ص − ص − ع + ع + س}}{\text{٥ − ٨ + ٧}} = \frac{\text{٢س}}{٤}$$

$$= \frac{\text{س}}{٢} = \text{إحدى النسب.} \qquad (١)$$

بضرب حدى النسبة الثالثة فى (−١) وجمع مقدمات وتوالى النسب الثلاث

$$\therefore \frac{\text{س + ص + ص + ع − ع − س}}{\text{٥ + ٨ − ٧}} = \frac{\text{٢ص}}{٦}$$

$$= \frac{\text{ص}}{٣} = \text{إحدى النسب.} \qquad (٢)$$

، بضرب حدى النسبة الأولى فى (−١) وجمع مقدمات وتوالى النسب الثلاث

$$\therefore \frac{\text{− س − ص + ص + ع + ع + س}}{\text{− ٥ + ٨ + ٧}} = \frac{\text{٢ع}}{١٠}$$

$$= \frac{\text{ع}}{٥} = \text{إحدى النسب.} \qquad (٣)$$

من (١) ، (٢) ، (٣) : $\therefore \frac{\text{س}}{٢} = \frac{\text{ص}}{٣} = \frac{\text{ع}}{٥}$

١٩

∵ ب وسط متناسب بين أ ، حـ

$\therefore \text{ب}^٢ = \text{أحـ}$

$$\therefore \text{الطرف الأيمن} = \frac{\text{أ}^٢ + \text{ب}^٢}{\text{ب}^٢ + \text{حـ}^٢} = \frac{\text{أ}^٢ + \text{أحـ}}{\text{أحـ} + \text{حـ}^٢}$$

$$= \frac{\text{أ (أ + حـ)}}{\text{حـ (أ + حـ)}} = \frac{\text{أ}}{\text{حـ}}$$

= الطرف الأيسر

٢٠

١ ∵ ص ∝ س   ∴ ص = م س

∴ ٢٠ = ٤ م   ∴ م = ٥

∴ ص = ٥ س

٢ عندما ص = ٤٠

∴ ٤٠ = ٥ س   ∴ س = ٨

٢١

١ ∵ ص ∝ $\frac{١}{\text{س}}$ ∴ س ص = م

∴ ٢ × ٣ = م   ∴ م = ٦

∴ س ص = ٦

٢ عندما س = ١,٥   ∴ ١,٥ ص = ٦

$\therefore \text{ص} = \frac{٦}{١,٥} = ٤$

٢٢

∵ $\frac{\text{٢١ س − ص}}{\text{٧ س − ع}} = \frac{\text{ص}}{\text{ع}}$

∴ ٢١ س ع − ص ع = ٧ س ص − ص ع

∴ ٢١ س ع = ٧ س ص ∴ ٣ ع = ص

∴ ص ∝ ع

٢٣

∵ س = ع + ٨ ، ع ∝ $\frac{١}{\text{ص}}$ ∴ ع = $\frac{\text{م}}{\text{ص}}$

∴ ٢ = $\frac{\text{م}}{٣}$ ∴ م = ٦

∴ ع = $\frac{٦}{\text{ص}}$ ∴ س = $\frac{٦}{\text{ص}}$ + ٨

وعندما س = ٣ ∴ ٣ = $\frac{٦}{\text{ص}}$ + ٨

∴ $\frac{٦}{\text{ص}}$ = −٥ ∴ ص = $\frac{-٦}{٥}$

٢٤

∵ ص = ١ + ب ، ب ∝ $\frac{١}{\text{س}^٢}$

∴ ب = $\frac{\text{م}}{\text{س}^٢}$

∴ ص = ١ + $\frac{\text{م}}{\text{س}^٢}$ ∴ ٥ = ١ + $\frac{\text{م}}{٢^٢}$

∴ ٤ = $\frac{\text{م}}{٤}$ ∴ م = ١٦

∴ ص = ١ + $\frac{١٦}{\text{س}^٢}$

عندما س = ٤

∴ ص = ١ + $\frac{١٦}{٤^٢}$ = ١ + ١ = ٢

٢٥

∴ س^٤ ص^٢ − ١٤ س^٢ ص + ٤٩ = ٠

∴ (س^٢ ص − ٧)^٢ = ٠

∴ س^٢ ص − ٧ = ٠

∴ س^٢ ص = ٧ ∴ ص ∝ $\frac{١}{\text{س}^٢}$

٢٦

١ التغير عكسى

٢ ∵ ص ∝ $\frac{١}{\text{س}}$ ∴ س ص = م

∴ م = ١٢

٣ عندما س = ٣ ∴ ٣ ص = ١٢

∴ ص = ٤

٤ عندما ص = ٢ $\frac{٢}{٥}$ ∴ ٢ $\frac{٢}{٥}$ س = ١٢

∴ س = ٥

الوحدة الثالثة

أولاً إجابات أسئلة الاختيار من متعدد

١ (جـ)	٢ (جـ)	٣ (أ)	٤ (ب)
٥ (ب)	٦ (د)	٧ (جـ)	٨ (ب)
٩ (جـ)	١٠ (ب)	١١ (د)	١٢ (جـ)
١٣ (جـ)	١٤ (أ)	١٥ (أ)	١٦ (ب)
١٧ (جـ)			

ثانياً إجابات الأسئلة المقالية

١

كون الجدول بنفسك.

، الوسط الحسابى ($\overline{\text{س}}$) = ١٦

، الانحراف المعيارى (σ) ≃ ٣,٢٩

٢

كون الجداول بنفسك.

، الانحراف المعيارى (σ) ≃ ١,٧٣

٣

كون الجداول بنفسك.

، الوسط الحسابى ($\overline{\text{س}}$) = ١١,٦

، الانحراف المعيارى (σ) ≃ ٠,٦٦

إجابات نماذج امتحانات الكتاب المدرسى فى الجبر والإحصاء

نموذج ١

١

١ (ب) ٢ (جـ) ٣ (ب)

٤ (أ) ٥ (جـ) ٦ (ب)

٢

(أ) ١ ص = {٢ ، ٥ ، ٧}

٢ ص × س = {(٢ ، ٢) ، (٥ ، ٢) ، (٧ ، ٢)}

(ب) أثبت بنفسك.

٣

(أ) ١ ع = {(٢ ، ٤) ، (٣ ، ٦) ، (٥ ، ١٠)}

، مثل بنفسك.

٢ ع دالة ، وبين بنفسك.

(ب) العدد = ١

٤

(أ) ١ {٣ ، ١ ، ٥}

٢ ٨

(ب) ١ س ص = ٦ ٢ ص = ٤

٥

(أ) مثل بنفسك ، نقطة رأس المنحنى : (٣ ، ٠)

، القيمة الصغرى للدالة = صفر

، معادلة محور التماثل هى : س = ٣

(ب) الوسط الحسابى = ٧

، الانحراف المعيارى ≃ ١,٤١

نموذج ٢

١

١ (أ) ٢ (جـ) ٣ (د)

٤ (ب) ٥ (جـ) ٦ (أ)

٢

(أ) ١ ن(س × ع) = ٢

٢ (ص ∩ س) × ع = {(٢ ، ٣)}

(ب) أثبت بنفسك.

٣

(أ) ١ ع = {(١ ، ٦) ، (٣ ، ٤) ، (٤ ، ٣) ، (٢ ، ٥)} ومثل بنفسك.

٢ ع دالة وبين بنفسك.

(ب) ٣

٤

(أ) س = ٣

(ب) ١ ص = ٢ س ٢ ص = ١٠

٥

(أ) مثل بنفسك ، نقطة رأس المنحنى : (٠ ، ٤)

، القيمة العظمى للدالة = ٤

، معادلة محور التماثل هى : س = ٠

(ب) المتوسط الحسابى = ٢,٢٦

، الانحراف المعيارى ≃ ١,٠٦

نموذج امتحان الطلاب المدمجين

١

١ الأول.　٢ الثالثة.　٣ ٣٠
٤ س　٥ ٩　٦ ٩

٢

١ (أ)　٢ (أ)　٣ (د)
٤ (ب)　٥ (جـ)　٦ (جـ)

٣

١ ✓　٢ ×　٣ ×
٤ ✓　٥ ✓　٦ ✓

٤

١ ١　٢ ٦　٣ ٨
٤ ١٠　٥ ±٦　٦ ٢

إجابات امتحانات المحافظات في الجبر والإحصاء

١ محافظة القاهرة

المجموعة الأولى

١ (أ)	٢ (ب)	٣ (جـ)
٤ (د)	٥ (ب)	٦ (د)
٧ (ب)	٨ (جـ)	٩ (د)

المجموعة الثانية

١٠ (١) ∵ ص ∝ س ∴ ص = م س

∴ ٣ = ٦ م ∴ م = $\frac{١}{٢}$

∴ ص = $\frac{١}{٢}$ س

(٢) عند س = ١٠

∴ ص = $\frac{١}{٢}$ × ١٠ = ٥

١١ ∵ $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د}$ = م

∴ أ = ب م ، جـ = د م

∴ الطرف الأيمن = $\frac{أ + ب}{جـ + د} = \frac{ب م + ب}{د م + د}$

= $\frac{ب (م + ١)}{د (م + ١)} = \frac{ب}{د}$

= الطرف الأيسر

١٢ (١) ع = {(٢ ، ٣) ، (٤ ، ١) ، (٦ ، ٧) ، (٨ ، ٥)}

(٢) ع دالة من س إلى ص

، مداها = {٣ ، ١ ، ٧ ، ٥}

١٣ ∵ $\frac{س + ١}{س + ٢} = \frac{٣}{٤}$

∴ ٣ س + ٦ = ٤ س + ٤

∴ ٦ − ٤ = ٤ س − ٣ س

∴ س = ٢

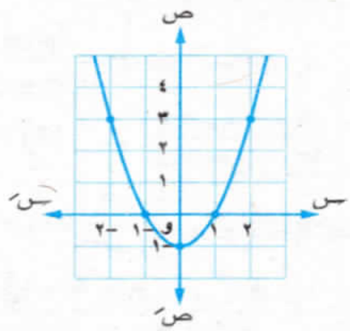
١٤ ∵ $\frac{س}{٥} = \frac{ص}{٦}$

∴ س = ٥ م ، ص = ٦ م

∴ $\frac{٢ س + ص}{ص − س} = \frac{١٠ م + ٦ م}{٦ م − ٥ م} = \frac{١٦ م}{م}$ = ١٦

١٥ د (س) = $س^{٢}$ − ١

س	−٢	−١	٠	١	٢
د (س)	٣	٠	−١	٠	٣



من الرسم :

(١) نقطة رأس المنحنى هي : (٠ ، −١)

(٢) القيمة الصغرى = −١

١٦ كون الجدول بنفسك

، الوسط الحسابي ($\overline{س}$) = ٨

، الانحراف المعياري (σ) ≃ ٢,٨٣

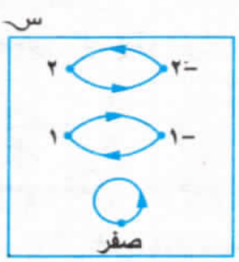
٢ محافظة الجيزة

المجموعة الأولى

١ (ب)	٢ (د)	٣ (أ)
٤ (ب)	٥ (جـ)	٦ (د)
٧ (أ)	٨ (جـ)	٩ (ب)

المجموعة الثانية

١٠ (١) ع = {(−٢ ، ٢) ، (−١ ، ١) ، (٠ ، ٠) ، (١ ، −١) ، (٢ ، −٢)}



(٢) ع دالة على س لأن كل عنصر من عناصر س له صورة وحيدة في س

١١ ∵ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{جـ}} = \text{م}$

∴ ب = جـ م ، أ = جـ $\text{م}^{٢}$

∴ $\frac{\text{أ} + \text{ب}}{\text{ب} + \text{جـ}} = \frac{\text{جـ م}^{٢} + \text{جـ م}}{\text{جـ م} + \text{جـ}} = \frac{\text{جـ م}(\text{م} + ١)}{\text{جـ}(\text{م} + ١)} = \text{م}$ (١)

، $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ م}^{٢}}{\text{جـ م}} = \text{م}$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $\frac{\text{أ} + \text{ب}}{\text{ب} + \text{جـ}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}}$

١٢ (١) ∵ ص ∝ $\frac{١}{\text{س}}$ ∴ س ص = م

∴ $\frac{٢}{٣}$ × ٩ = م ∴ م = ٦

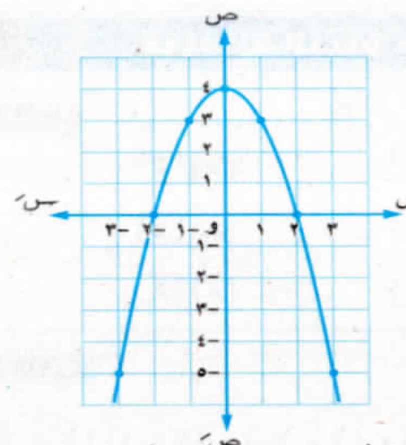
∴ س ص = ٦

(٢) عند س = ٢ ∴ ٢ ص = ٦

∴ ص = $\frac{٦}{٢}$ = ٣

١٣ د (س) = ٤ − $\text{س}^{٢}$

س	٣−	٢−	١−	٠	١	٢	٣
د (س)	٥−	٠	٣	٤	٣	٠	٥−



من الرسم :

(١) القيمة العظمى = ٤

(٢) معادلة محور التماثل هى : س = ٠

١٤ ∵ $\frac{\text{س}}{٤} = \frac{\text{ص}}{٥} = \frac{\text{ع}}{٣} = \text{م}$

∴ س = ٤ م ، ص = ٥ م ، ع = ٣ م

∴ $\frac{\text{س} - \text{ص} + ٢\text{ع}}{٢\text{س} + \text{ص} - \text{ع}} = \frac{٤\text{م} - ٥\text{م} + ٦\text{م}}{٨\text{م} + ٥\text{م} - ٣\text{م}}$

$= \frac{٥\text{م}}{١٠\text{م}} = \frac{١}{٢}$

١٥ ∵ $\frac{\text{أ} + ٣\text{ب}}{٢\text{أ} - \text{ب}} = \frac{٤}{٣}$

∴ ٣ أ + ٩ ب = ٨ أ − ٤ ب

∴ ٩ ب + ٤ ب = ٨ أ − ٣ أ

∴ ١٣ ب = ٥ أ ∴ $\frac{\text{ب}}{\text{أ}} = \frac{٥}{١٣}$

١٦ كون الجدول بنفسك.

الانحراف المعيارى (σ) ≃ ٣,٢٩

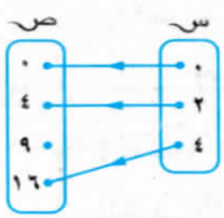
٣ محافظة الإسكندرية

المجموعة الأولى

١ (أ)	٢ (ب)	٣ (أ)
٤ (أ)	٥ (أ)	٦ (أ)
٧ (ب)	٨ (أ)	٩ (جـ)

المجموعة الثانية

١٠ ع = {(٠ ، ٠) ، (٢ ، ٤) ، (٤ ، ١٦)}



نعم ع دالة

، مداها = {٠ ، ٤ ، ١٦}

١١ (١) ∵ ص ∝ س ∴ ص = م س

∴ ٦ = ٣ م ∴ م = ٢

∴ ص = ٢ س

(٢) عند س = ٥ ∴ ص = ٢ × ٥ = ١٠

١٢ نفرض أن العدد = س

∴ $\frac{\text{س} + ٥}{\text{س} + ٧} = \frac{٣}{٤}$

∴ ٤ س + ٢٠ = ٣ س + ٢١

∴ ٤ س − ٣ س = ٢١ − ٢٠

∴ س = ١ ∴ العدد المطلوب = ١

١٣ ∵ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{جـ}} = \text{م}$

∴ ب = جـ م ، أ = جـ $\text{م}^{٢}$

∴ $\frac{\text{ب}}{\text{ب} + \text{جـ}} = \frac{\text{جـ م}}{\text{جـ م} + \text{جـ}} = \frac{\text{جـ م}}{\text{جـ}(١ + \text{م})}$

$= \frac{\text{م}}{\text{م} + ١}$ (١)

، $\frac{أ}{أ + ب} = \frac{جـ م^{٢}}{جـ م + جـ م^{٢}} = \frac{جـ م^{٢}}{جـ م (١ + م)}$

$= \frac{م}{م + ١}$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $\frac{ب}{ب + جـ} = \frac{أ}{أ + ب}$

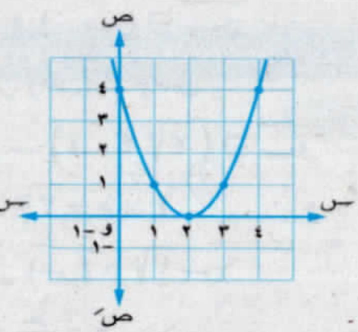
١٤ ∵ $\frac{س}{ص} = \frac{٢}{٣}$

∴ س = ٢ م ، ص = ٣ م

∴ $\frac{٣ س + ٢ ص}{٦ ص - س} = \frac{٦ م + ٦ م}{١٨ م - ٢ م} = \frac{١٢ م}{١٦ م} = \frac{٣}{٤}$

١٥ د (س) = $(س - ٢)^{٢} = س^{٢} - ٤ س + ٤$

س	٠	١	٢	٣	٤
د (س)	٤	١	٠	١	٤



من الرسم :

(١) معادلة محور التماثل هى : س = ٢

(٢) القيمة الصغرى = ٠

١٦ كون الجدول بنفسك

، الوسط الحسابى $(\overline{س}) = ١٦$

، الانحراف المعيارى (σ) ≃ ٣,٢٩

٤ محافظة القليوبية

المجموعة الأولى

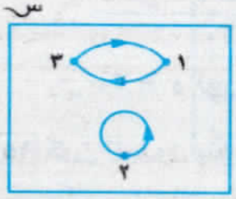
١ (أ) **٢** (ب) **٣** (د)

٤ (ب) **٥** (د) **٦** (د)

٧ (أ) **٨** (ب) **٩** (أ)

المجموعة الثانية

١٠ ع = {(١ ، ٣) ، (٢ ، ٢)
، (٣ ، ١)}



، ع دالة على س لأن كل عنصر من عناصر س له صورة وحيدة فى س

١١ ∵ $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{جـ} = م$

∴ ب = جـ م ، أ = جـ $م^{٢}$

∴ $\frac{أ + ب}{ب + جـ} = \frac{جـ م^{٢} + جـ م}{جـ م + جـ} = \frac{جـ م (م + ١)}{جـ (م + ١)}$

= م (١)

، $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ م^{٢}}{جـ م} = م$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $\frac{أ + ب}{ب + جـ} = \frac{أ}{ب}$

١٢ ∵ $\frac{أ}{ب} = \frac{جـ}{د} = م$

∴ أ = ب م ، جـ = د م

∴ $\frac{٣ أ + ٢ جـ}{٣ ب + ٢ د} = \frac{٣ ب م + ٢ د م}{٣ ب + ٢ د} = \frac{م (٣ ب + ٢ د)}{٣ ب + ٢ د}$

= م (١)

، $\frac{٥ أ - جـ}{٥ ب - د} = \frac{٥ ب م - د م}{٥ ب - د} = \frac{م (٥ ب - د)}{٥ ب - د}$

= م (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $\frac{٣ أ + ٢ جـ}{٣ ب + ٢ د} = \frac{٥ أ - جـ}{٥ ب - د}$

١٣ (١) التغير طردى.

(٢) ∵ ص ∝ س

∴ ص = م س ∴ ٤ = ٢ م

∴ م = ٢ ∴ ص = ٢ س

(٣) عند ص = ٧ ∴ ٧ = ٢ س

∴ س = $\frac{٧}{٢}$

١٤ ∵ $\frac{س}{٣} = \frac{ص}{٢} = \frac{ع}{٥} = \frac{٣ س - ٢ ص + ٥ ع}{٥ ك}$

بضرب حدى النسبة الأولى فى ٣ ، والنسبة الثانية فى −٢ والنسبة الثالثة فى ٥ وبجمع مقدمات وتوالى النسب.

$\therefore \frac{\text{٣س} - \text{٢ص} + \text{٥ع}}{\text{٩} - \text{٤} + \text{٢٥}}$ = إحدى النسب.

$\therefore \frac{\text{٣س} - \text{٢ص} + \text{٥ع}}{\text{٣٠}} = \frac{\text{٣س} - \text{٢ص} + \text{٥ع}}{\text{٥ك}}$

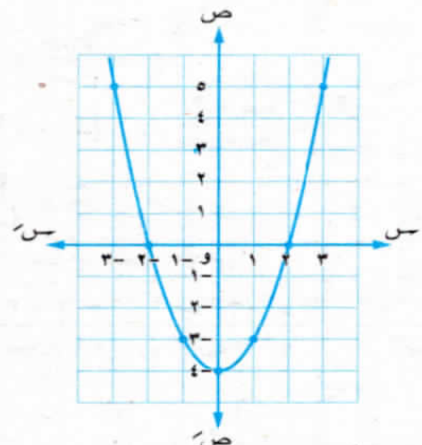
$\therefore \text{٥ك} = \text{٣٠}$ $\quad \therefore \text{ك} = \text{٦}$

١٥ كون الجدول بنفسك

، الانحراف المعيارى $(\sigma) \simeq \text{٢,١٦}$

١٦ د (س) = $\text{س}^{\text{٢}} - \text{٤}$

س	−٣	−٢	−١	٠	١	٢	٣
د (س)	٥	٠	−٣	−٤	−٣	٠	٥



من الرسم :

(١) نقطة رأس المنحنى هى : (٠ ، −٤)

(٢) القيمة الصغرى للدالة = −٤

٥ محافظة الشرقية

المجموعة الأولى

١ (أ) ٢ (ب) ٣ (د)

٤ (جـ) ٥ (د) ٦ (أ)

٧ (جـ) ٨ (د) ٩ (جـ)

المجموعة الثانية

١٠ (١) ∵ ص $\propto \frac{\text{١}}{\text{س}}$ $\quad$ ∴ س ص = م

∴ ٤ × ٣ = م $\quad$ ∴ م = ١٢

∴ س ص = ١٢

(٢) عند ص = ٦ $\quad$ ∴ ٦ س = ١٢

∴ س = $\frac{\text{١٢}}{\text{٦}}$ = ٢

١١ (١) نفرض أن : أ = (س ، ٠)

، س = $\frac{-\text{ب}}{\text{٢أ}} = \frac{\text{٨}}{\text{٢}}$ = ٤

∴ أ (٤ ، ٠)

(٢) ∵ مساحة Δ أ ب و = $\frac{\text{١}}{\text{٢}}$ × أ و × أ ب

∴ ٨ $\sqrt{\text{٣}}$ = $\frac{\text{١}}{\text{٢}}$ × ٤ × أ ب

∴ أ ب = $\frac{\text{٨}\sqrt{\text{٣}}}{\text{٢}}$ = ٤ $\sqrt{\text{٣}}$ وحدة طول

∴ ب = (٤ ، ٤ $\sqrt{\text{٣}}$)

قاعدة الدالة التى تمثل $\overleftrightarrow{\text{ب و}}$ هى :

ر (س) = م س + جـ

، ∵ و (٠ ، ٠) ∈ $\overleftrightarrow{\text{ب و}}$

∴ ر (س) = م س

، ∵ ب (٤ ، ٤ $\sqrt{\text{٣}}$) ∈ $\overleftrightarrow{\text{ب و}}$

∴ ٤ $\sqrt{\text{٣}}$ = م × ٤ $\quad$ ∴ م = $\sqrt{\text{٣}}$

∴ ر (س) = $\sqrt{\text{٣}}$ س

١٢ ∵ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د}}$ = م

∴ أ = ب م ، جـ = د م

$\therefore \frac{\text{٣أ} - \text{٢جـ}}{\text{٣ب} - \text{٢د}} = \frac{\text{٣ب م} - \text{٢د م}}{\text{٣ب} - \text{٢د}} = \frac{\text{م}(\text{٣ب} - \text{٢د})}{\text{٣ب} - \text{٢د}}$

= م $\quad$ (١)

، $\frac{\text{٥أ} + \text{٣جـ}}{\text{٥ب} + \text{٣د}} = \frac{\text{٥ب م} + \text{٣د م}}{\text{٥ب} + \text{٣د}} = \frac{\text{م}(\text{٥ب} + \text{٣د})}{\text{٥ب} + \text{٣د}}$

= م $\quad$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $\frac{\text{٣أ} - \text{٢جـ}}{\text{٣ب} - \text{٢د}} = \frac{\text{٥أ} + \text{٣جـ}}{\text{٥ب} + \text{٣د}}$

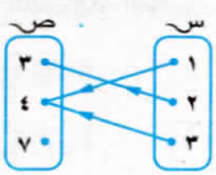
١٣ ع = {(١ ، ٤) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٤)}

، ع دالة من س إلى ص

لأن كل عنصر من عناصر س

له صورة وحيدة فى ص

، ومداها = {٣ ، ٤}



١٤ نفرض أن العدد = س

∴ $\frac{\text{٤٩ − ٣ س}}{\text{٦٩ − ٣ س}} = \frac{\text{٢}}{\text{٣}}$

∴ ١٤٧ − ٩ س = ١٣٨ − ٦ س

∴ ١٤٧ − ١٣٨ = −٦ س + ٩ س

∴ ٩ = ٣ س ∴ س = ٣

∴ العدد المطلوب = ٣

١٥ ∵ $\frac{\text{أ}}{\text{٣}} = \frac{\text{ب}}{\text{٤}} = \frac{\text{جـ}}{\text{٥}} = \text{م}$

∴ أ = ٣ م ، ب = ٤ م ، جـ = ٥ م

∴ $\frac{\text{٢ ب − جـ}}{\text{٣ أ − ٢ ب + جـ}} = \frac{\text{٨ م − ٥ م}}{\text{٩ م − ٨ م + ٥ م}} = \frac{\text{٣ م}}{\text{٦ م}} = \frac{\text{١}}{\text{٢}}$

١٦ كون الجدول بنفسك

، الوسط الحسابى $(\overline{\text{س}})$ = ١٠

، الانحراف المعيارى (σ) ≃ ١,٤١

٦ محافظة المنوفية

السؤال الأول

(أ) ① (ب) ② (د) ③ (أ)

(ب) ① ∵ ص ∝ $\frac{\text{١}}{\text{س}}$ ∴ س ص = م

∴ ٣ × ٢ = م ∴ م = ٦

∴ س ص = ٦

② عند س = ٤ ∴ ٤ ص = ٦

∴ ص = $\frac{\text{٦}}{\text{٤}}$ = ١,٥

السؤال الثانى

(أ) ① (جـ) ② (جـ) ③ (أ)

(ب) ∵ ب وسط متناسب بين أ ، جـ

∴ ب^2 = أ جـ

∴ الطرف الأيمن = $\frac{\text{أ}^2}{\text{ب}^2} + \frac{\text{ب}^2}{\text{جـ}^2} = \frac{\text{أ}^2}{\text{أ جـ}} + \frac{\text{أ جـ}}{\text{جـ}^2}$

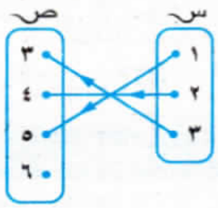
$= \frac{\text{أ}}{\text{جـ}} + \frac{\text{أ}}{\text{جـ}} = \frac{\text{٢ أ}}{\text{جـ}}$

= الطرف الأيسر.

السؤال الثالث

(أ) ① (ب) ② (ب) ③ (جـ)

(ب) ① ع = {(١ ، ٥) ، (٢ ، ٤) ، (٣ ، ٣)}

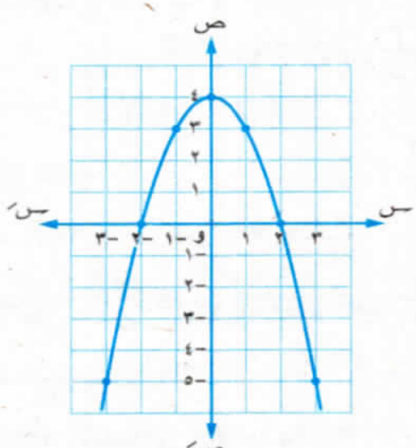


② ع دالة من س إلى ص لأن كل عنصر من عناصر س له صورة وحيدة فى ص

السؤال الرابع

(أ) د (س) = ٤ − س^2

س	−٣	−٢	−١	٠	١	٢	٣
د (س)	−٥	٠	٣	٤	٣	٠	−٥



من الرسم :

① معادلة محور التماثل هى : س = ٠

② القيمة العظمى = ٤

(ب) ∵ $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{\text{٢}}{\text{٣}}$

∴ س = ٢ م ، ص = ٣ م

∴ $\frac{\text{٣ س − ص}}{\text{٢ س + ص}} = \frac{\text{٦ م − ٣ م}}{\text{٤ م + ٣ م}} = \frac{\text{٣ م}}{\text{٧ م}} = \frac{\text{٣}}{\text{٧}}$

السؤال الخامس

(أ) نفرض أن العدد = س ∴ $\frac{\text{٧ + س}}{\text{١١ + س}} = \frac{\text{٤}}{\text{٥}}$

∴ ٣٥ + ٥ س = ٤٤ + ٤ س

∴ ٥ س − ٤ س = ٤٤ − ٣٥

∴ س = ٩ ∴ العدد المطلوب = ٩

(ب) كون الجدول بنفسك

، الوسط الحسابى ($\overline{\text{س}}$) = ٥

، الانحراف المعيارى (σ) ≃ ١,٤١

٧ محافظة الغربية

المجموعة الأولى

١ (جـ)	٢ (د)	٣ (ب)
٤ (أ)	٥ (جـ)	٦ (د)
٧ (ب)	٨ (جـ)	٩ (أ)

المجموعة الثانية

١٠ ① $\text{س} \times \text{ص} = \{(٢ ، ٤) ، (-١ ، ٤)\}$

② $\nu(\text{ص}^٢) = ١^٢ = ١$

③ $\text{س}^٢ = \{(٢ ، ٢) ، (٢ ، -١) ، (-١ ، ٢) ، (-١ ، -١)\}$

١١ ∵ $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{٢}{٣}$

∴ س = ٢ م ، ص = ٣ م

∴ $\frac{٣\text{س} + ٢\text{ص}}{٦\text{ص} - \text{س}} = \frac{٦\text{م} + ٦\text{م}}{١٨\text{م} - ٢\text{م}} = \frac{١٢\text{م}}{١٦\text{م}} = \frac{٣}{٤}$

١٢ كون الجدول بنفسك

، الانحراف المعيارى (σ) ≃ ٢,٤٥

١٣ ① ∵ $\text{ص} \propto \frac{١}{\text{س}}$ ∴ س ص = م

∴ ٣ × ٢ = م ∴ م = ٦

∴ س ص = ٦

② عند س = ١,٥ ∴ ١,٥ ص = ٦

∴ $\text{ص} = \frac{٦}{١,٥} = ٤$

١٤ ∵ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{جـ}} = \text{م}$

∴ ب = جـ م ، $\text{أ} = \text{جـ م}^٢$

∴ $\frac{\text{أ} - \text{ب}}{\text{أ} - \text{جـ}} = \frac{\text{جـ م}^٢ - \text{جـ م}}{\text{جـ م}^٢ - \text{جـ}} = \frac{\text{جـ م}(\text{م} - ١)}{\text{جـ}(\text{م}^٢ - ١)}$

$= \frac{\text{جـ م}(\text{م} - ١)}{\text{جـ}(\text{م} - ١)(\text{م} + ١)} = \frac{\text{م}}{\text{م} + ١}$ (١)

، $\frac{\text{ب}}{\text{ب} + \text{جـ}} = \frac{\text{جـ م}}{\text{جـ م} + \text{جـ}} = \frac{\text{جـ م}}{\text{جـ}(\text{م} + ١)}$

$= \frac{\text{م}}{\text{م} + ١}$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $\frac{\text{أ} - \text{ب}}{\text{أ} - \text{جـ}} = \frac{\text{ب}}{\text{ب} + \text{جـ}}$

١٥ نفرض أن العدد = س

∴ $\frac{٣ + \text{س}^٢}{٨ - \text{س}^٢} = \frac{٧}{٤}$

∴ $١٢ + ٤\text{س}^٢ = ٥٦ - ٧\text{س}^٢$

∴ $٤\text{س}^٢ + ٧\text{س}^٢ = ٥٦ - ١٢$

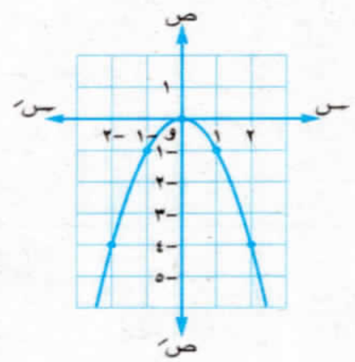
∴ $١١\text{س}^٢ = ٤٤$ ∴ $\text{س}^٢ = ٤$

∴ س = ٢ أو س = -٢ (مرفوض)

∴ العدد المطلوب = ٢

١٦ $\text{د}(\text{س}) = -\text{س}^٢$

س	-٢	-١	٠	١	٢
د (س)	-٤	-١	٠	-١	-٤



من الرسم :

- معادلة محور التماثل هى : س = ٠
- القيمة العظمى = ٠

٨ محافظة الدقهلية

السؤال الأول

١ (أ) ① (ب) ② (جـ) ③ (ب)

(ب) ① ع = {(١ ، ٨) ، (٢ ، ٤) ، (٤ ، ٢) ، (٨ ، ١)}

② ∵ (٢ ، ٤) ∈ بيان ع

، م ع ٤ ∴ م = ٢

السؤال الثانى

(أ) ① (ب) ② (د) ③ (جـ)

(ب) كون الجدول بنفسك

، الانحراف المعيارى (σ) ≃ ٢,٨٣

السؤال الثالث

(أ) ① (ب) ② (جـ) ③ (أ)

(ب) ① ∵ س = ع + ٩ ، ع ∝ ص

∴ ع = م ص ∴ س = م ص + ٩

وعند س = ٢٤ ، ص = ٥

∴ ٢٤ = ٥ م + ٩ ∴ ٥ م = ١٥

∴ م = ٣

∴ س = ٣ ص + ٩

② ∵ ع = م ص ، م = ٣

∴ ع = ٣ ص ∴ عند ع = ١٢

∴ ١٢ = ٣ ص ∴ ص = $\frac{١٢}{٣}$ = ٤

السؤال الرابع

(أ) ∵ ع ∝ $\frac{1}{\text{نق}^2}$ ∴ $\frac{\text{ع}_1}{\text{ع}_2} = \frac{\text{نق}_2^2}{\text{نق}_1^2}$

∴ $\frac{٥}{\text{ع}_2} = \frac{(٢,٥)^2}{(٣)^2}$ ∴ $\text{ع}_2 = \frac{٥ \times (٣)^2}{(٢,٥)^2}$

∴ ع_2 = ٧,٢ سم/ث.

(ب) ∵ $\frac{\text{س} + ٢\text{ص}}{\text{أ} + ٤\text{ب}} = \frac{٢\text{ص} + ٥\text{ع}}{٤\text{ب} + ٧\text{حـ}} = \frac{٥\text{ع} + \text{س}}{٧\text{حـ} + \text{أ}}$

بضرب حدى النسبة الثانية فى −١ وجمع مقدمات وتوالى النسب الثلاث.

∴ $\frac{\text{س} + ٢\text{ص} - ٢\text{ص} - ٥\text{ع} + ٥\text{ع} + \text{س}}{\text{أ} + ٤\text{ب} - ٤\text{ب} - ٧\text{حـ} + ٧\text{حـ} + \text{أ}}$

$= \frac{٢\text{س}}{٢\text{أ}} = \frac{\text{س}}{\text{أ}}$ = إحدى النسب (١)

، بضرب حدى النسبة الثالثة فى −١ وجمع مقدمات وتوالى النسب الثلاث.

∴ $\frac{\text{س} + ٢\text{ص} + ٢\text{ص} + ٥\text{ع} - ٥\text{ع} - \text{س}}{\text{أ} + ٤\text{ب} + ٤\text{ب} + ٧\text{حـ} - ٧\text{حـ} - \text{أ}}$

$= \frac{٤\text{ص}}{٨\text{ب}} = \frac{\text{ص}}{٢\text{ب}}$ = إحدى النسب (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $\frac{\text{س}}{\text{أ}} = \frac{\text{ص}}{٢\text{ب}}$

∴ $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{\text{أ}}{٢\text{ب}}$

السؤال الخامس

(أ) ∵ أ ، ٦ ، ب ، ٥٤ فى تناسب متسلسل.

∴ $\frac{\text{أ}}{٦} = \frac{٦}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{٥٤}$

∴ ب^2 = ٦ × ٥٤ = ٣٢٤

∴ ب = ١٨ أو ب = −١٨ (مرفوض)

∴ $\frac{\text{أ}}{٦} = \frac{٦}{١٨}$

∴ أ = $\frac{٦ \times ٦}{١٨}$ = ٢

(ب) ① ∵ مساحة Δ أب حـ = $\frac{1}{2}$ × أب × حـ و

∴ ٣ = $\frac{1}{2}$ × ٢ × حـ و

∴ حـ و = ٣ وحدة طول ∴ حـ = (٠ ، ٣)

، ∵ معادلة محور التماثل هى : س = ٢

، أب = ٢ وحدة طول

∴ أ = (١ ، ٠) ، ب = (٣ ، ٠)

، ∵ حـ ∈ د (س)

∴ د (٠) = ٠ + هـ = ٣ ∴ هـ = ٣

∴ د (س) = م س + ٣

، ∵ ب ∈ د (س)

∴ د (٣) = ٣ م + ٣ = ٠

∴ ٣ م = −٣ ∴ م = −١

∴ د (س) = −س + ٣

② د (٤) = −٤ + ٣ = −١

٩ محافظة الإسماعيلية

المجموعة الأولى

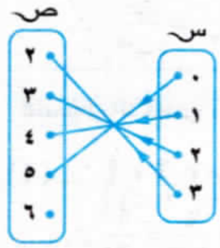
١ (د)　٢ (ب)　٣ (جـ)

٤ (د)　٥ (أ)　٦ (جـ)

٧ (ب)　٨ (أ)　٩ (د)

المجموعة الثانية

١٠ ① ع = {(٠ ، ٥) ، (١ ، ٤) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٢)}



② ع دالة من س إلى ص لأن كل عنصر من عناصر س له صورة وحيدة فى ص

١١ ∵ أ ∝ $\frac{١}{ب}$　∴ $\frac{أ_١}{أ_٢} = \frac{ب_٢}{ب_١}$

① عند ب = ١,٥

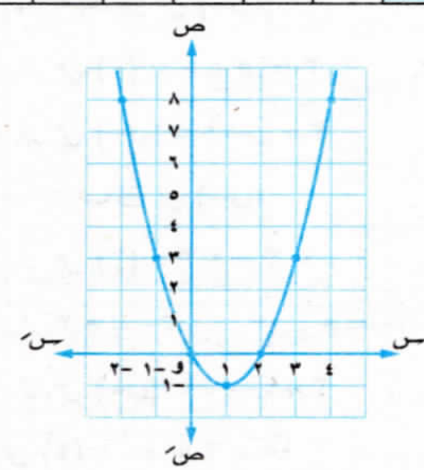
∴ $\frac{١٢}{أ_٢} = \frac{١,٥}{٨}$　∴ $أ_٢ = \frac{١٢ \times ٨}{١,٥} = ٦٤$

② عند أ = ٢

∴ $\frac{١٢}{٢} = \frac{ب_٢}{٨}$　∴ $ب_٢ = \frac{١٢ \times ٨}{٢} = ٤٨$

١٢ د (س) = $س^٢$ − ٢ س

س	−٢	−١	٠	١	٢	٣	٤
د (س)	٨	٣	٠	−١	٠	٣	٨



من الرسم :

① نقطة رأس المنحنى هى : (١ ، −١)

② القيمة الصغرى = −١

③ معادلة محور التماثل هى : س = ١

١٣ ∵ $\frac{س - ٢ ص}{س + ٣ ص} = \frac{١}{٢}$

∴ س + ٣ ص = ٢ س − ٤ ص

∴ ٣ ص + ٤ ص = ٢ س − س

∴ ٧ ص = س　∴ $\frac{ص}{س} = \frac{١}{٧}$

١٤ ∵ $\frac{س}{٢} = \frac{ص}{٥} = \frac{ع}{٧} = م$

∴ س = ٢ م ، ص = ٥ م ، ع = ٧ م

∴ الطرف الأيمن = $\frac{٥ ص - ٣ ع}{٢ ع - ٣ س}$

= $\frac{٢٥ م - ٢١ م}{١٤ م - ٦ م} = \frac{٤ م}{٨ م}$

= $\frac{١}{٢}$ = الطرف الأيسر.

١٥ ∵ ب وسط متناسب بين أ ، جـ

∴ $ب^٢$ = أ جـ

∴ الطرف الأيمن = $\frac{أ^٢}{ب^٢} + \frac{ب^٢}{جـ^٢} = \frac{أ^٢}{أ جـ} + \frac{أ جـ}{جـ^٢}$

= $\frac{أ}{جـ} + \frac{أ}{جـ} = \frac{٢ أ}{جـ}$

= الطرف الأيسر

١٦ كون الجدول بنفسك

، الانحراف المعيارى (σ) = ٤

١٠ محافظة بورسعيد

المجموعة الأولى

١ (د)　٢ (جـ)　٣ (أ)

٤ (جـ)　٥ (جـ)　٦ (جـ)

٧ (د)　٨ (أ)　٩ (جـ)

المجموعة الثانية

١٠ ∵ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د}} = \text{م}$

∴ أ = ب م ، جـ = د م

∴ الطرف الأيمن $= \frac{\text{أ} + \text{ب}}{\text{جـ} + \text{د}} = \frac{\text{ب م} + \text{ب}}{\text{د م} + \text{د}}$

$= \frac{\text{ب}(\text{م} + ١)}{\text{د}(\text{م} + ١)} = \frac{\text{ب}}{\text{د}}$

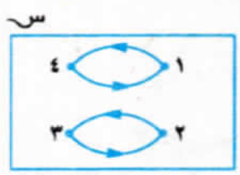
= الطرف الأيسر.

١١ ∵ $\frac{\text{س}}{٣} = \frac{\text{ص}}{٤} = \text{م}$

∴ س = ٣ م ، ص = ٤ م

∴ $\frac{\text{س} + \text{ص}}{٢\,\text{س} - \text{ص}} = \frac{٣\,\text{م} + ٤\,\text{م}}{٦\,\text{م} - ٤\,\text{م}} = \frac{٧\,\text{م}}{٢\,\text{م}} = \frac{٧}{٢}$

١٢ ع = {(١ ، ٤) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٢) ، (٤ ، ١)}



ع دالة على س لأن كل عنصر من عناصر س له صورة وحيدة فى س

١٣ ∵ ص ∝ $\frac{١}{\text{س}}$ ∴ $\frac{\text{ص}_١}{\text{ص}_٢} = \frac{\text{س}_٢}{\text{س}_١}$

∴ $\frac{٨}{\text{ص}_٢} = \frac{٤}{٣}$ ∴ $\text{ص}_٢ = \frac{٨ \times ٣}{٤} = ٦$

١٤ (١) نقطة رأس المنحنى هى : (٠ ، ٤)

(٢) معادلة محور تماثل المنحنى هى : س = ٠

(٣) القيمة العظمى = ٤

١٥ كون الجدول بنفسك

، الوسط الحسابى $(\bar{\text{س}})$ = ٨

، الانحراف المعيارى $(\sigma) \simeq$ ٤,٢٤

١٦ ∵ $\frac{\text{أ} + ٣\,\text{ب}}{٣} = \frac{٢\,\text{ب} + \text{جـ}}{٢}$

∴ ٦ ب + ٣ جـ = ٢ أ + ٦ ب

∴ ٣ جـ = ٢ أ ∴ أ = $\frac{٣}{٢}$ جـ

∴ أ ∝ جـ

١١ محافظة دمياط

السؤال الأول

١ (أ) (١) (أ) (٢) (د) (٣) (جـ)

(ب) ∵ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{جـ}} = \text{م}$

∴ ب = جـ م ، أ = جـ $\text{م}^٢$

∴ $\frac{\text{أ}}{\text{جـ}} = \frac{\text{جـ}\,\text{م}^٢}{\text{جـ}} = \text{م}^٢$ (١)

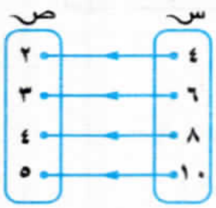
، $\frac{\text{ب}^٢}{\text{جـ}^٢} = \frac{\text{جـ}^٢\,\text{م}^٢}{\text{جـ}^٢} = \text{م}^٢$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $\frac{\text{أ}}{\text{جـ}} = \frac{\text{ب}^٢}{\text{جـ}^٢}$

السؤال الثانى

(أ) (١) (ب) (٢) (د) (٣) (جـ)

(ب) ع = {(٤ ، ٢) ، (٦ ، ٣) ، (٨ ، ٤) ، (١٠ ، ٥)}



ع دالة من س إلى ص

السؤال الثالث

(أ) (١) (ب) (٢) (د) (٣) (أ)

(ب) (١) ∵ ص ∝ $\frac{١}{\text{س}}$ ∴ س ص = م

∴ ٣ × ٢ = م ∴ م = ٦

∴ س ص = ٦

(٢) عند ص = ٦ ∴ ٦ س = ٦

∴ س = ١

السؤال الرابع

(أ) ∵ $\frac{٥\,\text{ص} - ٣\,\text{س}}{٣\,\text{ص} + ٥\,\text{س}} = ١$

∴ ٥ ص − ٣ س = ٣ ص + ٥ س

∴ ٥ ص − ٣ ص = ٥ س + ٣ س

∴ ٢ ص = ٨ س ∴ ص = ٤ س

∴ ص ∝ س

(ب) نفرض أن العدد = س

∴ $\frac{\text{٣ + س}}{\text{٥ + س}} = \frac{\text{٨ + س}}{\text{١٢ + س}}$

∴ (٣ + س) (١٢ + س) = (٥ + س) (٨ + س)

∴ ٣٦ + ١٥ س + $\text{س}^{٢}$ = ٤٠ + ١٣ س + $\text{س}^{٢}$

∴ ١٥ س − ١٣ س = ٤٠ − ٣٦

∴ ٢ س = ٤ ∴ س = ٢

∴ العدد المطلوب = ٢

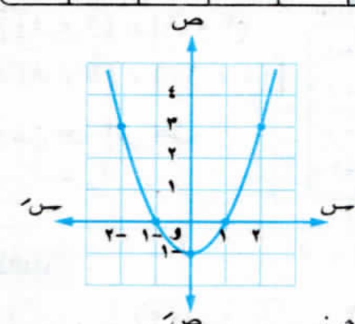
السؤال الخامس

(أ) كون الجدول بنفسك ، الوسط الحسابى ($\overline{\text{س}}$) = ٥

، الانحراف المعيارى (σ) ≃ ٢,٨٣

(ب) د (س) = $\text{س}^{٢}$ − ١

س	−٢	−١	٠	١	٢
د (س)	٣	٠	−١	٠	٣



من الرسم :

① القيمة الصغرى = −١

② معادلة محور التماثل هى : س = ٠

١٢ محافظة البحيرة

المجموعة الأولى

١ (د) ٢ (جـ) ٣ (ب)

٤ (أ) ٥ (د) ٦ (د)

٧ (أ) ٨ (أ) ٩ (جـ)

المجموعة الثانية

١٠ ① ∵ أ ∝ ب ∴ أ = م ب

∴ ٢٠ = ٧ م ∴ م = $\frac{٢٠}{٧}$

∴ أ = $\frac{٢٠}{٧}$ ب

② عند أ = ٤٠ ∴ ٤٠ = $\frac{٢٠}{٧}$ ب

∴ ب = ٤٠ × $\frac{٧}{٢٠}$ = ١٤

١١ نفرض أن العددين هما : أ ، ب

∴ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{٣}{٧}$ ∴ أ = ٣ م ، ب = ٧ م

∴ $\frac{\text{٣ م − ٥}}{\text{٧ م − ٥}} = \frac{١}{٣}$ ∴ ٩ م − ١٥ = ٧ م − ٥

∴ ٩ م − ٧ م = −٥ + ١٥

∴ ٢ م = ١٠ ∴ م = ٥

∴ العددان هما : ١٥ ، ٣٥

١٢ ∵ أ ، ب ، جـ فى تناسب متسلسل

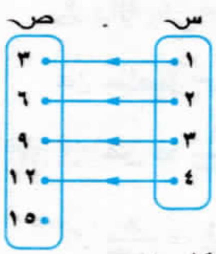
∴ $\text{ب}^{٢}$ = أ جـ

∴ الطرف الأيمن = $\frac{\text{أ}^{٢} + \text{ب}^{٢}}{\text{ب}^{٢} + \text{جـ}^{٢}} = \frac{\text{أ}^{٢} + \text{أ جـ}}{\text{أ جـ} + \text{جـ}^{٢}}$

= $\frac{\text{أ (أ + جـ)}}{\text{جـ (أ + جـ)}} = \frac{\text{أ}}{\text{جـ}}$

= الطرف الأيسر

١٣ ① ع = {(١ ، ٣) ، (٢ ، ٦) ، (٣ ، ٩) ، (٤ ، ١٢)}



② ع دالة من س إلى ص لأن كل عنصر من عناصر س له صورة وحيدة فى ص

١٤ ∵ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د}}$ = م

∴ أ = ب م ، جـ = د م

∴ $\frac{\text{أ}}{\text{ب − أ}} = \frac{\text{ب م}}{\text{ب − ب م}} = \frac{\text{ب م}}{\text{ب (١ − م)}}$

= $\frac{\text{م}}{\text{١ − م}}$ (١)

، $\frac{\text{جـ}}{\text{د − جـ}} = \frac{\text{د م}}{\text{د − د م}} = \frac{\text{د م}}{\text{د (١ − م)}} = \frac{\text{م}}{\text{١ − م}}$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $\frac{\text{أ}}{\text{ب − أ}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د − جـ}}$

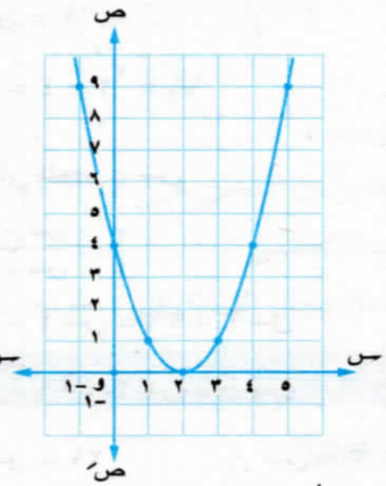
١٥ كون الجدول بنفسك

، الوسط الحسابى ($\overline{\text{س}}$) = ١٦

، الانحراف المعيارى (σ) ≃ ٤,٤٣

16 د (س) = $(س - ٢)^{٢} = س^{٢} - ٤ س + ٤$

س	١-	٠	١	٢	٣	٤	٥
د (س)	٩	٤	١	٠	١	٤	٩



من الرسم :

① نقطة رأس المنحنى هى : (٢ ، ٠)

② معادلة محور التماثل هى : س = ٢

③ القيمة الصغرى = ٠

١٣ محافظة الفيوم

السؤال الأول

1 (جـ) 2 (جـ) 3 (جـ)

4 (جـ) 5 (د) 6 (جـ)

السؤال الثانى

(أ) كون الجدول بنفسك

، الانحراف المعيارى (σ) ≃ ١,٤١

(ب) ∵ $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{جـ} = م$

∴ ب = جـ م ، أ = $جـ م^{٢}$

∴ $\left(\frac{ب - جـ}{أ - ب}\right)^{٢} = \left(\frac{جـ م - جـ}{جـ م^{٢} - جـ م}\right)^{٢}$

$= \left(\frac{جـ (م - ١)}{جـ م (م - ١)}\right)^{٢} = \left(\frac{١}{م}\right)^{٢}$

$= \frac{١}{م^{٢}}$ (١)

، $\frac{جـ}{أ} = \frac{جـ}{جـ م^{٢}} = \frac{١}{م^{٢}}$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $\left(\frac{ب - جـ}{أ - ب}\right)^{٢} = \frac{جـ}{أ}$

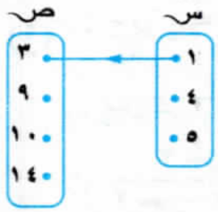
السؤال الثالث

(أ) ع = {(١ ، ٣)}

ع ليست دالة لأن كل

من ٤ ∈ س ، ٥ ∈ س

ليس لهما صور فى ص



(ب) ① (ص ∩ ع) × س = {٥} × {٣}

= {(٥ ، ٣)}

② (س − ص) × ع = {٣} × {٥ ، ٦}

= {(٣ ، ٥) ، (٣ ، ٦)}

③ ن$(س^{٢}) = (١)^{٢} = ١$

السؤال الرابع

(أ) ① ∵ ص ∝ س ∴ ص = م س

∴ ٢٠ = ٤ م ∴ م = ٥

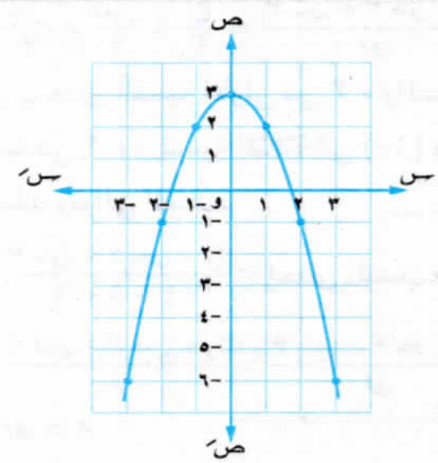
∴ ص = ٥ س

② عند ص = ٤٠ ∴ ٤٠ = ٥ س

∴ س = $\frac{٤٠}{٥}$ = ٨

(ب) د (س) = $٣ - س^{٢}$

س	٣-	٢-	١-	٠	١	٢	٣
د (س)	٦-	١-	٢	٣	٢	١-	٦-



من الرسم :

(١) نقطة رأس المنحنى هى : (٠ ، ٣)

(٢) القيمة العظمى = ٣

السؤال الخامس

(أ) ∵ $\frac{\text{س}}{\text{٣}} = \frac{\text{ص}}{\text{٤}} = \frac{\text{ع}}{\text{٥}} = \text{م}$

∴ س = ٣ م ، ص = ٤ م ، ع = ٥ م

∴ $\frac{\text{٢ ص − ع}}{\text{٣ س − ٢ ص + ع}} = \frac{\text{٨ م − ٥ م}}{\text{٩ م − ٨ م + ٥ م}}$

$= \frac{\text{٣ م}}{\text{٦ م}} = \frac{\text{١}}{\text{٢}}$

(ب) ١ (د) ٢ (د) ٣ (د)

١٤ محافظة بنى سويف

المجموعة الأولى

١ (جـ)	٢ (أ)	٣ (د)
٤ (ب)	٥ (أ)	٦ (د)
٧ (د)	٨ (جـ)	٩ (ب)

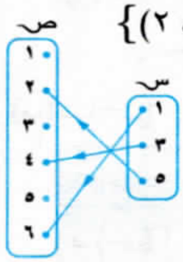
المجموعة الثانية

١٠ ع = {(١ ، ٦) ، (٣ ، ٤) ، (٥ ، ٢)}

ع دالة من س إلى ص

لأن كل عنصر من عناصر س

له صورة وحيدة فى ص



١١ ∵ $\frac{\text{س}}{\text{٢}} = \frac{\text{ص}}{\text{٣}} = \frac{\text{ع}}{\text{٤}} = \frac{\text{٣ س + ٢ ص − ع}}{\text{ك}}$

بضرب حدى النسبة الأولى فى ٣ ، والنسبة الثانية فى ٢ ، والنسبة الثالثة فى (−١) ويجمع مقدمات وتوالى النسب.

∴ $\frac{\text{٣ س + ٢ ص − ع}}{\text{٦ + ٦ − ٤}}$ = إحدى النسب.

∴ $\frac{\text{٣ س + ٢ ص − ع}}{\text{٨}} = \frac{\text{٣ س + ٢ ص − ع}}{\text{ك}}$

∴ ك = ٨

١٢ ∵ ص ∝ س^2 ∴ ص = م س^2

∴ ٣٦ = م $(٣)^2$ ∴ م = $\frac{\text{٣٦}}{\text{٩}}$ = ٤

∴ ص = ٤ س^2

وعند س = ٢

∴ ص = ٤ × ٢^2 = ١٦

١٣ نفرض أن العدد = س

∴ $\frac{\text{١٥ − س}}{\text{١٣ + س}} = \frac{\text{٣}}{\text{٤}}$

∴ ٦٠ − ٤ س = ٣٩ + ٣ س

∴ ٦٠ − ٣٩ = ٣ س + ٤ س

∴ ٧ س = ٢١ ∴ س = ٣

∴ العدد المطلوب = ٣

١٤ كون الجدول بنفسك

، الوسط الحسابى ($\overline{\text{س}}$) = ١٦

، الانحراف المعيارى (σ) ≃ ٣,٢٩

١٥ ∵ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{جـ}} = \text{م}$

∴ ب = جـ م ، أ = جـ م^2

∴ $\frac{\text{أ + ٢ ب}}{\text{ب + ٢ جـ}} = \frac{\text{جـ م}^2\text{ + ٢ جـ م}}{\text{جـ م + ٢ جـ}}$

$= \frac{\text{جـ م (م + ٢)}}{\text{جـ (م + ٢)}} = \text{م}$ (١)

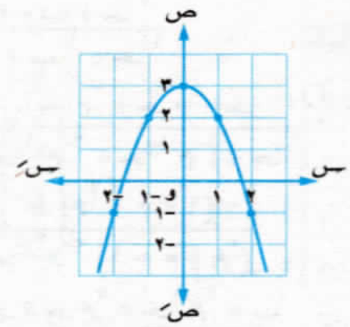
، $\frac{\text{أ − ب}}{\text{ب − جـ}} = \frac{\text{جـ م}^2\text{ − جـ م}}{\text{جـ م − جـ}} = \frac{\text{جـ م (م − ١)}}{\text{جـ (م − ١)}}$

= م (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ $\frac{\text{أ + ٢ ب}}{\text{ب + ٢ جـ}} = \frac{\text{أ − ب}}{\text{ب − جـ}}$

١٦ د (س) = ٣ − س^2

س	−٢	−١	٠	١	٢
د (س)	−١	٢	٣	٢	−١



من الرسم :

- نقطة رأس المنحنى هى : (٠ ، ٣)
- القيمة العظمى = ٣
- معادلة محور التماثل هى : س = ٠

١٥ محافظة المنيا

المجموعة الأولى

١ (ب)	٢ (جـ)	٣ (أ)
٤ (د)	٥ (جـ)	٦ (ب)
٧ (جـ)	٨ (د)	٩ (جـ)

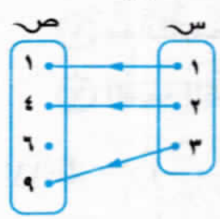
السؤال الخامس

١٠ ع = {(١ ، ١) ، (٢ ، ٤) ، (٣ ، ٩)}

ع دالة من س إلى ص

لأن كل عنصر من عناصر س

له صورة وحيدة فى ص



١١ ∵ ص $\propto \frac{1}{\text{س}}$

∴ س ص = م ∴ ٣ × ٢ = م

∴ م = ٦ ∴ س ص = ٦

١٢ نفرض أن العدد = س ∴ $\frac{\text{٧ + س}}{\text{١١ + س}} = \frac{2}{3}$

∴ ٢١ + ٣ س = ٢٢ + ٢ س

∴ ٣ س − ٢ س = ٢٢ − ٢١

∴ س = ١ ∴ العدد المطلوب = ١

١٣ ∵ $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{2}{3}$

∴ س = ٢ م ، ص = ٣ م

∴ $\frac{\text{٣ س + ٢ ص}}{\text{٦ ص − س}} = \frac{\text{٦ م + ٦ م}}{\text{١٨ م − ٢ م}} = \frac{\text{١٢ م}}{\text{١٦ م}} = \frac{3}{4}$

١٤ ∵ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{جـ}} = \text{م}$

∴ ب = جـ م ، أ = جـ م^2

∴ $\frac{\text{أ − ب}}{\text{أ}} = \frac{\text{جـ م}^2 - \text{جـ م}}{\text{جـ م}^2} = \frac{\text{جـ م (م − ١)}}{\text{جـ م}^2}$

$= \frac{\text{م − ١}}{\text{م}}$ (١)

، $\frac{\text{أ − جـ}}{\text{أ + ب}} = \frac{\text{جـ م}^2 - \text{جـ}}{\text{جـ م}^2 + \text{جـ م}} = \frac{\text{جـ (م}^2 - \text{١)}}{\text{جـ م (م + ١)}}$

$= \frac{\text{(م − ١) (م + ١)}}{\text{م (م + ١)}} = \frac{\text{م − ١}}{\text{م}}$ (٢)

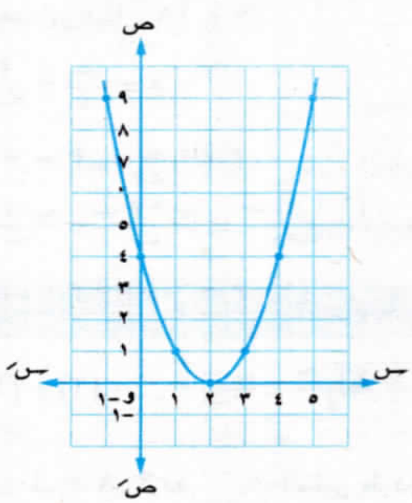
من (١) ، (٢) : ∴ $\frac{\text{أ − ب}}{\text{أ}} = \frac{\text{أ − جـ}}{\text{أ + ب}}$

١٥ كون الجدول بنفسك.

، الانحراف المعيارى (σ) ≃ ٣,٢٩

١٦ د (س) = (س − ٢)^2 = س^2 − ٤ س + ٤

س	−١	٠	١	٢	٣	٤	٥
د (س)	٩	٤	١	٠	١	٤	٩



من الرسم :

(١) نقطة رأس المنحنى هى : (٢ ، ٠)

(٢) معادلة محور التماثل هى : س = ٢

(٣) القيمة الصغرى = ٠

١٦ محافظة أسيوط

المجموعة الأولى

١ (د) ٢ (د) ٣ (جـ)

٤ (ب) ٥ (جـ) ٦ (جـ)

٧ (ب) ٨ (ب) ٩ (أ)

المجموعة الثانية

١٠ كون الجدول بنفسك

، الانحراف المعيارى $(\sigma) \simeq ٧,٠٧$

١١ نفرض أن العددين هما : أ ، ب

$\therefore \frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{٢}{٣}$ $\therefore$ أ = ٢ م ، ب = ٣ م

$\therefore \frac{٢\text{م} + ٧}{٣\text{م} - ١٢} = \frac{٥}{٣}$

$\therefore$ ٦ م + ٢١ = ١٥ م − ٦٠

$\therefore$ ٢١ + ٦٠ = ١٥ م − ٦ م

$\therefore$ ٨١ = ٩ م $\therefore$ م = ٩

$\therefore$ العددان هما : ١٨ ، ٢٧

١٢ $\because \frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}}{\text{د}} = \text{م}$

$\therefore$ أ = ب م ، جـ = د م

$\therefore \frac{\text{أ}+\text{ب}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب م}+\text{ب}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}(\text{م}+١)}{\text{ب}} = \text{م} + ١$ (١)

، $\frac{\text{جـ}+\text{د}}{\text{د}} = \frac{\text{د م}+\text{د}}{\text{د}} = \frac{\text{د}(\text{م}+١)}{\text{د}} = \text{م} + ١$ (٢)

من (١) ، (٢) : $\therefore \frac{\text{أ}+\text{ب}}{\text{ب}} = \frac{\text{جـ}+\text{د}}{\text{د}}$

١٣ (١) $\because$ ف = ٩,٨ ن $\therefore$ التغير طردى

(٢) عند ن = ٢ ثانية

$\therefore$ ف = ٩,٨ × ٢ = ١٩,٦ متر

١٤ $\because \frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{ب}}{\text{جـ}} = \text{م}$

$\therefore$ ب = جـ م ، أ = جـ $\text{م}^٢$

$\therefore \frac{\text{أ}+\text{ب}+\text{جـ}}{\text{أ}^{-١}+\text{ب}^{-١}+\text{جـ}^{-١}}$

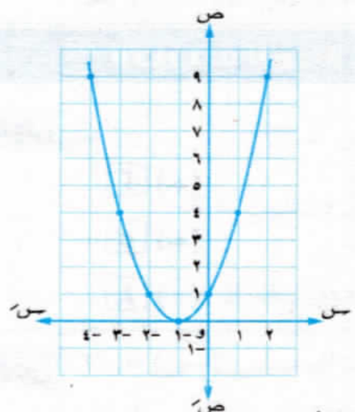
$= \frac{\text{جـ م}^٢ + \text{جـ م} + \text{جـ}}{\text{جـ}^{-١}\text{م}^{-٢} + \text{جـ}^{-١}\text{م}^{-١} + \text{جـ}^{-١}}$

$= \frac{\text{جـ}(\text{م}^٢ + \text{م} + ١)}{\text{جـ}^{-١}\text{م}^{-٢}(١ + \text{م} + \text{م}^٢)}$

$= \text{جـ} \times \text{جـ م}^٢ = \text{جـ}^٢\text{م}^٢ = \text{ب}^٢$

١٥ د(س) = $\text{س}^٢$ + ٢ س + ١

س	−٤	−٣	−٢	−١	٠	١	٢
د (س)	٩	٤	١	٠	١	٤	٩

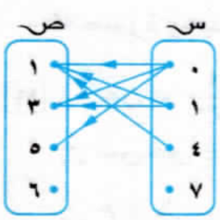


من الرسم :

(١) معادلة محور التماثل هى : س = −١

(٢) القيمة الصغرى = ٠

١٦ ع = {(٠ ، ١) ، (٠ ، ٣) ، (٠ ، ٥) ، (١ ، ١) ، (١ ، ٣) ، (٤ ، ١)}



ع ليست دالة لأن كل من

٠ ∈ س ، ١ ∈ س لهما أكثر من صورة فى ص

وكذلك ٧ ∈ س ليس لها صورة فى ص

١٧ محافظة سوهاج

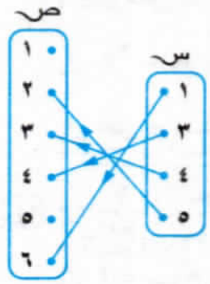
المجموعة الأولى

١ (جـ) ٢ (جـ) ٣ (ب)

٤ (ب) ٥ (جـ) ٦ (ب)

٧ (أ) ٨ (جـ) ٩ (أ)

المجموعة الثانية



١٠ (١) ع = {(١ ، ٦) ، (٣ ، ٤) ، (٤ ، ٣) ، (٥ ، ٢)}

(٢) ع دالة من س إلى ص لأن كل عنصر من عناصر س له صورة وحيدة فى ص

١١ ∵ ب وسط متناسب بين أ ، حـ

∴ $ب^{٢}$ = أ حـ

∴ الطرف الأيمن = $\frac{٢\,حـ^{٢} - ٣\,ب^{٢}}{٢\,ب^{٢} - ٣\,أ^{٢}}$

= $\frac{٢\,حـ^{٢} - ٣\,أ\,حـ}{٢\,أ\,حـ - ٣\,أ^{٢}}$

= $\frac{حـ(٢\,حـ - ٣\,أ)}{أ(٢\,حـ - ٣\,أ)} = \frac{حـ}{أ}$

= الطرف الأيسر

١٢ ∵ $\frac{س}{٢} = \frac{ص}{٣} = \frac{ع}{٤}$ = م

∴ س = ٢ م ، ص = ٣ م ، ع = ٤ م

∴ الطرف الأيمن = $\frac{٢\,س - ص + ٥\,ع}{٣\,ص - س}$

= $\frac{٤\,م - ٣\,م + ٢٠\,م}{٩\,م - ٢\,م}$

= $\frac{٢١\,م}{٧\,م}$ = ٣ = الطرف الأيسر

١٣ (١) ∵ ص ∝ $\frac{١}{س}$ ∴ س ص = م

∴ ٤ × ٣ = م ∴ م = ١٢

∴ س ص = ١٢

(٢) عند ص = ٦ ∴ ٦ س = ١٢

∴ س = ٢

١٤ نفرض أن العدد = س

∴ $\frac{٤٩ - ٣\,س}{٦٩ - ٣\,س} = \frac{٢}{٣}$

∴ ١٣٨ − ٦ س = ١٤٧ − ٩ س

∴ −٦ س + ٩ س = ١٤٧ − ١٣٨

∴ ٣ س = ٩ ∴ س = ٣

∴ العدد المطلوب = ٣

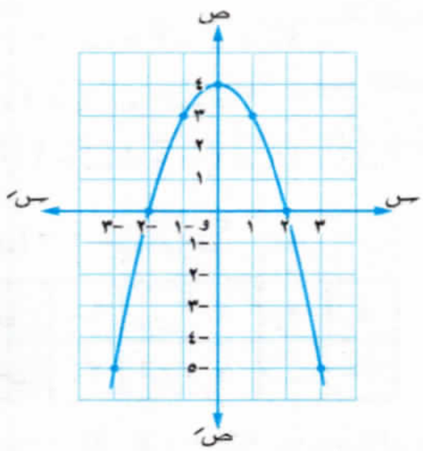
١٥ كون الجدول بنفسك

، الوسط الحسابى ($\overline{س}$) = ٢٠

، الانحراف المعيارى (σ) ≃ ٥,٤٠

١٦ د (س) = ٤ − $س^{٢}$

س	−٣	−٢	−١	٠	١	٢	٣
د (س)	−٥	٠	٣	٤	٣	٠	−٥



من الرسم :

(١) معادلة محور التماثل هى : س = ٠

(٢) القيمة العظمى = ٤

١٨ محافظة قنا

المجموعة الأولى

١ (جـ) ٢ (أ) ٣ (ب)

٤ (ب) ٥ (جـ) ٦ (أ)

٧ (جـ) ٨ (جـ) ٩ (د)

المجموعة الثانية

١٠ ∵ $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{حـ}$ = م

∴ ب = حـ م ، أ = حـ $م^{٢}$

$\therefore \left(\frac{\text{ب} - \text{حـ}}{\text{أ} - \text{ب}}\right)^{2} = \left(\frac{\text{حـ م} - \text{حـ}}{\text{حـ م}^{2} - \text{حـ م}}\right)^{2}$

$= \left(\frac{\text{حـ} (\text{م} - 1)}{\text{حـ م} (\text{م} - 1)}\right)^{2} = \frac{1}{\text{م}^{2}}$ (١)

، $\frac{\text{حـ}}{\text{أ}} = \frac{\text{حـ}}{\text{حـ م}^{2}} = \frac{1}{\text{م}^{2}}$ (٢)

من (١) ، (٢) : $\therefore \left(\frac{\text{ب} - \text{حـ}}{\text{أ} - \text{ب}}\right)^{2} = \frac{\text{حـ}}{\text{أ}}$

١١ (١) مدى الدالة = {٣ ، ٥}

(٢) ∵ ع دالة على س

∴ يجب أن كل عنصر فى س يظهر كمسقط أول مرة واحدة فى بيان ع

∴ أ = ٣ ، ب = ٥

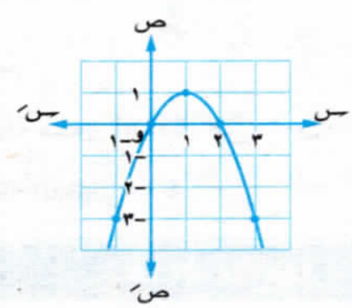
∴ أ − ب = ٣ − ٥ = −٢

أ، أ = ٥ ، ب = ٣

∴ أ − ب = ٥ − ٣ = ٢

١٢ د (س) = ٢ س − س^{2}

س	−١	٠	١	٢	٣
د (س)	−٣	٠	١	٠	−٣



من الرسم :

- نقطة رأس المنحنى هى : (١ ، ١)
- القيمة العظمى = ١
- معادلة محور التماثل هى : س = ١

١٣ ∵ ص ∝ $\frac{1}{\text{س}^{2}}$ ∴ ص س^{2} = م

∴ ٥ × ٤^{2} = م ∴ م = ٨٠

∴ س^{2} ص = ٨٠

، عند س = ٢

∴ ٢^{2} × ص = ٨٠ ∴ ٤ ص = ٨٠

∴ ص = $\frac{80}{4}$ = ٢٠

١٤ ∵ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{\text{حـ}}{\text{د}} = \text{م}$

∴ أ = ب م ، حـ = د م

$\therefore \frac{3\text{أ} - 2\text{حـ}}{3\text{ب} - 2\text{د}} = \frac{3\text{ب م} - 2\text{د م}}{3\text{ب} - 2\text{د}}$

$= \frac{\text{م} (3\text{ب} - 2\text{د})}{3\text{ب} - 2\text{د}} = \text{م}$ (١)

، $\frac{5\text{أ} + 3\text{حـ}}{5\text{ب} + 3\text{د}} = \frac{5\text{ب م} + 3\text{د م}}{5\text{ب} + 3\text{د}}$

$= \frac{\text{م} (5\text{ب} + 3\text{د})}{5\text{ب} + 3\text{د}} = \text{م}$ (٢)

من (١) ، (٢) :

$\therefore \frac{3\text{أ} - 2\text{حـ}}{3\text{ب} - 2\text{د}} = \frac{5\text{أ} + 3\text{حـ}}{5\text{ب} + 3\text{د}}$

١٥ كون الجداول بنفسك

، الانحراف المعيارى $(\sigma) = \sqrt{\frac{92}{100}} \simeq 1$ طفل

١٦ ∵ $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{3}{5}$

∴ س = ٣ م ، ص = ٥ م

$\therefore \frac{2\text{س} + \text{ص}}{\text{س} + 3\text{ص}} = \frac{6\text{م} + 5\text{م}}{3\text{م} + 15\text{م}} = \frac{11\text{م}}{18\text{م}} = \frac{11}{18}$

١٩ محافظة الأقصر

المجموعة الأولى

١ (جـ) **٢** (د) **٣** (جـ)

٤ (ب) **٥** (جـ) **٦** (أ)

٧ (أ) **٨** (ب) **٩** (جـ)

المجموعة الثانية

١٠ (١) ∵ ص ∝ س^{2}

∴ ص = م س^{2} ∴ ٢٠ = م (٢)^{2}

∴ م = $\frac{20}{4}$ = ٥ ∴ ص = ٥ س^{2}

(٢) عند $س = \frac{1}{3}$

$\therefore ص = ٥ \times \left(\frac{1}{3}\right)^{2} = \frac{5}{9}$

١١ $\because \frac{س}{٣} = \frac{ص}{٤} = \frac{ع}{٦} = \frac{ع - ٢ ص + ٤ س}{ك + ٥}$

بضرب حدى النسبة الثانية فى (−٢) والنسبة الأولى فى (٤) وجمع مقدمات وتوالى النسب الثلاث

$\therefore \frac{ع - ٢ ص + ٤ س}{٦ - ٨ + ١٢} =$ إحدى النسب

$\therefore \frac{ع - ٢ ص + ٤ س}{١٠} = \frac{ع - ٢ ص + ٤ س}{ك + ٥}$

$\therefore ١٠ = ك + ٥ \quad \therefore ك = ١٠ - ٥ = ٥$

١٢ $\because \frac{أ}{ب} = \frac{ب}{جـ} = \frac{جـ}{ء} = م$

$\therefore جـ = ء م \ ،\ ب = ء م^{2} \ ،\ أ = ء م^{3}$

$\therefore \frac{أ}{ب + ء} = \frac{ء م^{3}}{ء م^{2} + ء} = \frac{ء م^{3}}{ء (م^{2} + ١)}$

$= \frac{م^{3}}{م^{2} + ١}$ (١)

$، \frac{جـ^{3}}{جـ^{2} ء + ء^{3}} = \frac{ء^{3} م^{3}}{ء^{3} م^{2} + ء^{3}} = \frac{ء^{3} م^{3}}{ء^{3} (م^{2} + ١)}$

$= \frac{م^{3}}{م^{2} + ١}$ (٢)

من (١) ، (٢) : $\therefore \frac{أ}{ب + ء} = \frac{جـ^{3}}{جـ^{2} ء + ء^{3}}$

١٣ نفرض أن العدد = س

$\therefore \frac{٣ - س}{٥ - س} = \frac{٦ - س}{١٤ - س}$

$\therefore (٣ - س)(١٤ - س) = (٥ - س)(٦ - س)$

$\therefore ٤٢ - ١٧ س + س^{2} = ٣٠ - ١١ س + س^{2}$

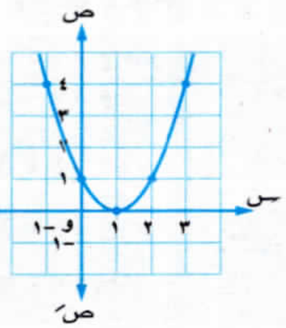
$\therefore ٤٢ - ٣٠ = ١٧ س - ١١ س$

$\therefore ١٢ = ٦ س \quad \therefore س = ٢$

$\therefore$ العدد المطلوب = ٢

١٤ $د (س) = (س - ١)^{2} = س^{2} - ٢ س + ١$

س	−١	٠	١	٢	٣
د (س)	٤	١	٠	١	٤

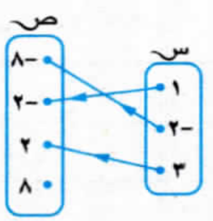


من الرسم :

(١) القيمة الصغرى = ٠

(٢) معادلة محور التماثل هى : س = ١

١٥ (١) ع = {(١ ، −٢) ، (−٢ ، −٨) ، (٣ ، ٢)}



(٢) ع دالة من س إلى ص لأن كل عنصر من عناصر س له صورة وحيدة فى ص

، ومداها = {−٨ ، −٢ ، ٢}

١٦ كون الجدول بنفسك

، الوسط الحسابى $(\bar{س}) = ١٦$

، الانحراف المعيارى $(\sigma) \simeq ٣,٨٥$

٢٠ محافظة شمال سيناء

المجموعة الأولى

١ (د) **٢** (أ) **٣** (ب)

٤ (جـ) **٥** (أ) **٦** (د)

٧ (جـ) **٨** (جـ) **٩** (أ)

المجموعة الثانية

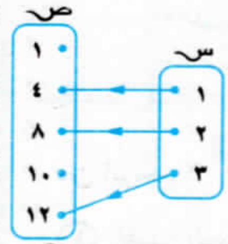
١٠ ∵ ٥ أ = ٤ ب

∴ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} = \frac{٤}{٥}$

∴ أ = ٤ م ، ب = ٥ م

∴ $\frac{٢\text{أ} + \text{ب}}{٤\text{أ} + ٢\text{ب}} = \frac{٨\text{م} + ٥\text{م}}{١٦\text{م} + ١٠\text{م}} = \frac{١٣\text{م}}{٢٦\text{م}} = \frac{١}{٢}$

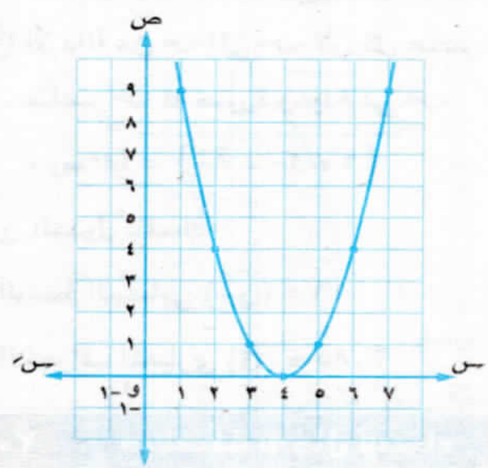
١١ (١) ع = {(١ ، ٤) ، (٢ ، ٨) ، (٣ ، ١٢)}



(٢) ع دالة من س إلى ص لأن كل عنصر من عناصر س له صورة وحيدة فى ص ، ومداها = {٤ ، ٨ ، ١٢}

١٢ د (س) = (س − ٤)^{٢} = س^{٢} − ٨ س + ١٦

س	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
د (س)	٩	٤	١	٠	١	٤	٩



من الرسم :

- نقطة رأس المنحنى هى : (٤ ، ٠)
- القيمة الصغرى = ٠
- معادلة محور التماثل هى : س = ٤

١٣ ∵ ب وسط متناسب بين أ ، حـ

∴ ب^{٢} = أ حـ

∴ $\frac{\text{أ}^{٢} + \text{ب}^{٢}}{\text{ب}^{٢} + \text{حـ}^{٢}} = \frac{\text{أ}^{٢} + \text{أ حـ}}{\text{أ حـ} + \text{حـ}^{٢}} = \frac{\text{أ}(\text{أ} + \text{حـ})}{\text{حـ}(\text{أ} + \text{حـ})} = \frac{\text{أ}}{\text{حـ}}$ (١)

، $\frac{\text{ب}^{٢}}{\text{حـ}^{٢}} = \frac{\text{أ حـ}}{\text{حـ}^{٢}} = \frac{\text{أ}}{\text{حـ}}$ (٢)

∴ من (١) ، (٢) : $\frac{\text{أ}^{٢} + \text{ب}^{٢}}{\text{ب}^{٢} + \text{حـ}^{٢}} = \frac{\text{ب}^{٢}}{\text{حـ}^{٢}}$

١٤ ∵ ص ∝ س ∴ ص = م س

∴ ٢ = ٨ م ∴ م = $\frac{١}{٤}$

∴ ص = $\frac{١}{٤}$ س ، عند س = ١٢

∴ ص = $\frac{١}{٤}$ × ١٢ = ٣

١٥ نفرض أن العدد = س

∴ $\frac{٥ + \text{س}}{١١ + \text{س}} = \frac{٣}{٥}$

∴ ٢٥ + ٥ س = ٣٣ + ٣ س

∴ ٥ س − ٣ س = ٣٣ − ٢٥

∴ ٢ س = ٨ ∴ س = ٤

∴ العدد المطلوب = ٤

١٦ كون الجدول بنفسك

، الوسط الحسابى ($\overline{\text{س}}$) = ١٤

، الانحراف المعيارى (σ) ≃ ٣,٢٩

إجابات الجزء الخاص
بالتقويــم المستمــر
فى حساب المثلثات والهندسة



إجابات الاختبارات التراكمية في حساب المثلثات والهندسة

اختبار تراكمي ١

١ ١ (ب) ٢ (ب) ٣ (جـ)
٤ (أ) ٥ (جـ) ٦ (د)

٢ ١ ظا (د أ حـ ب) + ظا (د أ حـ ء) = $\frac{٥٦}{١٥}$

٢ جا (د ب) جتا (د حـ أ ء)
+ جتا (د ب) جا (د حـ أ ء) = $\frac{٥٦}{٦٥}$

٣ ١ ٤ سم

٢ $\frac{١}{٤}$

اختبار تراكمي ٢

١ ١ (ب) ٢ (ب) ٣ (جـ)
٤ (جـ) ٥ (ب) ٦ (أ)

٢ ١ أثبت بنفسك.

٢ ٢٢° ٣٧َ

٣ س = $\frac{١}{١٦}$

اختبار تراكمي ٣

١ ١ (أ) ٢ (جـ) ٣ (ب)
٤ (جـ) ٥ (جـ) ٦ (جـ)

٢ أثبت بنفسك.

٣ ق (د س) = ٤٥°

اختبار تراكمي ٤

١ ١ (د) ٢ (د) ٣ (ب)
٤ (أ) ٥ (أ) ٦ (أ)

٢ ء حـ = ٥ سم ، جتا (د ب حـ ء) = $\frac{٤}{٥}$

٣ محيط المثلث أ و ب = ٢٤ وحدة طول

اختبار تراكمي ٥

١ ١ (جـ) ٢ (جـ) ٣ (د)
٤ (د) ٥ (أ) ٦ (ب)

٢ أثبت بنفسك.

٣ ١ م (−١ ، ٣)

٢ ء (−٤ ، ٧)

اختبار تراكمي ٦

١ ١ (ب) ٢ (ب) ٣ (جـ)
٤ (ب) ٥ (أ) ٦ (جـ)

٢ ص = −٩ س + ١٥

٣ ١ جتا أ جتا حـ − جا أ جا حـ = ٠

٢ ق (د حـ) ≃ ٣٦° ٥٢َ ١٢ً

إجابات الأسئلة الهامة في حساب المثلثات والهندسة

الوحدة الرابعة

أولاً إجابات أسئلة الاختيار من متعدد

١ (أ)	٢ (ب)	٣ (أ)	٤ (جـ)
٥ (ب)	٦ (ب)	٧ (ب)	٨ (جـ)
٩ (جـ)	١٠ (ب)	١١ (أ)	١٢ (ب)
١٣ (جـ)	١٤ (د)	١٥ (د)	١٦ (جـ)
١٧ (جـ)	١٨ (ب)	١٩ (أ)	

ثانياً إجابات الأسئلة المقالية

١

نفرض أن قياسي الزاويتين : ٣ س ، ٥ س

∴ ٣ س + ٥ س = ١٨٠° ∴ ٨ س = ١٨٠°

∴ س = $\frac{١٨٠°}{٨}$ = ٢٢,٥°

∴ قياس الزاوية الأولى = ٣ × ٢٢,٥°

= ٦٧,٥° = ٣٠َ ٦٧°

، قياس الزاوية الثانية = ٥ × ٢٢,٥°

= ١١٢,٥° = ٣٠َ ١١٢°

٢

نفرض أن قياسات الزوايا : ٣ س ، ٤ س ، ٧ س

∴ ٣ س + ٤ س + ٧ س = ١٨٠°

∴ ١٤ س = ١٨٠°

∴ س = $\frac{١٨٠°}{١٤}$

∴ قياس الزاوية الأولى = ٣ × $\frac{١٨٠°}{١٤}$

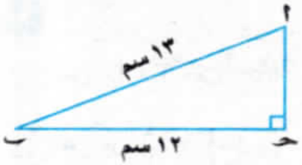
≃ ١٧ً ٣٤َ ٣٨°

، قياس الزاوية الثانية = ٤ × $\frac{١٨٠°}{١٤}$

≃ ٤٣ً ٢٥َ ٥١°

، قياس الزاوية الثالثة = ٧ × $\frac{١٨٠°}{١٤}$ = ٩٠°

٣



في Δ أ ب جـ :

∵ ق(∠ جـ) = ٩٠°

∴ (أ جـ)^{٢} = (١٣)^{٢} − (١٢)^{٢} = ٢٥

∴ أ جـ = ٥ سم

∴ الطرف الايمن = جا أ جتا ب + جتا أ جا ب

= $\frac{١٢}{١٣} \times \frac{١٢}{١٣} + \frac{٥}{١٣} \times \frac{٥}{١٣}$

= ١ = الطرف الايسر

٤

جا ٤٥° جتا ٤٥° + جا ٣٠° جتا ٦٠° − جتا^{٢} ٣٠°

= $\frac{١}{\sqrt{٢}} \times \frac{١}{\sqrt{٢}} + \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} - \left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^{٢}$

= $\frac{١}{٢} + \frac{١}{٤} - \frac{٣}{٤}$ = ٠

٥

∵ ظا^{٢} ٦٠° − ظا^{٢} ٤٥° = $(\sqrt{٣})^{٢} - ١^{٢}$ = ٢ (١)

، ٤ جا ٣٠° = ٤ × $\frac{١}{٢}$ = ٢ (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ ظا^{٢} ٦٠° − ظا^{٢} ٤٥° = ٤ جا ٣٠°

٦

∵ جا^{٣} ٣٠° = $\left(\frac{١}{٢}\right)^{٣} = \frac{١}{٨}$ (١)

، ٩ جتا^{٣} ٦٠° − ظا^{٢} ٤٥° = ٩ × $\left(\frac{١}{٢}\right)^{٣}$ − (١)^{٢}

= $\frac{٩}{٨}$ − ١ = $\frac{١}{٨}$ (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ جا^{٣} ٣٠° = ٩ جتا^{٣} ٦٠° − ظا^{٢} ٤٥°

٧

∵ س جا ٣٠° = جا ٣٠° جتا ٦٠° + جتا ٣٠° جا ٦٠°

∴ س × $\frac{١}{٢} = \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} + \frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

∴ $\frac{١}{٢}$ س = $\frac{١}{٤} + \frac{٣}{٤}$

∴ $\frac{١}{٢}$ س = ١ ∴ س = ٢

٨

∵ س جا ٣٠° جتا² ٤٥° = جا² ٦٠°

∴ س × $\frac{١}{٢}$ × $\left(\frac{١}{\sqrt{٢}}\right)^{٢}$ = $\left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^{٢}$

∴ س × $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$ = $\frac{٣}{٤}$ ∴ $\frac{١}{٤}$ س = $\frac{٣}{٤}$

∴ س = ٣

٩

∵ طا س° = ٤ جا ٣٠° جتا ٦٠°

∴ طا س° = ٤ × $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$

∴ طا س° = ١ ∴ س = ٤٥°

١٠

∵ جا هـ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ − $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$

= $\frac{٣}{٤}$ − $\frac{١}{٤}$ = $\frac{١}{٢}$

∴ ق(∠هـ) = ٣٠°

١١

في Δ أ ب جـ : ∵ ق(∠أ) = ٩٠°

∴ (ب جـ)² = (٢٠)² + (١٥)² = ٦٢٥

∴ ب جـ = ٢٥ سم

∴ جتا جـ جتا ب − جا جـ جا ب

= $\frac{١٥}{٢٥}$ × $\frac{٢٠}{٢٥}$ − $\frac{٢٠}{٢٥}$ × $\frac{١٥}{٢٥}$

= $\frac{٣٠٠}{٦٢٥}$ − $\frac{٣٠٠}{٦٢٥}$ = صفر

١٢

في Δ أ ء جـ : ∵ ق(∠ء) = ٩٠°

∴ (أ ء)² = (١٧)² − (١٥)² = ٦٤

∴ أ ء = ٨ سم

∴ ٣ طا جـ + جا ب = ٣ × $\frac{٨}{١٥}$ + $\frac{٨}{١٠}$ = $\frac{١٢}{٥}$

١٣

في Δ أ ب جـ : ∵ ق(∠أ) = ٩٠°

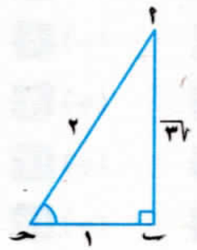
، $\overline{أ ء}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$

∴ (أ ء)² = ٩ × ١٦ = ١٤٤

∴ أ ء = ١٢ سم

∴ طا ب طا جـ = $\frac{١٢}{٩}$ × $\frac{١٢}{١٦}$ = ١

١٤



∵ ٢ أ ب = $\sqrt{٣}$ أ جـ

∴ $\frac{أ ب}{أ جـ}$ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

نفرض أن أ ب = $\sqrt{٣}$ وحدة طول.

∴ أ جـ = ٢ وحدة طول

، ب جـ = ١ وحدة طول

∴ جا جـ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ، جتا جـ = $\frac{١}{٢}$ ، طا جـ = $\sqrt{٣}$

١٥

[١] في Δ أ ب جـ :

∵ ق(∠جـ) = ٩٠°

∴ (أ ب)² = ل² + ل² = ٢ ل²

∴ أ ب = $\sqrt{٢}$ ل

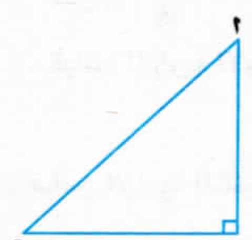
∴ أ جـ : ب جـ : أ ب = ل : ل : $\sqrt{٢}$ ل

= ١ : ١ : $\sqrt{٢}$

[٢] طا ب = طا ٤٥° = ١

، جا أ = جا ٤٥° = $\frac{١}{\sqrt{٢}}$

١٦



∵ ق(∠ب) = ٩٠°

∴ $\frac{جا أ}{جتا جـ}$ = $\frac{\frac{ب جـ}{أ جـ}}{\frac{ب جـ}{أ جـ}}$ = ١

، ∵ طا هـ = $\frac{جا أ}{جتا جـ}$ = ١ ∴ ق(∠هـ) = ٤٥°

١٧

(١) ∵ طا حـ = $\frac{أب}{بحـ}$ ∴ $\frac{٣}{٤}$ = $\frac{٦}{بحـ}$

∴ بحـ = ٨ سم

، ∵ (أحـ)² = (أب)² + (بحـ)²

∴ (أحـ)² = ٣٦ + ٦٤ = ١٠٠

∴ أحـ = ١٠ سم

(٢) حا أ + حتا أ = $\frac{٨}{١٠}$ + $\frac{٦}{١٠}$ = $\frac{١٤}{١٠}$ = $\frac{٧}{٥}$

١٨

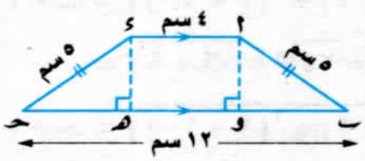
∵ ٢ حتا س − √٣ = ٠

∴ ٢ حتا س = √٣

∴ حتا س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ∴ س = ٣٠°

∴ طا ٢ س = طا ٦٠° = √٣

١٩



نرسم أو ⊥ بحـ

، ءهـ ⊥ بحـ

، ∵ أء // بحـ ∴ أوهـء مستطيل.

∴ وهـ = ٤ سم ∴ ب و + هـ حـ = ٨ سم

∴ ب و = هـ حـ = ٤ سم «من تطابق ΔΔ أب و ، ءحـهـ»

∴ من Δ أب و القائم الزاوية في و :

(أو)² = (٥)² − (٤)² = ٩ ∴ أو = ٣ سم

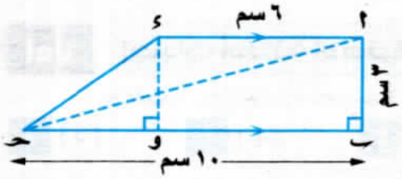
، ∵ أوهـء مستطيل

∴ ءهـ = أو = ٣ سم

∴ $\frac{طاب حتاحـ}{حتا^٢ حـ + حا^٢ حـ}$ = $\frac{\frac{٣}{٤} \times \frac{٤}{٥}}{(\frac{٤}{٥})^٢ + (\frac{٣}{٥})^٢}$

= $\frac{\frac{٣}{٥}}{\frac{١٦}{٢٥} + \frac{٩}{٢٥}}$ = $\frac{٣}{٥}$

٢٠



نرسم ءو ⊥ بحـ

∵ أء // بحـ

، أب ⊥ بحـ

، ءو ⊥ بحـ

∴ أب وء مستطيل. ∴ ب و = أء = ٦ سم

∴ وحـ = ٤ سم ، ءو = أب = ٣ سم

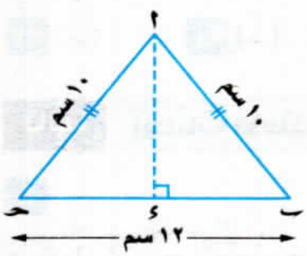
∴ من Δ ءوحـ القائم الزاوية في و :

(ءحـ)² = ٣² + ٤² = ٢٥

∴ ءحـ = ٥ سم

∴ حتا (∠ءحـب) − طا (∠أحـب) = $\frac{٤}{٥}$ − $\frac{٣}{١٠}$ = $\frac{١}{٢}$

٢١



نرسم أء ⊥ بحـ

∵ أب = أحـ

، أء ⊥ بحـ

∴ بء = حـء = ٦ سم

∴ في Δ أءب : حتاب = $\frac{٦}{١٠}$

∴ ق (∠ب) = ٥٣° ٧َ ٤٨ً

∵ ق (∠أءب) = ٩٠°

∴ (أء)² = (١٠)² − (٦)² = ٦٤ ∴ أء = ٨ سم

∴ مساحة Δ أبحـ = $\frac{١}{٢}$ × ١٢ × ٨ = ٤٨ سم²

٢٢

(١) في Δ أبحـ : ∵ ق (∠ب) = ٩٠°

∴ (أحـ)² = (١٢)² + (٥)² = ١٦٩

∴ أحـ = ١٣ سم

(٢) ∵ أبحـء مستطيل

∴ أب = حـء = ٥ سم ، بحـ = أء = ١٢ سم

∴ ٥ طا (∠أحـء) − ١٣ حا (∠ءأحـ)

= ٥ × $\frac{١٢}{٥}$ − ١٣ × $\frac{٥}{١٣}$ = ١٢ − ٥ = ٧

الوحدة الخامسة

أولًا إجابات أسئلة الاختيار من متعدد

١ (د)	٢ (جـ)	٣ (أ)	٤ (جـ)
٥ (جـ)	٦ (ب)	٧ (جـ)	٨ (جـ)
٩ (جـ)	١٠ (ب)	١١ (أ)	١٢ (أ)
١٣ (د)	١٤ (ب)	١٥ (د)	١٦ (جـ)
١٧ (د)	١٨ (د)	١٩ (جـ)	٢٠ (د)
٢١ (د)	٢٢ (جـ)	٢٣ (ب)	٢٤ (ب)
٢٥ (أ)	٢٦ (ب)	٢٧ (د)	٢٨ (جـ)
٢٩ (أ)	٣٠ (د)	٣١ (جـ)	٣٢ (ب)
٣٣ (ب)	٣٤ (د)	٣٥ (أ)	٣٦ (أ)

ثانيًا إجابات الأسئلة المقالية

١

∵ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{٥ + ١}{٦ + ٣} = \frac{٢}{٣}$

، ميل $\overleftrightarrow{بحـ}$ = $\frac{٣ - ٥}{٣ - ٦} = \frac{٢}{٣}$

∴ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ميل $\overleftrightarrow{بحـ}$

∴ $\overleftrightarrow{أب} // \overleftrightarrow{بحـ}$

، ∵ ب نقطة مشتركة بين المستقيمين $\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{بحـ}$

∴ أ ، ب ، حـ تقع على استقامة واحدة.

٢

∵ أب = $\sqrt{(-٢ - ٣)^{٢} + (٤ + ١)^{٢}}$

= $\sqrt{٢٥ + ٢٥} = \sqrt{٥٠} = ٥\sqrt{٢}$ وحدة طول

، بحـ = $\sqrt{(٣ - ٤)^{٢} + (-١ - ٥)^{٢}}$

= $\sqrt{١ + ٣٦} = \sqrt{٣٧}$ وحدة طول

، أحـ = $\sqrt{(-٢ - ٤)^{٢} + (٤ - ٥)^{٢}}$

= $\sqrt{٣٦ + ١} = \sqrt{٣٧}$ وحدة طول

∴ بحـ = أحـ

∴ Δ أبحـ متساوى الساقين.

٣

∵ $\sqrt{(س - ٦)^{٢} + (٥ - ١)^{٢}} = ٢\sqrt{٥}$

∴ $\sqrt{(س - ٦)^{٢} + ١٦} = ٢\sqrt{٥}$ (بتربيع الطرفين)

∴ $(س - ٦)^{٢} + ١٦ = ٢٠$

∴ $(س - ٦)^{٢} = ٤$

∴ س − ٦ = ± ٢

∴ س − ٦ = −٢   ∴ س = ٤

أ، س − ٦ = ٢   ∴ س = ٨

٤

∵ م أ = $\sqrt{(-١ - ٣)^{٢} + (٢ + ١)^{٢}}$

= $\sqrt{١٦ + ٩} = \sqrt{٢٥}$ = ٥ وحدة طول

، م ب = $\sqrt{(-١ + ٤)^{٢} + (٢ - ٦)^{٢}}$

= $\sqrt{٩ + ١٦} = \sqrt{٢٥}$ = ٥ وحدة طول

، م حـ = $\sqrt{(-١ - ٢)^{٢} + (٢ + ٢)^{٢}}$

= $\sqrt{٩ + ١٦} = \sqrt{٢٥}$ = ٥ وحدة طول

∴ م أ = م ب = م حـ

∴ أ ، ب ، حـ تقع على الدائرة م التى طول نصف قطرها = ٥ وحدة طول

∴ محيط الدائرة = ٢ π نق = ٢ × ٥ × π

= ١٠ π وحدة طول

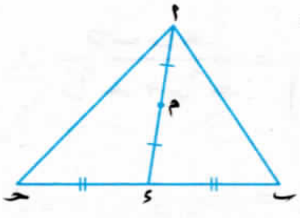
٥

∵ $\overline{أء}$ متوسط فى Δ أبحـ

∴ ء منتصف $\overline{بحـ}$

∴ ء = $\left(\frac{-٢ + ٠}{٢} ، \frac{٤ + ٦}{٢}\right)$

= (−١ ، ٥)



نفرض أن : أ (س ، ص)

، ∵ م منتصف $\overline{\text{أء}}$

∴ $(-٣ ، -٢) = \left(\frac{\text{س} - ١}{٢} ، \frac{\text{ص} + ٥}{٢}\right)$

∴ $\frac{\text{س} - ١}{٢} = -٣$ ∴ س − ١ = −٦

∴ س = −٥

، $\frac{\text{ص} + ٥}{٢} = -٢$ ∴ ص + ٥ = −٤

∴ ص = −٩ ∴ أ (−٥ ، −٩)

٦

∵ أب = $\sqrt{(-١ - ١)^٢ + (-٢ - ٤)^٢}$

= $\sqrt{٤ + ٣٦} = \sqrt{٤٠}$ وحدة طول

، ب حـ = $\sqrt{(٢ + ١)^٢ + (-٣ + ٢)^٢}$

= $\sqrt{٩ + ١} = \sqrt{١٠}$ وحدة طول

، حـ أ = $\sqrt{(١ - ٢)^٢ + (٤ + ٣)^٢}$

= $\sqrt{١ + ٤٩} = \sqrt{٥٠}$ وحدة طول

، ∵ $(\text{حـ أ})^٢ = (\text{أب})^٢ + (\text{ب حـ})^٢$

∴ Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب

∴ مساحة Δ أب حـ = $\frac{١}{٢}$ × أب × ب حـ

= $\frac{١}{٢} \times \sqrt{٤٠} \times \sqrt{١٠}$

= ١٠ وحدة مربعة

٧

∵ ميل $\overleftrightarrow{\text{أب}} = \frac{-٢ - ٣}{٦ - ٥} = -٥$

، ميل $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}} = \frac{٤ + ١}{٠ - ١} = -٥$

∴ $\overleftrightarrow{\text{أب}} // \overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ (١)

، ∵ ميل $\overleftrightarrow{\text{أء}} = \frac{٤ - ٣}{٠ - ٥} = -\frac{١}{٥}$

، ميل $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}} = \frac{-١ + ٢}{١ - ٦} = -\frac{١}{٥}$

∴ $\overleftrightarrow{\text{أء}} // \overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ (٢)

من (١) ، (٢) : ∴ أب حـ ء متوازى أضلاع

، ∵ ميل $\overleftrightarrow{\text{أحـ}} = \frac{-١ - ٣}{١ - ٥} = ١$

، ميل $\overleftrightarrow{\text{ب ء}} = \frac{٤ + ٢}{٠ - ٦} = -١$

∴ ميل $\overleftrightarrow{\text{أحـ}}$ × ميل $\overleftrightarrow{\text{ب ء}}$ = ١ × −١ = −١

∴ $\overleftrightarrow{\text{أحـ}} \perp \overleftrightarrow{\text{ب ء}}$ ∴ أب حـ ء معين.

٨

نفرض أن : ب (س ، ص)

، ∵ حـ منتصف $\overline{\text{أب}}$

∴ $(٦ ، -٤) = \left(\frac{٥ + \text{س}}{٢} ، \frac{-٣ + \text{ص}}{٢}\right)$

∴ $\frac{٥ + \text{س}}{٢} = ٦$ ∴ ٥ + س = ١٢

∴ س = ٧

، $\frac{-٣ + \text{ص}}{٢} = -٤$ ∴ −٣ + ص = −٨

∴ ص = −٥ ∴ ب (٧ ، −٥)

٩

∵ حـ منتصف $\overline{\text{أب}}$

∴ $(٣ ، ١) = \left(\frac{١ + \text{س}}{٢} ، \frac{\text{ص} + ٣}{٢}\right)$

∴ $\frac{١ + \text{س}}{٢} = ٣$ ∴ ١ + س = ٦

∴ س = ٥

، $\frac{\text{ص} + ٣}{٢} = ١$ ∴ ص + ٣ = ٢

∴ ص = −١

∴ (س ، ص) = (٥ ، −١)

١٠

∵ أب = $\sqrt{(٣ - ٠)^٢ + (٣ - ٣)^٢}$

= $\sqrt{٩ + ٠}$ = ٣ وحدة طول

، ب ح $= \sqrt{(٠ - ٠)^{٢} + (٣ - ٠)^{٢}}$

$= \sqrt{٠ + ٩} = ٣$ وحدة طول

، ح ء $= \sqrt{(٠ - ٣)^{٢} + (٠ - ٠)^{٢}}$

$= \sqrt{٩ + ٠} = ٣$ وحدة طول

، ء أ $= \sqrt{(٣ - ٣)^{٢} + (٠ - ٣)^{٢}}$

$= \sqrt{٠ + ٩} = ٣$ وحدة طول

، $\because$ أ ح $= \sqrt{(٣ - ٠)^{٢} + (٣ - ٠)^{٢}}$

$= \sqrt{٩ + ٩} = ٣\sqrt{٢}$ وحدة طول

، ب ء $= \sqrt{(٣ - ٠)^{٢} + (٠ - ٣)^{٢}}$

$= \sqrt{٩ + ٩} = ٣\sqrt{٢}$ وحدة طول

$\therefore$ أ ب = ب ح = ح ء = ء أ ، أ ح = ب ء

$\therefore$ الشكل أ ب ح ء مربع وطول قطره

$= ٣\sqrt{٢}$ وحدة طول

ومساحته $= ٣ \times ٣ = ٩$ وحدات مربعة

١١

$\because$ أ ب ح ء معين $\qquad \therefore$ أ ب = ب ح

$\therefore \sqrt{(٦ - ٥)^{٢} + (-٢ - ٣)^{٢}}$

$= \sqrt{(١ - ٦)^{٢} + (م + ٢)^{٢}}$ (بتربيع الطرفين)

$\therefore (٦ - ٥)^{٢} + (-٢ - ٣)^{٢} = (١ - ٦)^{٢} + (م + ٢)^{٢}$

$\therefore (م + ٢)^{٢} + ٢٥ = ١ + ٢٥$

$\therefore (م + ٢)^{٢} = ١$

$\therefore م + ٢ = \pm ١ \qquad \therefore م + ٢ = ١$

$\therefore م = -١$

أ، $م + ٢ = -١ \qquad \therefore م = -٣$

١٢

$\because$ ب منتصف $\overline{أح}$

$\therefore (س ، ٣) = \left(\frac{٣ + ٥}{٢} ، \frac{ص + ٢}{٢}\right)$

$\therefore س = \frac{٣ + ٥}{٢} = ٤ ، \frac{ص + ٢}{٢} = ٣$

$\therefore ص + ٢ = ٦ \qquad \therefore ص = ٤$

$\therefore س + ص = ٤ + ٤ = ٨$

١٣

(١) نفرض أن : أ (س ، ص)

$\therefore (٥ ، ٧) = \left(\frac{س + ٨}{٢} ، \frac{ص + ١١}{٢}\right)$

$\therefore \frac{س + ٨}{٢} = ٥ \qquad \therefore س + ٨ = ١٠$

$\therefore س = ٢$

، $\frac{ص + ١١}{٢} = ٧ \qquad \therefore ص + ١١ = ١٤$

$\therefore ص = ٣ \qquad \therefore$ أ $= (٢ ، ٣)$

(٢) $\because$ م ب $= \sqrt{(٨ - ٥)^{٢} + (١١ - ٧)^{٢}}$

$= \sqrt{٩ + ١٦} = ٥$ وحدة طول.

$\therefore$ محيط الدائرة $= ٢ \times ٣,١٤ \times ٥$

$= ٣١,٤$ وحدة طول.

١٤

$\because$ أ ب $= \sqrt{(٣ + ٣)^{٢} + (٤ - ٠)^{٢}}$

$= \sqrt{٣٦ + ١٦}$

$= ٢\sqrt{١٣}$ وحدة طول.

، ب ح $= \sqrt{(٣ - ١)^{٢} + (-٦ - ٤)^{٢}}$

$= \sqrt{٤ + ١٠٠}$

$= ٢\sqrt{٢٦}$ وحدة طول.

، أ ح $= \sqrt{(١ + ٣)^{٢} + (-٦ - ٠)^{٢}}$

$= \sqrt{١٦ + ٣٦} = ٢\sqrt{١٣}$ وحدة طول.

$\therefore$ أ ب = أ ح

$\therefore \Delta$ أ ب ح متساوى الساقين

نفرض ء منتصف $\overline{بح}$ (قاعدة Δ أ ب ح)

$\therefore ء = \left(\frac{٣ + ١}{٢} ، \frac{٤ - ٦}{٢}\right) = (٢ ، -١)$

∴ $أء = \sqrt{(-٣-٢)^٢ + (٠ + ١)^٢}$

$= \sqrt{٢٥ + ١} = \sqrt{٢٦}$ وحدة طول.

∴ طول القطعة المستقيمة المرسومة من أ عمودية على $\overline{ب حـ}$ يساوى $\sqrt{٢٦}$ وحدة طول.

∴ مساحة Δ أ ب حـ $= \frac{١}{٢} \times ٢\sqrt{٢٦} \times \sqrt{٢٦}$

= ٢٦ وحدة مساحة

١٥

١ نقطة منتصف $\overline{أحـ} = \left(\frac{٣ + ٥}{٢} ، \frac{٣ - ١}{٢}\right) = (٤ ، ١)$

∴ نقطة تقاطع القطرين = (٤ ، ١)

٢ نفرض ء (س ، ص)

، ∵ نقطة منتصف $\overline{أحـ}$ = نقطة منتصف $\overline{ب ء}$

∴ $(٤ ، ١) = \left(\frac{٢ + س}{٢} ، \frac{-٢ + ص}{٢}\right)$

∴ $\frac{٢ + س}{٢} = ٤$ ∴ ٢ + س = ٨

∴ س = ٦

، $\frac{-٢ + ص}{٢} = ١$ ∴ -٢ + ص = ٢

∴ ص = ٤ ∴ ء (٦ ، ٤)

١٦

∵ $م_١ = \frac{٥ + ٢}{٤ + ٣} = ١$

، $م_٢ =$ ظا ٤٥° = ١

∴ $م_١ = م_٢$

∴ المستقيمان متوازيان

١٧

∵ $م_١ = \frac{ك - ١}{٢ - ٣} = \frac{ك - ١}{-١}$ ، $م_٢ =$ ظا ٤٥° = ١

، ∵ $ل_١ \perp ل_٢$ ∴ $م_١ \times م_٢ = -١$

∴ $\frac{ك - ١}{-١} \times ١ = -١$

∴ $\frac{ك - ١}{-١} = -١$ ∴ ك - ١ = ١

∴ ك = ٢

١٨

∵ ميل الخط المستقيم = ظا ١٣٥° = -١

∴ معادلة الخط المستقيم هى : ص = - س + حـ

، ∵ الخط المستقيم يمر بالنقطة (٤ ، ٥)

∴ ٥ = -٤ + حـ ∴ حـ = ٩

∴ معادلة الخط المستقيم هى : ص = - س + ٩

١٩

∵ ميل المستقيم المعطى = $\frac{-١}{٢}$

∴ ميل المستقيم المطلوب = $\frac{-١}{٢}$

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = $\frac{-١}{٢}$ س + حـ

∵ (٣ ، -٥) تحقق المعادلة

∴ $-٥ = \frac{-١}{٢} \times ٣ + حـ$ ∴ حـ = $\frac{-٧}{٢}$

∴ المعادلة هى : ص = $\frac{-١}{٢}$ س - $\frac{٧}{٢}$

٢٠

∵ ميل المستقيم = ظا هـ = ٢

ويقطع جزء طوله ٧ وحدات من الاتجاه الموجب لمحور الصادات

∴ المعادلة هى : ص = ٢ س + ٧

٢١

∵ ميل المستقيم المعطى = ميل $\overleftrightarrow{أب} = \frac{-٤ + ٣}{٥ - ٢} = \frac{-١}{٣}$

∴ ميل المستقيم المطلوب = ٣

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = ٣ س + حـ

، ∵ (١ ، ٢) تحقق المعادلة

∴ ٢ = ٣ × ١ + حـ   ∴ حـ = −١

∴ المعادلة هى : ص = ٣ س − ١

٢٢

∵ المستقيم يمر بالنقطتين (٤ ، ٠) ، (٠ ، ٩)

∴ ميله = $\frac{٩ - ٠}{٠ - ٤} = \frac{-٩}{٤}$

، ∵ المستقيم يقطع من الجزء الموجب لمحور الصادات جزءًا طوله ٩ وحدات

∴ معادلته هى : ص = $\frac{-٩}{٤}$ س + ٩

٢٣

∵ ميل المستقيم = $\frac{-١ - ٢}{-٢ - ٤} = \frac{١}{٢}$

∴ معادلة المستقيم هى : ص = $\frac{١}{٢}$ س + حـ

، ∵ (٤ ، ٢) تحقق المعادلة

∴ ٢ = $\frac{١}{٢}$ × ٤ + حـ   ∴ حـ = ٠

∴ معادلة المستقيم هى : ص = $\frac{١}{٢}$ س

، ∵ حـ = ٠

∴ المستقيم يمر بنقطة الأصل.

٢٤

∵ ميل $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ = $\frac{٣ + ١}{٥ - ٣}$ = ٢

∴ ميل محور تماثل $\overline{\text{أب}}$ = $\frac{-١}{٢}$

∴ معادلة محور تماثل $\overline{\text{أب}}$ هى :

ص = $\frac{-١}{٢}$ س + حـ

، ∵ نقطة منتصف $\overline{\text{أب}}$ = $\left(\frac{٣ + ٥}{٢} ، \frac{-١ + ٣}{٢}\right)$

= (٤ ، ١)

∴ (٤ ، ١) تحقق المعادلة : ص = $\frac{-١}{٢}$ س + حـ

∴ ١ = $\frac{-١}{٢}$ × ٤ + حـ   ∴ حـ = ٣

∴ معادلة محور تماثل $\overline{\text{أب}}$ هى : ص = $\frac{-١}{٢}$ س + ٣

٢٥

∵ $\frac{ص - ١}{س} = \frac{١}{٣}$ ∴ ص − ١ = $\frac{١}{٣}$ س

∴ ص = $\frac{١}{٣}$ س + ١

∴ ميل المستقيم المعطى = $\frac{١}{٣}$

∴ ميل المستقيم المطلوب = $\frac{١}{٣}$

، ∵ المستقيم يقطع من الجزء السالب لمحور الصادات جزءًا طوله ٤ وحدات طول

∴ معادلة المستقيم هى : ص = $\frac{١}{٣}$ س − ٤

٢٦

∵ ميل $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ = $\frac{٣ + ٧}{١ - ٣}$ = −٥

∴ ميل المستقيم المطلوب = −٥

∴ معادلته هى : ص = −٥ س + حـ

، ∵ أ (٥ ، ١) تحقق المعادلة

∴ ١ = −٥ × ٥ + حـ   ∴ حـ = ٢٦

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = −٥ س + ٢٦

٢٧

∵ $\frac{س}{٣} + \frac{ص}{٢}$ = ١ (بالضرب × ٢)

∴ $\frac{٢ س}{٣}$ + ص = ٢   ∴ ص = $\frac{-٢}{٣}$ س + ٢

∴ ميل الخط المستقيم = $\frac{-٢}{٣}$

، طول الجزء المقطوع من الجزء الموجب لمحور الصادات = ٢ وحدة طول

٢٨

∵ ميل المستقيم المعطى = $\frac{-٣}{-٤} = \frac{٣}{٤}$

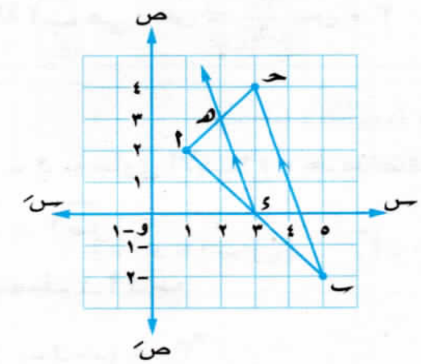
∴ ميل المستقيم المطلوب = $\frac{-٤}{٣}$

، ∵ المستقيم المطلوب يقطع من الجزء الموجب لمحور الصادات جزءًا طوله ٤ وحدات

∴ معادلة المستقيم المطلوب هي :

ص = $\frac{-٤}{٣}$ س + ٤

٢٩



١ في Δ أ ب حـ :

∵ ء منتصف $\overline{أب}$ ، $\overline{ءهـ}$ // $\overline{ب حـ}$

∴ هـ منتصف $\overline{أحـ}$ ، ءهـ = $\frac{١}{٢}$ ب حـ

∴ ءهـ = $\frac{١}{٢}\sqrt{(٥ - ٣)^٢ + (-٢ - ٤)^٢}$

= $\frac{١}{٢}\sqrt{٤ + ٣٦}$ = $\frac{١}{٢}\sqrt{٤٠}$ = $\frac{١}{٢} \times ٢\sqrt{١٠}$

= $\sqrt{١٠}$ وحدة طول

٢ ∵ ميل $\overleftrightarrow{ب حـ}$ = $\frac{٤ + ٢}{٣ - ٥}$ = −٣ ∴ ميل $\overleftrightarrow{ءهـ}$ = −٣

∴ معادلة $\overleftrightarrow{ءهـ}$ هي : ص = −٣ س + حـ

∵ ء منتصف $\overline{أب}$ = $\left(\frac{١ + ٥}{٢} ، \frac{٢ - ٢}{٢}\right)$ = (٣ ، ٠)

∴ (٣ ، ٠) تحقق المعادلة.

∴ ٠ = −٣ × ٣ + حـ ∴ حـ = ٩

∴ معادلة $\overleftrightarrow{ءهـ}$ هي : ص = −٣ س + ٩

٣٠

∵ معادلة المستقيم المعطى هي : ٣ س + ٢ ص = ٦

∴ ميل المستقيم المعطى = $\frac{-٣}{٢}$

∴ ميل المستقيم المطلوب = $\frac{٢}{٣}$

، ∵ المستقيم المطلوب يقطع من الجزء الموجب لمحور الصادات جزءًا طوله ٣ وحدات

∴ معادلته هي : ص = $\frac{٢}{٣}$ س + ٣

٣١

١ في Δ أ ب و :

∵ ق (∠ب أ و) = ١٨٠° − (٩٠° + ٤٥°) = ٤٥°

∴ ق (∠أ ب و) = ق (∠ب أ و)

∴ أ و = ب و = ٣ وحدات طول

∴ أ (٠ ، ٣)

٢ ∵ ب (٣ ، ٠) ∴ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{٣ - ٠}{٠ - ٣}$ = −١

، ∵ $\overleftrightarrow{أب}$ يقطع جزء طوله ٣ وحدات من الجزء الموجب لمحور الصادات

∴ معادلة $\overleftrightarrow{أب}$ هي : ص = − س + ٣

٣٢

١ نفرض أ (س ، ٠) ، ب (٠ ، ص)

∴ (٣ ، ٤) = $\left(\frac{س + ٠}{٢} ، \frac{٠ + ص}{٢}\right)$

∴ $\frac{س}{٢}$ = ٣ ∴ س = ٦

، $\frac{ص}{٢}$ = ٤ ∴ ص = ٨

∴ أ (٦ ، ٠) ، ب (٠ ، ٨)

٢ ∵ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{٨ - ٠}{٠ - ٦}$ = $\frac{-٤}{٣}$

، ∵ $\overleftrightarrow{أب}$ يقطع من الجزء الموجب لمحور الصادات ٨ وحدات.

∴ معادلة $\overleftrightarrow{أب}$ هي : ص = $\frac{-٤}{٣}$ س + ٨

٣٣

١ ∵ ميل $\overleftrightarrow{حـ ء}$ = $\frac{٦ - ٢}{-٣ - ٣}$ = $\frac{-٢}{٣}$

∴ معادلته هى : ص = $\frac{-٢}{٣}$ س + حـ

، ∵ أ (٣ ، ٢) تحقق المعادلة.

∴ ٢ = $\frac{-٢}{٣}$ × ٣ + حـ ∴ حـ = ٤

∴ معادلة $\overleftrightarrow{حـ ء}$ هى : ص = − $\frac{٢}{٣}$ س + ٤

٢ ∵ $\overleftrightarrow{حـ ء}$ يقطع من الجزء الموجب لمحور الصادات ٤ وحدات.

∴ و ء = ٤ وحدات.

، بوضع ص = ٠ ∴ ٠ = $\frac{-٢}{٣}$ س + ٤

∴ س = ٦ ∴ و حـ = ٦ وحدات

∴ مساحة Δ ء و حـ = $\frac{١}{٢}$ × ٤ × ٦

= ١٢ وحدة مربعة.

٣٤

∵ $\overleftrightarrow{أ ب}$ يقطع من الجزء الموجب للمحور الصادى جزءًا طوله ٣ وحدات طول

∴ أ = (٠ ، ٣)

، ∵ Δ أ و ب قائم الزاوية فى و

∴ $(و ب)^٢ = (أ ب)^٢ - (و أ)^٢$ = ٢٥ − ٩ = ١٦

∴ و ب = ٤ وحدات طول ∴ ب = (٤ ، ٠)

∴ ميل $\overleftrightarrow{أ ب}$ = $\frac{٠ - ٣}{٤ - ٠}$ = $\frac{-٣}{٤}$

∴ معادلة $\overleftrightarrow{أ ب}$ هى : ص = $\frac{-٣}{٤}$ س + ٣

٣٥

∵ Δ أ ب و متساوى الأضلاع ، حـ منتصف $\overline{أ ب}$

∴ $\overline{و حـ} \perp \overline{أ ب}$

، $\overleftrightarrow{حـ و}$ ينصف ∠ أ و ب

∴ ق (∠ ب و حـ) = ٣٠°

∴ ميل $\overleftrightarrow{و حـ}$ = ظا (∠ ب و حـ) = ظا ٣٠° = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$

∴ معادلة $\overleftrightarrow{و حـ}$ هى : ص = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ س + حـ

، ∵ و ∈ $\overleftrightarrow{و حـ}$ ∴ حـ = ٠

∴ معادلة $\overleftrightarrow{و حـ}$ هى : ص = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ س

إجابات نماذج امتحانات الكتاب المدرسى فى حساب المثلثات والهندسة

نموذج ١

١

١ (أ)	٢ (جـ)	٣ (ب)
٤ (أ)	٥ (ب)	٦ (أ)

٢ (أ) ، (ب) أثبت بنفسك.

٣

(أ) س = ٤٥° (ب) ب (٧ ، −٥)

٤

(أ) ك = صفر

(ب) ١ صفر

٢ ق (∠ب) ≃ ١٢° ٥٢َ ٣٦ً

٥

(أ) ص = ٢ س − ٢

(ب) أثبت بنفسك ، محيط الدائرة = ١٠ π وحدة طول.

نموذج ٢

١

١ (أ)	٢ (د)	٣ (ب)
٤ (جـ)	٥ (ب)	٦ (ب)

٢

(أ) ق (∠ د هـ) = ٣٠°

(ب) مثلث متساوى الساقين.

٣

(أ) ص = ٣ س ، أثبت بنفسك.

(ب) (٥ ، −١)

٤

(أ) ص = −٤ س + ٤ ، الميل = −٤

(ب) أثبت بنفسك.

٥

(أ) أثبت بنفسك.

(ب) ءحـ = ٥ سم ، ظا (∠ب حـ ء) = $\frac{٤}{٥}$

نموذج امتحان الطلاب المدمجين

١

١ ✓	٢ ✓	٣ ×
٤ ×	٥ ×	٦ ✓

٢

١ (ب)	٢ (جـ)	٣ (د)
٤ (جـ)	٥ (أ)	٦ (جـ)

٣

١ صفر	٢ ١	٣ ١٠
٤ ٢	٥ −٣	٦ $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

٤

١ $\frac{١}{٢}$	٢ $\frac{٣}{٥}$	٣ ٣
٤ ٢	٥ ٥ وحدة طول	٦ (−٥ ، ٢)

إجابات امتحانات المحافظات فى حساب المثلثات والهندسة

١ محافظة القاهرة

المجموعة الأولى

١ (جـ)	٢ (ب)	٣ (ب)
٤ (جـ)	٥ (د)	٦ (أ)
٧ (أ)	٨ (جـ)	٩ (د)

المجموعة الثانية

١٠ ∵ $م_١ = \frac{٥ - ٧}{٤ - ٥} = \frac{-٢}{-١} = ٢$

، $م_٢ = ٢$

∴ $م_١ = م_٢$ ∴ المستقيمان متوازيان

١١ ∵ ميل المستقيم = ظا ٤٥° = ١

∴ معادلته هى : ص = س + حـ

، ∵ (١ ، ٣) تحقق المعادلة

∴ ٣ = ١ + حـ ∴ حـ = ٢

∴ معادلة المستقيم هى : ص = س + ٢

١٢ ∵ المستقيم يمر بالنقطة (٢ ، ٥)

∴ ٥ = ٢ × ٢ + حـ ∴ حـ = ٥ − ٤ = ١

∴ المستقيم يقطع من الجزء الموجب لمحور الصادات جزءًا طوله ١ وحدة.

١٣ (١) ∵ Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب

، ∵ حا أ = $\frac{١}{٢}$ ∴ ق(∠أ) = ٣٠°

(٢) الطرف الأيمن = ١ + حتا حـ = ١ + $\frac{١}{٢}$ = $\frac{٣}{٢}$

، الطرف الأيسر = ٢ حتا² أ = ٢ × $\left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^٢$

= ٢ × $\frac{٣}{٤}$ = $\frac{٣}{٢}$

∴ الطرفان متساويان.

١٤ ∵ أ ب = $\sqrt{(٣ - ٠)^٢ + (ص - ٠)^٢} = \sqrt{٩ + ص^٢}$

، ∵ أ ب = ٥ وحدات.

∴ ٥ = $\sqrt{٩ + ص^٢}$ (بتربيع الطرفين)

∴ ٢٥ = ٩ + ص²

∴ ص² = ٢٥ − ٩ = ١٦

∴ ص = ٤ أ، ص = −٤ (مرفوض)

١٥ حا ٣٠° حتا ٦٠° − ظا² ٦٠° + حتا² ٣٠°

= $\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} - (\sqrt{٣})^٢ + \left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^٢$

= $\frac{١}{٤} - ٣ + \frac{٣}{٤} = -٢$

١٦ ∵ أ ب = $\sqrt{(٤ - ١)^٢ + (٢ - ١)^٢}$

= $\sqrt{٩ + ١} = \sqrt{١٠}$ وحدة طول

، ب حـ = $\sqrt{(٧ - ٤)^٢ + (٣ - ٢)^٢}$

= $\sqrt{٩ + ١} = \sqrt{١٠}$ وحدة طول

، أ حـ = $\sqrt{(٧ - ١)^٢ + (٣ - ١)^٢}$

= $\sqrt{٣٦ + ٤} = \sqrt{٤٠}$

= ٢ $\sqrt{١٠}$ وحدة طول

∴ أ حـ = أ ب + ب حـ

∴ أ ، ب ، حـ تقع على استقامة واحدة.

٢ محافظة الجيزة

المجموعة الأولى

١ (أ)	٢ (ب)	٣ (أ)
٤ (ب)	٥ (د)	٦ (جـ)
٧ (جـ)	٨ (ب)	٩ (د)

المجموعة الثانية

١٠ ∵ $م_١ = \frac{ك - ١}{٥ - ٣} = \frac{ك - ١}{٢}$ ، $م_٢ = ١$

، ∵ المستقيمان متوازيان

∴ $م_١ = م_٢$ ∴ $\frac{ك - ١}{٢} = ١$

∴ ك − ١ = ٢ ∴ ك = ٣

١١ (١) ∵ ميل المستقيم = ٢

∴ معادلته هى : ص = ٢ س + حـ

، ∵ المستقيم يمر بالنقطة (−١ ، ٣)

∴ ٣ = ٢ × −١ + حـ ∴ حـ = ٥

∴ معادلة المستقيم هى : ص = ٢ س + ٥

(٢) بوضع س = ٠

∴ ص = ٢ × ٠ + ٥ ∴ ص = ٥

∴ المستقيم يقطع محور الصادات فى النقطة (٠ ، ٥)

١٢ ∵ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{٥ - ١}{٤ - ٠}$ = ١

، ميل $\overleftrightarrow{ب ح}$ = $\frac{٨ - ٥}{١ - ٤}$ = −١

، ميل $\overleftrightarrow{ح ء}$ = $\frac{٤ - ٨}{-٣ - ١}$ = ١

، ميل $\overleftrightarrow{أ ء}$ = $\frac{٤ - ١}{-٣ - ٠}$ = −١

∵ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ميل $\overleftrightarrow{ح ء}$ ∴ $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{ح ء}$

∵ ميل $\overleftrightarrow{ب ح}$ = ميل $\overleftrightarrow{أ ء}$ ∴ $\overleftrightarrow{ب ح}$ // $\overleftrightarrow{أ ء}$

∴ أ ب ح ء متوازى أضلاع

، ∵ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ × ميل $\overleftrightarrow{ب ح}$ = ١ × −١ = −١

∴ $\overleftrightarrow{أب}$ ⊥ $\overleftrightarrow{ب ح}$ ∴ أ ب ح ء مستطيل

١٣ (١) ∵ Δ أ ب ح قائم الزاوية فى ب

∴ $(ب ح)^2 = (١٣)^2 - (٥)^2$ = ١٤٤

∴ ب ح = ١٢ سم

(٢) ١٣ حتا أ − ١٢ ظا ح = ١٣ × $\frac{٥}{١٣}$ − ١٢ × $\frac{٥}{١٢}$ = ٠

١٤ ∵ أب = $\sqrt{(١ - ٤)^2 + (١ - ٣)^2}$

= $\sqrt{٩ + ٤}$ = $\sqrt{١٣}$ وحدة طول

، ب ح = $\sqrt{(-٥ - ١)^2 + (-٣ - ١)^2}$

= $\sqrt{٣٦ + ١٦}$ = ٢ $\sqrt{١٣}$ وحدة طول.

، أ ح = $\sqrt{(-٥ - ٤)^2 + (-٣ - ٣)^2}$

= $\sqrt{٨١ + ٣٦}$ = ٣ $\sqrt{١٣}$ وحدة طول.

∴ أ ح = أب + ب ح

∴ أ ، ب ، ح على استقامة واحدة.

١٥ ∵ ح منتصف $\overline{أب}$

∴ (٤ ، ص) = $\left(\frac{س + ٦}{٢} ، \frac{-٣ + ٥}{٢}\right)$

∴ ٤ = $\frac{س + ٦}{٢}$ ∴ ٨ = س + ٦ ∴ س = ٢

، ص = $\frac{-٣ + ٥}{٢}$ ∴ ص = ١

∴ س − ص = ٢ − ١ = ١

١٦ ∵ ٢ جا س = ٤ × $\left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)$ − $\sqrt{٣}$

= ٢ $\sqrt{٣}$ − $\sqrt{٣}$ = $\sqrt{٣}$

∴ جا س = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ∴ س = ٦٠°

٣ محافظة الإسكندرية

المجموعة الأولى

١ (ج) ٢ (د) ٣ (ج)

٤ (ج) ٥ (أ) ٦ (أ)

٧ (أ) ٨ (ج) ٩ (ب)

المجموعة الثانية

١٠ ∵ ظا س = ٤ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$ = $\sqrt{٣}$

∴ س = ٦٠°

١١ ∵ $م_١$ = $\frac{٥ + ٢}{٤ + ٣}$ = $\frac{٧}{٧}$ = ١

، $م_٢$ = ظا ٤٥° = ١

∴ $م_١ = م_٢$ ∴ المستقيمان متوازيان.

١٢ ∵ م أ = $\sqrt{(٣ + ١)^2 + (-١ - ٢)^2}$

= $\sqrt{١٦ + ٩}$ = $\sqrt{٢٥}$ = ٥ وحدة طول

، م ب = $\sqrt{(-٤ + ١)^2 + (٦ - ٢)^2}$

= $\sqrt{٩ + ١٦}$ = $\sqrt{٢٥}$ = ٥ وحدة طول

، م ح = $\sqrt{(٢ + ١)^2 + (-٢ - ٢)^2}$

= $\sqrt{٩ + ١٦}$ = $\sqrt{٢٥}$ = ٥ وحدة طول

∴ م أ = م ب = م ح

∴ أ ، ب ، ح تقع على الدائرة م التى طول نصف قطرها = ٥ وحدة طول

∴ محيط الدائرة = ٢ π نق = ٢ × ٣,١٤ × ٥

= ٣١,٤ وحدة طول

١٣ ∵ ح منتصف $\overline{أب}$

∴ (س ، −٣) = $\left(\frac{-٣ + ٩}{٢} ، \frac{ص + ١١}{٢}\right)$

∴ س = $\frac{-٣ + ٩}{٢}$ = $\frac{٦}{٢}$ = ٣

، −٣ = $\frac{ص + ١١}{٢}$ ∴ −٦ = ص + ١١

∴ ص = −١٧

∴ س + ص = ٣ + (−١٧) = −١٤

١٤ ∵ ميل المستقيم المعطى = $\frac{٢}{٣}$

∴ ميل المستقيم المطلوب = $\frac{-٣}{٢}$

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى :

ص = $-\frac{٣}{٢}$ س + حـ

، ∵ المستقيم المطلوب يمر بالنقطة (−٢ ، ٤)

∴ ٤ = $-\frac{٣}{٢}$ × −٢ + حـ   ∴ حـ = ١

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى :

ص = $-\frac{٣}{٢}$ س + ١

١٥ ∵ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{٣ - ٥}{٣ + ٢}$ = $-\frac{٢}{٥}$

، ميل $\overleftrightarrow{بحـ}$ = $\frac{٢ - ٣}{-٤ - ٣}$ = $\frac{١}{٧}$

، ميل $\overleftrightarrow{حـء}$ = $\frac{٤ - ٢}{-٩ + ٤}$ = $-\frac{٢}{٥}$

، ميل $\overleftrightarrow{أء}$ = $\frac{٤ - ٥}{-٩ + ٢}$ = $\frac{١}{٧}$

∵ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ميل $\overleftrightarrow{حـء}$ ∴ $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{حـء}$

، ∵ ميل $\overleftrightarrow{بحـ}$ = ميل $\overleftrightarrow{أء}$

∴ $\overleftrightarrow{بحـ}$ // $\overleftrightarrow{أء}$

∴ أبحـء متوازى أضلاع

١٦ (١) فى Δ أبحـ : ∵ ق(∠ب) = ٩٠°

∴ جا(∠أحـب) = $\frac{٣}{٦}$ = $\frac{١}{٢}$

∴ ق(∠أحـب) = ٣٠°

(٢) ∵ $(بحـ)^٢ = (٦)^٢ - (٣)^٢$ = ٢٧

∴ بحـ = ٣ $\sqrt{٣}$ وحدة طول

∴ مساحة سطح المستطيل أبحـء

= ٣ × ٣ $\sqrt{٣}$ = ٩ $\sqrt{٣}$ وحدة مساحة.

٤ محافظة القليوبية

المجموعة الأولى

١ (أ)	٢ (جـ)	٣ (ب)
٤ (جـ)	٥ (أ)	٦ (أ)
٧ (ب)	٨ (جـ)	٩ (د)

المجموعة الثانية

١٠ فى Δ أحـء : ∵ ق(∠حـأء) = ٩٠°

، ق(∠ء) = ٣٠°

∴ أحـ = $\frac{١}{٢}$ ءحـ = ٣ سم

، فى Δ أبحـ : ∵ ق(∠أحـب) = ٩٠°

∴ طاب = $\frac{٣}{٤}$

١١ ∵ ٢ جاس = $(١)^٢ \times \sqrt{٣} = \sqrt{٣}$

∴ جاس = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ∴ س = ٦٠°

١٢ ∵ أب = $\sqrt{(٣ - ٠)^٢ + (٤ - ٠)^٢}$

= $\sqrt{٩ + ١٦} = \sqrt{٢٥}$ = ٥ وحدة طول

، بحـ = $\sqrt{(-٤ - ٣)^٢ + (٣ - ٤)^٢}$

= $\sqrt{٤٩ + ١} = \sqrt{٥٠}$ = ٥ $\sqrt{٢}$ وحدة طول

، أحـ = $\sqrt{(-٤ - ٠)^٢ + (٣ - ٠)^٢}$

= $\sqrt{١٦ + ٩} = \sqrt{٢٥}$ = ٥ وحدة طول

∴ أب = أحـ

∴ Δ أبحـ متساوى الساقين

١٣ ∵ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{٣ - ٢}{٢ - س}$ = $\frac{١}{٢ - س}$

، ميل $\overleftrightarrow{حـء}$ = $\frac{٢ - ١}{-١ + ٤}$ = $\frac{١}{٣}$

، ∵ $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{حـء}$

∴ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ميل $\overleftrightarrow{حـء}$

∴ $\frac{١}{٢ - س}$ = $\frac{١}{٣}$ ∴ ٢ − س = ٣

∴ س = −١

١٤ نفرض أن قياس الزاوية الموجبة التى يصنعها المستقيم ل مع الاتجاه الموجب لمحور السينات = هـ

، ∵ ميل المستقيم المعطى = $\frac{-١ - ٥}{٤ + ٢}$ = −١

، ∵ المستقيمان متعامدان

∴ ميل المستقيم المطلوب = ١

∴ طاهـ = ١   ∴ هـ = ٤٥°

١٥ ∵ ميل المستقيم المعطى = ٣

∴ ميل المستقيم المطلوب = ٣

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = ٣ س + حـ

، ∵ المستقيم المطلوب يمر بالنقطة (٦ ، ٢)

∴ ٢ = ٣ × ٦ + حـ   ∴ حـ = -١٦

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = ٣ س - ١٦

١٦ ∵ حـ منتصف أب

∴ (٥ ، ٣) = (٦ + س/٢ ، ص + ٥/٢)

∴ ٥ = ٦ + س/٢   ∴ ١٠ = ٦ + س

∴ س = ٤

، ٣ = ص + ٥/٢   ∴ ٦ = ص + ٥

∴ ص = ١

∴ س + ص = ٤ + ١ = ٥

٥ محافظة الشرقية

المجموعة الأولى

١ (د)	٢ (أ)	٣ (جـ)
٤ (جـ)	٥ (د)	٦ (أ)
٧ (أ)	٨ (جـ)	٩ (جـ)

المجموعة الثانية

١٠ بفرض أن : أ (س ، ص)

∵ أب قطر فى الدائرة

∴ (٥ ، ٧) = (س + ٨/٢ ، ص + ١١/٢)

∴ ٥ = س + ٨/٢   ∴ ١٠ = س + ٨

∴ س = ٢

، ٧ = ص + ١١/٢   ∴ ١٤ = ص + ١١

∴ ص = ٣   ∴ أ (٢ ، ٣)

∴ ميل أب = ١١ - ٣/٨ - ٢ = ٤/٣

∴ ميل المستقيم العمودى على أب = - ٣/٤

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى :

ص = - ٣/٤ س + حـ

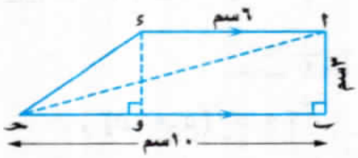
، ∵ المستقيم المطلوب يمر بالنقطة (٢ ، ٣)

∴ ٣ = - ٣/٤ × ٢ + حـ   ∴ حـ = ٩/٢

∴ معادلة المستقيم العمودى على أب هى :

ص = - ٣/٤ س + ٩/٢

١١ نرسم ءو ⊥ ب حـ



∵ أء // ب حـ

، أب ⊥ ب حـ

، ءو ⊥ ب حـ

∴ أ ب و ء مستطيل   ∴ ب و = أ ء = ٦ سم

∴ و حـ = ٤ سم ، ء و = أ ب = ٣ سم

من Δ ء و حـ القائم الزاوية فى و :

∵ (ء حـ)^2 = ٣^2 + ٤^2 = ٢٥

∴ ء حـ = ٥ سم

∴ ٢ حا (∠ ء حـ ب) - طا (∠ أ حـ ب)

= ٢ × ٤/٥ - ٣/١٠

= ٨/٥ - ٣/١٠ = ١٦ - ٣/١٠ = ١٣/١٠

١٢ ∵ ٢ √٥ = √((س - ٦)^2 + (٥ - ١)^2)

(بتربيع الطرفين)

∴ ٢٠ = (س - ٦)^2 + ١٦

∴ (س - ٦)^2 = ٤

∴ س - ٦ = ± √٤ = ± ٢

∴ س - ٦ = ٢   ∴ س = ٨

أ، س - ٦ = -٢   ∴ س = ٤

١٣ ∵ ميل المستقيم المعطى = $\frac{-١}{٣}$

∴ ميل المستقيم المطلوب = $-\frac{١}{٣}$

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى :

ص = $-\frac{١}{٣}$ س + ح

، ∵ المستقيم المطلوب يمر بالنقطة (٩ ، ٦)

∴ ٦ = $-\frac{١}{٣}$ × ٩ + ح ∴ ح = ٩

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى :

ص = $-\frac{١}{٣}$ س + ٩

١٤ ∵ طا (هـ + ٥)° = $\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} + \left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^{٢} \times ١$

= $\frac{١}{٤} + \frac{٣}{٤}$ = ١

∴ (هـ + ٥)° = ٤٥° ∴ هـ = ٤٠°

١٥ ∵ م$_{١}$ = $\frac{٩ - ٥}{أ - ٠} = \frac{٤}{أ}$

، ∵ م$_{٢}$ = $\frac{-(أ - ٤)}{-٣} = \frac{أ - ٤}{٣}$

، ∵ ل$_{١}$ // ل$_{٢}$ ∴ م$_{١}$ = م$_{٢}$

∴ $\frac{٤}{أ} = \frac{أ - ٤}{٣}$ ∴ أ^{٢} − ٤ أ = ١٢

∴ أ^{٢} − ٤ أ − ١٢ = ٠ ∴ (أ − ٦) (أ + ٢) = ٠

∴ أ = ٦ أو أ = −٢

١٦ (١) ∵ ميل المستقيم = $\frac{٤ - ٢}{٣ - ١}$ = ١

∴ معادلة المستقيم هى : ص = س + ح

، ∵ النقطة ب (١ ، ٢) ∈ المستقيم

∴ ٢ = ١ + ح ∴ ح = ١

∴ معادلة المستقيم $\overleftrightarrow{أح}$ هى : ص = س + ١

(٢) نقطة تقاطع المستقيم مع محور السينات أ (−١ ، ٠)

ونقطة تقاطع المستقيم مع محور الصادات ء (٠ ، ١)

∴ مساحة Δ و أ ء = $\frac{١}{٢}$ و أ × و ء

= $\frac{١}{٢}$ × ١ × ١

= $\frac{١}{٢}$ وحدة مربعة.

٦ محافظة المنوفية

السؤال الأول

(أ) (١) (ب) (٢) (جـ) (٣) (جـ)

(ب) ∵ ح (٤ ، ص) منتصف $\overline{أب}$

∴ (٤ ، ص) = $\left(\frac{س + ٦}{٢} ، \frac{٣ + ٥}{٢}\right)$

∴ ٤ = $\frac{س + ٦}{٢}$ ∴ ٨ = س + ٦

∴ س = ٢

، ص = $\frac{٨}{٢}$ ∴ ص = ٤

∴ س + ص = ٢ + ٤ = ٦

السؤال الثانى

(أ) (١) (ب) (٢) (جـ) (٣) (د)

(ب) ∵ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{-٣ - ١}{٠ - ٢} = \frac{-٤}{-٢}$ = ٢

، ميل $\overleftrightarrow{ب ح}$ = $\frac{٣ + ٣}{٣ - ٠} = \frac{٦}{٣}$ = ٢

، ∵ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ميل $\overleftrightarrow{ب ح}$

∴ $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{ب ح}$

، ∵ ب نقطة مشتركة بين المستقيمين

$\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{ب ح}$

∴ أ ، ب ، ح تقع على استقامة واحدة.

السؤال الثالث

(أ) (١) (أ) (٢) (ب) (٣) (ب)

(ب) (١) فى Δ أ ب ح القائم الزاوية فى ب

∵ (أ ح)^{٢} = ٥^{٢} + ١٢^{٢} = ١٦٩

∴ أ ح = ١٣ سم

∴ حا أ حتا ح + حتا أ حا ح

= $\frac{١٢}{١٣} \times \frac{١٢}{١٣} + \frac{٥}{١٣} \times \frac{٥}{١٣}$

= $\frac{١٤٤}{١٦٩} + \frac{٢٥}{١٦٩} = \frac{١٦٩}{١٦٩}$ = ١

② ∵ ظاحـ = $\frac{٥}{١٢}$

∴ ق (∠ حـ) ≃ ٢٢° ٣٧' ١٢"

السؤال الرابع

(أ) ∵ م$_١$ = $\frac{-ك}{٣}$ ، م$_٢$ = ظا ٤٥° = ١

، ∵ ل$_١$ // ل$_٢$ ∴ م$_١$ = م$_٢$

∴ $\frac{-ك}{٣}$ = ١   ∴ ك = −٣

(ب) ∵ ٢ جتا هـ = ٤ × $\left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^٢$ − ٢ × ١

= ٤ × $\frac{٣}{٤}$ − ٢ = ٣ − ٢ = ١

∴ جتا هـ = $\frac{١}{٢}$ ∴ هـ = ٦٠°

السؤال الخامس

(أ) ∵ أب = $\sqrt{(-١ - ١)^٢ + (٢ - ٤)^٢}$

= $\sqrt{٤ + ٤}$ = $\sqrt{٨}$ وحدة طول

، ب حـ = $\sqrt{(٢ + ١)^٢ + (-١ - ٢)^٢}$

= $\sqrt{٩ + ٩}$ = $\sqrt{١٨}$ وحدة طول

، حـ أ = $\sqrt{(١ - ٢)^٢ + (٤ + ١)^٢}$

= $\sqrt{١ + ٢٥}$ = $\sqrt{٢٦}$ وحدة طول

∵ (أب)^٢ + (ب حـ)^٢ = $(\sqrt{٨})^٢$ + $(\sqrt{١٨})^٢$

= ٨ + ١٨ = ٢٦

، (أحـ)^٢ = $(\sqrt{٢٦})^٢$ = ٢٦

∴ (أب)^٢ + (ب حـ)^٢ = (أحـ)^٢

∴ Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب   (المطلوب أولًا)

، مساحة سطح Δ أ ب حـ = $\frac{١}{٢}$ × أب × ب حـ

= $\frac{١}{٢}$ × $\sqrt{٨}$ × $\sqrt{١٨}$

= ٦ وحدة مربعة.

(المطلوب ثانيًا)

(ب) ① ∵ و أ = ٤ وحدات طول

∴ أ (٠ ، ٤)

، و ب = ٤ وحدات طول

∴ ب (٤ ، ٠)

∴ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{٤ - ٠}{٠ - ٤}$ = −١

② معادلة $\overleftrightarrow{أب}$ هى : ص = −س + حـ

، ∵ و أ = ٤ وحدات طول   ∴ حـ = ٤

∴ معادلة $\overleftrightarrow{أب}$ هى : ص = −س + ٤

٧ محافظة الغربية

المجموعة الأولى

١ (د)	٢ (جـ)	٣ (جـ)
٤ (د)	٥ (أ)	٦ (ب)
٧ (أ)	٨ (د)	٩ (د)

المجموعة الثانية

١٠ بفرض أن نقطة ء منتصف $\overline{ب حـ}$

∴ ء = $\left(\frac{٥ + ٣}{٢} ، \frac{-١ + ٥}{٢}\right)$ = (٤ ، ٢)

، ∵ المستقيم المطلوب يمر بالنقطتين

أ (−٣ ، ٤) ، ء (٤ ، ٢)

∴ ميله = $\frac{٢ - ٤}{٤ + ٣}$ = $\frac{-٢}{٧}$

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = $\frac{-٢}{٧}$ س + حـ

، ∵ المستقيم يمر بالنقطة أ (−٣ ، ٤)

∴ ٤ = $\frac{-٢}{٧}$ × −٣ + حـ   ∴ حـ = $\frac{٢٢}{٧}$

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى :

ص = $\frac{-٢}{٧}$ س + $\frac{٢٢}{٧}$

١١ ∵ ميل $\overleftrightarrow{س ص}$ = $\frac{٢ - ٥}{٤ - ٣}$ = −٣

، ميل $\overleftrightarrow{ص ع}$ = $\frac{أ - ٢}{-٥ - ٤}$ = $\frac{أ - ٢}{-٩}$

، ∵ $\overleftrightarrow{س ص}$ ⊥ $\overleftrightarrow{ص ع}$

∴ ميل $\overleftrightarrow{س ص}$ × ميل $\overleftrightarrow{ص ع}$ = −١

∴ −٣ × $\frac{أ - ٢}{-٩}$ = −١

∴ أ − ٢ = −٣   ∴ أ = −١

١٢ ∵ ٢ جا س = $(\sqrt{٣})^٢$ − ٢ × ١ = ٣ − ٢ = ١

∴ جا س = $\frac{١}{٢}$ ∴ س = ٣٠°

١٣ ∵ ميل المستقيم = $\frac{١}{٢}$

∴ معادلة المستقيم هى : ص = $\frac{١}{٢}$ س + حـ

، ∵ المستقيم يمر بالنقطة (٣ ، ٤)

∴ ٤ = $\frac{١}{٢}$ × ٣ + حـ ∴ حـ = $\frac{٥}{٢}$

∴ معادلة المستقيم هى : ص = $\frac{١}{٢}$ س + $\frac{٥}{٢}$

١٤ ∵ ميل المستقيم = ظا ١٣٥° = -١

∴ معادلة المستقيم هى : ص = - س + حـ

، ∵ المستقيم يمر بالنقطة (٤ ، ٥)

∴ ٥ = -٤ + حـ ∴ حـ = ٩

∴ معادلة المستقيم هى : ص = - س + ٩

١٥ (١) ∵ أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى حـ



∴ $(أحـ)^٢ = (١٣)^٢ - (١٢)^٢ = ٢٥$

∴ أحـ = ٥ سم ∴ جاب = $\frac{٥}{١٣}$

(٢) ١ + ظا² أ = ١ + $\left(\frac{١٢}{٥}\right)^٢$ = ١ + $\frac{١٤٤}{٢٥}$ = $\frac{١٦٩}{٢٥}$

١٦ ∵ ميل المستقيم المعطى = $-\frac{١}{٢}$

∴ ميل المستقيم المطلوب = $-\frac{١}{٢}$

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى :

ص = $-\frac{١}{٢}$ س + حـ

، ∵ المستقيم يمر بالنقطة (١ ، ٢)

∴ ٢ = $-\frac{١}{٢}$ × ١ + حـ ∴ حـ = $\frac{٥}{٢}$

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى :

ص = $-\frac{١}{٢}$ س + $\frac{٥}{٢}$

٨ محافظة الدقهلية

السؤال الأول

(أ) (١) (ب) (٢) (د) (٣) (جـ)

(ب) ∵ أب = ب حـ

∴ $\sqrt{(س - ٣)^٢ + (٣ - ٢)^٢}$

= $\sqrt{(٣ - ٥)^٢ + (٢ - ١)^٢}$ (بتربيع الطرفين)

∴ $(س - ٣)^٢ + (١)^٢ = (-٢)^٢ + (١)^٢$

∴ س² - ٦ س + ٩ + ١ = ٥

∴ س² - ٦ س + ٥ = ٠

∴ (س - ٥) (س - ١) = ٠

∴ س = ٥ أ، س = ١

السؤال الثانى

(أ) ∵ $م_١ = \frac{ك - ١}{٢ - ٣}$ = ١ - ك

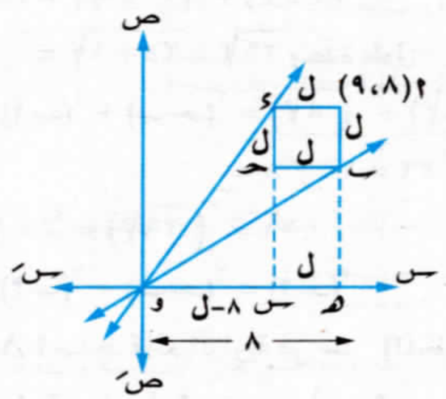
، $م_٢$ = ١ ، ∵ $ل_١ \perp ل_٢$

∴ $م_١ م_٢$ = -١ ∴ (١ - ك) × ١ = -١

∴ ١ - ك = -١ ∴ ك = ٢

(ب) (١) ∵ أء // س س' ، أب // ص ص'

، ∵ أ (٨ ، ٩)



نفرض أن طول ضلع المربع = ل

∴ نقطة ب (٨ ، ٩ - ل)

وهى تحقق معادلة ب و : ص = $\frac{٣}{٤}$ س

∴ ٩ - ل = $\frac{٣}{٤}$ × ٨

∴ ٩ - ل = ٦ ∴ ٩ - ٦ = ل

∴ ل = ٣ ∴ و س = ٥

∴ نقطة ء (٥ ، ٩)

② ∵ وء يمر بنقطة الأصل

∴ معادلة وء هى : ص = م س

، ∵ المستقيم وء يمر بالنقطتين

(٠ ، ٠) ، (٥ ، ٩)

∴ ميله = (٩ − ٠)/(٥ − ٠) = ٩/٥

∴ معادلة وء هى : ص = ٩/٥ س

السؤال الثالث

(أ) ① (جـ) ② (ب) ③ (د)

(ب) ∵ ٤ جا س = (√٣)² − ٢ × ١/٢

= ٣ − ١ = ٢

∴ جا س = ٢/٤ = ١/٢ ∴ س = ٣٠°

السؤال الرابع

(أ) ① (ب) ② (أ) ③ (جـ)

(ب) ∵ فى متوازى الأضلاع القطران ينصف كل منهما الآخر

∴ نقطة تقاطع القطرين = نقطة منتصف أحـ

= ((٣ − ٤)/٢ ، (٤ − ٣)/٢) = (−١/٢ ، ١/٢)

ونفرض ء (س ، ص)

، ∵ نقطة منتصف أحـ = نقطة منتصف بء

∴ (−١/٢ ، ١/٢) = ((س + ٢)/٢ ، (ص − ١)/٢)

∴ (س + ٢)/٢ = −١/٢ ∴ س + ٢ = −١

∴ س = −٣ ، (ص − ١)/٢ = ١/٢

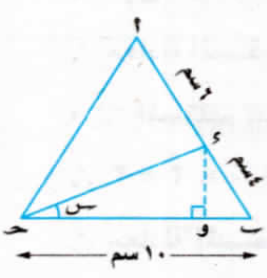
∴ ص − ١ = ١ ∴ ص = ٢

∴ ء = (−٣ ، ٢)

السؤال الخامس

(أ) نرسم ءو ⊥ بحـ

تقطعها فى و



∵ Δ أبحـ متساوى الأضلاع

∴ ق(∠ب) = ٦٠°

، أب = بحـ = ٤ + ٦ = ١٠ سم

فى Δ ب و ء : ∵ ق(∠ب و ء) = ٩٠°

∴ ق(∠ب ء و) = ١٨٠° − (٩٠° + ٦٠°) = ٣٠°

∴ ب و = ١/٢ ب ء = ٢ سم

، ∵ (ء و)² = (ب ء)² − (ب و)²

= ٤² − ٢² = ١٢

∴ ء و = ٢√٣ سم

، ∵ حـ و = ب حـ − ب و = ١٠ − ٢ = ٨ سم

فى Δ ء و حـ : ∵ ق(∠ء و حـ) = ٩٠°

∴ ١ + ظا² س = ١ + (٢√٣/٨)² = ١٩/١٦

(ب) عند س = ٠

∴ ٠/أ + ص/ب = ١ ∴ ص/ب = ١

∴ ص = ب

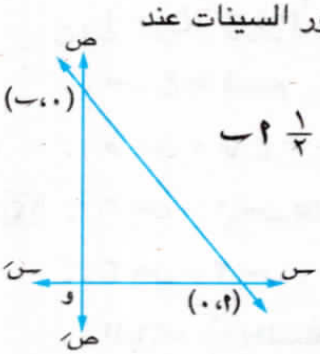
∴ المستقيم يقطع محور الصادات عند النقطة (٠ ، ب)

عند ص = ٠

∴ س/أ + ٠/ب = ١ ∴ س/أ = ١

∴ س = أ

∴ المستقيم يقطع محور السينات عند النقطة (أ ، ٠)



، ∵ مساحة المثلث = ١/٢ أ ب

∴ ١/٢ أ ب = ١٢

∴ أ ب = ٢٤

٩ محافظة السويس

المجموعة الأولى

١ (جـ) ٢ (ب) ٣ (أ)

٤ (أ) ٥ (جـ) ٦ (د)

٧ (جـ) ٨ (ب) ٩ (د)

المجموعة الثانية

١٠ ∵ $٢ \text{ جا } س = (\sqrt{٣})^{٢} - ٢ \times ١$

$= ٣ - ٢ = ١$

∴ $\text{جا } س = \frac{١}{٢}$ ∴ $س = ٣٠^{\circ}$

١١ ∵ $أب = \sqrt{(-٢ - ٣)^{٢} + (٤ + ١)^{٢}}$

$= \sqrt{٢٥ + ٢٥} = \sqrt{٥٠} = ٥\sqrt{٢}$ وحدة طول

، $ب ح = \sqrt{(٣ - ٤)^{٢} + (-١ - ٥)^{٢}}$

$= \sqrt{١ + ٣٦} = \sqrt{٣٧}$ وحدة طول

، $أ ح = \sqrt{(-٢ - ٤)^{٢} + (٤ - ٥)^{٢}}$

$= \sqrt{٣٦ + ١} = \sqrt{٣٧}$ وحدة طول

∴ ب ح = أ ح

∴ Δ أ ب ح متساوى الساقين

١٢ ∵ ميل الخط المستقيم = ٣

∴ معادلة الخط المستقيم هى : ص = ٣ س + ح

، ∵ الخط المستقيم يمر بالنقطة (١ ، ٥)

∴ $٥ = ٣ \times ١ + ح$ ∴ ح = ٢

∴ معادلة الخط المستقيم هى : ص = ٣ س + ٢

١٣ ∵ Δ س ص ع قائم الزاوية فى ص :

∴ $(ص ع)^{٢} = (٥)^{٢} - (٣)^{٢} = ١٦$

∴ ص ع = ٤ سم

∴ $\text{طا } س + \text{طا } ع = \frac{٤}{٣} + \frac{٣}{٤} = \frac{٢٥}{١٢}$

١٤ ∵ ٣ ص − ٢ س = ٦

∴ ٣ ص = ٢ س + ٦ ∴ $ص = \frac{٢}{٣} س + ٢$

∴ الميل = $\frac{٢}{٣}$ والمستقيم يقطع من الجزء الموجب لمحور الصادات وحدتين.

١٥ بفرض أن : ب (س ، ص)

، ∵ ح (٥ ، ٣) منتصف $\overline{أب}$

∴ $(٥ ، ٣) = \left(\frac{٤ + س}{٢} ، \frac{-١ + ص}{٢}\right)$

∴ $٥ = \frac{٤ + س}{٢}$ ∴ ١٠ = ٤ + س

∴ س = ٦

، $٣ = \frac{-١ + ص}{٢}$ ∴ ٦ = −١ + ص

∴ ص = ٧ ∴ ب (٦ ، ٧)

١٦ ∵ $م_{١} = \frac{٤ - ٣}{١ - ٠} = ١$

، $م_{٢} = \text{طا } ٤٥^{\circ} = ١$ ∴ $م_{١} = م_{٢}$

∴ المستقيمان متوازيان

١٠ محافظة بورسعيد

المجموعة الأولى

١ (جـ) **٢** (أ) **٣** (ب)

٤ (جـ) **٥** (د) **٦** (ب)

٧ (جـ) **٨** (ب) **٩** (ب)

المجموعة الثانية

١٠ ∵ $\text{جتا } س = (١)^{٢} - \left(\frac{١}{\sqrt{٢}}\right)^{٢} = ١ - \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢}$

∴ $س = ٦٠^{\circ}$

١١ ∵ $أب = \sqrt{(٤ - ٧)^{٢} + (٤ - ٠)^{٢}}$

$= \sqrt{٢٥} = ٥$ وحدة طول

، $ب ح = \sqrt{(٧ - ١)^{٢} + (٠ - ٠)^{٢}}$

$= \sqrt{٣٦} = ٦$ وحدة طول

، $أ ح = \sqrt{(٤ - ١)^{٢} + (٤ - ٠)^{٢}}$

$= \sqrt{٢٥} = ٥$ وحدة طول

∴ أب = أ ح

∴ Δ أ ب ح متساوى الساقين

١٢ ∵ ميل المستقيم المعطى = $\frac{٦ - ٢}{٣ - ١} = ٢$

∴ ميل المستقيم المطلوب = ٢

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = ٢ س + ح

، ∵ المستقيم يمر بالنقطة (٠ ، ٣)

∴ $٣ = ٢ \times ٠ + ح$ ∴ ح = ٣

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى :

ص = ٢ س + ٣

١٣ ∵ Δ أ ب ح قائم فى الزاوية ب

∴ $(أح)^٢ = (٣)^٢ + (٤)^٢ = ٢٥$

∴ أح = ٥ سم

∴ جا أ جا ح − جتا أ جتا ح $= \frac{٤}{٥} \times \frac{٣}{٥} - \frac{٣}{٥} \times \frac{٤}{٥}$

$= \frac{١٢}{٢٥} - \frac{١٢}{٢٥} =$ صفر

١٤ ∵ $م_١ = \frac{-١}{١} = -١$ ، $م_٢ =$ ظا ٤٥° = ١

∴ $م_١ \times م_٢ = -١ \times ١ = -١$ ∴ $ل_١ \perp ل_٢$

١٥ ∵ ح منتصف $\overline{أب}$

∴ $(٣ ، ٢) = \left(\frac{١ + س}{٢} ، \frac{ص + ٣}{٢}\right)$

∴ $\frac{١ + س}{٢} = ٣$ ∴ ١ + س = ٦

∴ س = ٥

، $\frac{ص + ٣}{٢} = ٢$ ∴ ص + ٣ = ٤

∴ ص = ١

∴ (س ، ص) = (٥ ، ١)

١٦ ∵ و أ = ٦ وحدة طول ∴ أ (٦ ، ٠)

، و ب = ٨ وحدة طول ∴ ب (٠ ، ٨)

∴ ميل $\overleftrightarrow{أب} = \frac{٨ - ٠}{٠ - ٦} = \frac{-٤}{٣}$

∴ معادلة $\overleftrightarrow{أب}$ هى : ص = $\frac{-٤}{٣}$ س + ح

، ∵ و ب = ٨ وحدة طول ∴ ح = ٨

∴ معادلة $\overleftrightarrow{أب}$ هى : ص = $\frac{-٤}{٣}$ س + ٨

١١ محافظة كفر الشيخ

المجموعة الأولى

١ (أ)	**٢** (أ)	**٣** (ب)
٤ (ب)	**٥** (أ)	**٦** (أ)
٧ (أ)	**٨** (د)	**٩** (جـ)

المجموعة الثانية

١٠ ∵ أب = $\sqrt{(١ - ٠)^٢ + (١ - ٤)^٢}$

$= \sqrt{١٠}$ وحدة طول

، ب ح = $\sqrt{(٠ + ١)^٢ + (٤ - ١)^٢}$

$= \sqrt{١٠}$ وحدة طول

، أح = $\sqrt{(١ + ١)^٢ + (١ - ١)^٢} = ٢$ وحدة طول

∴ أب = ب ح

∴ Δ أ ب ح متساوى الساقين

١١ ∵ جا س × $\left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^٢$

$= ٣ \times \left(\frac{١}{\sqrt{٢}}\right)^٢ \times \left(\frac{١}{\sqrt{٢}}\right)^٢ \times \frac{١}{٢}$

∴ جا س × $\frac{٣}{٤} = ٣ \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} = \frac{٣}{٨}$

∴ جا س = $\frac{٣}{٨} \times \frac{٤}{٣} = \frac{١}{٢}$

∴ س = ٣٠°

١٢ ∵ ميل $\overleftrightarrow{أح} = \frac{٢ - (-٢)}{٣ - (-١)} = ١$

، ∵ $\overleftrightarrow{أح} \perp \overleftrightarrow{ب د}$ ∴ ميل $\overleftrightarrow{ب د} = -١$

∴ معادلة $\overleftrightarrow{ب د}$ هى : ص = −س + ح

، ∵ ب (٤ ، −٣) تحقق معادلة $\overleftrightarrow{ب د}$

∴ −٣ = −٤ + ح ∴ ح = ١

∴ معادلة $\overleftrightarrow{ب د}$ هى : ص = −س + ١

١٣ ∵ ميل المستقيم المعطى = $\frac{-١}{-٣} = \frac{١}{٣}$

∴ ميل المستقيم المطلوب = $\frac{١}{٣}$

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى :

ص = $\frac{١}{٣}$ س + ح

، ∵ المستقيم يقطع جزءًا طوله ٥ وحدات من الجزء السالب لمحور الصادات

∴ ح = −٥

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى :

ص = $\frac{١}{٣}$ س − ٥

١٤ بفرض أن : أ (س ، ٠) ، ب (٠ ، ص)

، ∵ النقطة ح (−٣ ، ٤) هى منتصف $\overline{أب}$

∴ $(-٣ ، ٤) = \left(\frac{س + ٠}{٢} ، \frac{٠ + ص}{٢}\right)$

∴ $-٣ = \frac{س}{٢}$ ∴ س = −٦

، $٤ = \frac{ص}{٢}$ ∴ ص = ٨

∴ أ (−٦ ، ٠) ، ب (٠ ، ٨)

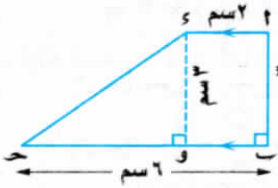
١٥ ∵ $م_١ = \frac{ك - ١}{٢ - ٣} = \frac{ك - ١}{-١} = ١ - ك$

، $م_٢ =$ ظا ٤٥° = ١

، ∵ $ل_١ // ل_٢$ ∴ $م_١ = م_٢$

∴ ١ − ك = ١   ∴ ك = ٠

١٦ (١) نرسم $\overline{ءو} \perp \overline{بحـ}$



∵ $\overline{أء} // \overline{بحـ}$

، $\overline{أب} \perp \overline{بحـ}$

، $\overline{ءو} \perp \overline{بحـ}$

∴ أ ب و ء مستطيل

∴ ب و = ٢ سم ، و حـ = ٤ سم

، ء و = ٣ سم

∴ فى Δ ء و حـ القائم الزاوية فى و

$(ءحـ)^٢ = ٣^٢ + ٤^٢ = ٢٥$

∴ ء حـ = ٥ سم

(٢) ∵ ظا (∠ ب حـ ء) = $\frac{ءو}{وحـ} = \frac{٣}{٤}$

∴ ق (∠ ب حـ ء) ≃ ٣٦° ٥٢َ ١٢ً

١٢ محافظة البحيرة

المجموعة الأولى

١ (د)	٢ (أ)	٣ (ب)
٤ (د)	٥ (ب)	٦ (جـ)
٧ (أ)	٨ (جـ)	٩ (أ)

المجموعة الثانية

١٠ ∵ ميل المستقيم = $\frac{-١ + ٣}{١ - ٢} = -٢$

∴ معادلة المستقيم هى : ص = −٢ س + حـ

، ∵ المستقيم يمر بالنقطة أ (٢ ، −٣)

∴ −٣ = −٢ × ٢ + حـ   ∴ حـ = ١

∴ معادلة المستقيم هى : ص = −٢ س + ١

١١ ∵ $م_١ = \frac{٤ - ٣}{٢ + ١} = \frac{١}{٣}$

، $م_٢ = \frac{١}{٣}$

، ∵ $م_١ = م_٢$ ∴ المستقيمان متوازيان

١٢ نفرض أن أ (س ، ٠)

، ب (٠ ، ص)

، ∵ حـ (٤ ، ٣) منتصف $\overline{أب}$

∴ (٤ ، ٣) = $\left(\frac{س + ٠}{٢} ، \frac{٠ + ص}{٢}\right)$

∴ ٤ = $\frac{س}{٢}$ ∴ س = ٨   ∴ أ (٨ ، ٠)

، ٣ = $\frac{ص}{٢}$ ∴ ص = ٦   ∴ ب (٠ ، ٦)

∴ أب = $\sqrt{(٨ - ٠)^٢ + (٠ - ٦)^٢}$

= $\sqrt{٦٤ + ٣٦} = \sqrt{١٠٠}$ = ١٠ وحدة طول

١٣ ∵ $\sqrt{(س - ٦)^٢ + (٥ - ١)^٢} = ٢\sqrt{٥}$

(بتربيع الطرفين)

∴ $(س - ٦)^٢ + (٤)^٢ = ٢٠$

∴ $(س - ٦)^٢ = ٢٠ - ١٦$

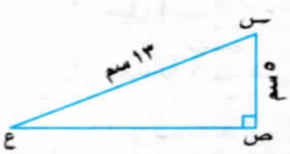
∴ $(س - ٦)^٢ = ٤$ ∴ س − ٦ = ± ٢

∴ س − ٦ = −٢   ∴ س = ٤

أ، س − ٦ = ٢   ∴ س = ٨

١٤ (١) ∵ Δ س ص ع

قائم الزاوية فى ص



∴ $(ص ع)^٢ = (١٣)^٢ - (٥)^٢ = ١٤٤$

∴ ص ع = ١٢ سم

∴ ظا (∠ س) + ظا (∠ ع) = $\frac{١٢}{٥} + \frac{٥}{١٢}$

= $\frac{١٦٩}{٦٠}$

(٢) ∵ ظا (∠ ع) = $\frac{٥}{١٢}$

∴ ق (∠ ع) ≃ ٢٢° ٣٧َ

١٥ ∵ جا س × $\frac{١}{٢}$ × $\sqrt{٣}$ = ١ − $\left(\frac{١}{٢}\right)^٢$

∴ جا س × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ = ١ − $\frac{١}{٤}$ = $\frac{٣}{٤}$

∴ جا س = $\frac{٣}{٤} \times \frac{٢}{\sqrt{٣}} = \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

∴ س = ٦٠°

١٦ ∵ ميل المستقيم المعطى = $-\frac{١}{٢}$

∴ ميل المستقيم المطلوب = ٢

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = ٢ س + حـ

، ∵ المستقيم يمر بالنقطة (٠ ، ٥)

∴ ٥ = ٢ × ٠ + حـ   ∴ حـ = ٥

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = ٢ س + ٥

١٣ محافظة الفيوم

السؤال الأول

(١) (أ)   (٢) (د)   (٣) (جـ)

(٤) (ب)   (٥) (جـ)   (٦) (د)

السؤال الثانى

(أ) (١) (جـ)   (٢) (د)   (٣) (أ)

(ب) ∵ طا $\left(\frac{٣ س}{٢}\right)^{\circ}$ = ١   ∴ $\frac{٣ س}{٢}$ = ٤٥°

∴ ٣ س = ٩٠°   ∴ س = ٣٠°

∴ $جا^{٢}$ س + $جتا^{٢}$ س = $جا^{٢}$ ٣٠° + $جتا^{٢}$ ٣٠°

= $\left(\frac{١}{٢}\right)^{٢} + \left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^{٢}$

= $\frac{١}{٤} + \frac{٣}{٤}$ = ١

السؤال الثالث

(أ) ∵ $\sqrt{١٧} = \sqrt{(٢ - ٣)^{٢} + (س + ١)^{٢}}$

(بتربيع الطرفين)

∴ ١٧ = ١ + $(س + ١)^{٢}$

∴ $(س + ١)^{٢}$ = ١٦   ∴ س + ١ = ± ٤

∴ س + ١ = ٤   ∴ س = ٣

أ، س + ١ = −٤   ∴ س = −٥

(ب) ∵ حـ (س ، −٣) منتصف $\overline{أب}$

∴ (س ، −٣) = $\left(\frac{-٣ + ٩}{٢} ، \frac{ص + ١١}{٢}\right)$

∴ س = ٣ ، −٣ = $\frac{ص + ١١}{٢}$

∴ ص + ١١ = −٦   ∴ ص = −١٧

السؤال الرابع

(أ) ∵ $م_{١}$ = $\frac{-٢ - ٤}{-٣ + ٣}$ = $\frac{-٦}{صفر}$ (غير معرف)

∴ المستقيم يوازى محور الصادات

، ∵ $م_{٢}$ = $\frac{٢ - ٢}{-٣ - ١}$ = $\frac{صفر}{-٤}$ = صفر

∴ المستقيم يوازى محور السينات

∴ المستقيمان متعامدان

(ب) ∵ ميل المستقيم = $\frac{-١ - ٢}{-٢ - ٤}$ = $\frac{١}{٢}$

∴ معادلة المستقيم هى : ص = $\frac{١}{٢}$ س + حـ

، ∵ المستقيم يمر بالنقطة (٤ ، ٢)

∴ ٢ = $\frac{١}{٢}$ × ٤ + حـ   ∴ حـ = ٠

∴ معادلة المستقيم هى : ص = $\frac{١}{٢}$ س

، ∵ طول الجزء المقطوع من محور الصادات = صفر

∴ المستقيم يمر بنقطة الأصل

السؤال الخامس

(أ) ∵ ميل المستقيم المعطى = $\frac{١}{٢}$

∴ ميل المستقيم المطلوب = $\frac{١}{٢}$

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى :

ص = $\frac{١}{٢}$ س + حـ

، ∵ المستقيم يمر بالنقطة (٠ ، −٢)

∴ −٢ = $\frac{١}{٢}$ × ٠ + حـ   ∴ حـ = −٢

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى :

ص = $\frac{١}{٢}$ س − ٢

(ب) ∵ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{٥ - ١}{٤ - ٠}$ = ١

، ميل $\overleftrightarrow{ب حـ}$ = $\frac{٨ - ٥}{١ - ٤}$ = −١

، ميل $\overleftrightarrow{حـ ء}$ = $\frac{٤ - ٨}{-٣ - ١}$ = ١

، ميل $\overleftrightarrow{أ ء}$ = $\frac{٤ - ١}{-٣ - ٠}$ = −١

∵ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ميل $\overleftrightarrow{حء}$

∴ $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{حء}$ ، ∵ ميل $\overleftrightarrow{بح}$ = ميل $\overleftrightarrow{أء}$

∴ $\overleftrightarrow{أء}$ // $\overleftrightarrow{بح}$

∴ أبحء متوازى أضلاع

، ∵ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ × ميل $\overleftrightarrow{بح}$ = ١ × −١ = −١

∴ $\overleftrightarrow{أب}$ ⊥ $\overleftrightarrow{بح}$

∴ أبحء مستطيل

، أح = $\sqrt{(٠ - ١)^{٢} + (١ - ٨)^{٢}}$

= $\sqrt{١ + ٤٩}$ = ٥ $\sqrt{٢}$ وحدة طول

١٤ محافظة المنيا

المجموعة الأولى

١ (د)	٢ (جـ)	٣ (جـ)
٤ (جـ)	٥ (ب)	٦ (ب)
٧ (جـ)	٨ (ب)	٩ (أ)

المجموعة الثانية

١٠ ∵ الطرف الأيمن = ٥ × $(\frac{١}{٢})^{٢}$ = $\frac{٥}{٤}$

، الطرف الأيسر = ٩ × $(\frac{١}{٢})^{٢}$ − $١^{٢١}$ = $\frac{٩}{٤}$ − ١ = $\frac{٥}{٤}$

∴ الطرفان متساويان

١١ ∵ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{-٢ - ٤}{-١ - ١}$ = ٣

، ميل $\overleftrightarrow{بح}$ = $\frac{-٣ + ٢}{٢ + ١}$ = $\frac{-١}{٣}$

، ميل $\overleftrightarrow{أح}$ = $\frac{-٣ - ٤}{٢ - ١}$ = −٧

∵ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ × ميل $\overleftrightarrow{بح}$ = ٣ × −$\frac{١}{٣}$ = −١

∴ $\overleftrightarrow{أب}$ ⊥ $\overleftrightarrow{بح}$

∴ Δ أبح قائم الزاوية فى ب

١٢ ∵ ميل المستقيم المعطى = −$\frac{١}{٢}$

∴ ميل المستقيم المطلوب = −$\frac{١}{٢}$

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى :

ص = − $\frac{١}{٢}$ س + حـ

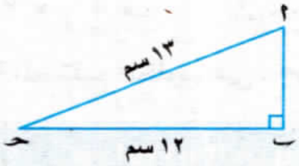
، ∵ النقطة (٣ ، −٥) تحقق المعادلة

∴ −٥ = −$\frac{١}{٢}$ × ٣ + حـ ∴ حـ = −$\frac{٧}{٢}$

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى :

ص = −$\frac{١}{٢}$ س − $\frac{٧}{٢}$

١٣



∵ Δ أبح قائم الزاوية فى ب

∴ $(أب)^{٢} = (١٣)^{٢} - (١٢)^{٢}$ = ٢٥

∴ أب = ٥ سم

∴ ١ + ظا^{٢} حـ = ١ + $(\frac{٥}{١٢})^{٢}$ = $\frac{١٦٩}{١٤٤}$

١٤ ∵ $م_{١}$ = $\frac{٣ - ٧}{٩ + ١}$ = − $\frac{٢}{٥}$

، $م_{٢}$ = − $\frac{١}{ك}$

، ∵ المستقيمان متعامدان ∴ $م_{١}$ $م_{٢}$ = −١

∴ − $\frac{٢}{٥}$ × − $\frac{١}{ك}$ = −١ ∴ $\frac{٢}{٥ ك}$ = −١

∴ −٥ ك = ٢ ∴ ك = − $\frac{٢}{٥}$

١٥ ∵ ميل المستقيم = ظا ٤٥° = ١

∴ معادلة المستقيم هى : ص = س + حـ

، ∵ المستقيم يمر بالنقطة (٣ ، ٢)

∴ ٢ = ٣ + حـ ∴ حـ = −١

∴ معادلة المستقيم هى : ص = س − ١

١٦ ∵ أم = $\sqrt{(-١ - ٣)^{٢} + (٢ + ١)^{٢}}$ = ٥ وحدة طول

، بم = $\sqrt{(-١ + ٤)^{٢} + (٢ - ٦)^{٢}}$ = ٥ وحدة طول

، حم = $\sqrt{(-١ - ٢)^{٢} + (٢ + ٢)^{٢}}$ = ٥ وحدة طول

∴ أم = بم = حم

∴ النقط أ ، ب ، حـ تقع على الدائرة التى مركزها م (−١ ، ٢)

، محيط الدائرة = ٢ × ٥ × ٣,١٤

= ٣١,٤ وحدة طول

١٥ محافظة أسيوط

المجموعة الأولى

١ (أ)	٢ (جـ)	٣ (ب)
٤ (جـ)	٥ (جـ)	٦ (ب)
٧ (أ)	٨ (ب)	٩ (جـ)

المجموعة الثانية

١٠ ∵ ميل المستقيم = ٢

∴ معادلة المستقيم هى : ص = ٢ س + حـ

، ∵ المستقيم يمر بالنقطة (٠ ، ١)

∴ ١ = ٢ × ٠ + حـ ∴ حـ = ١

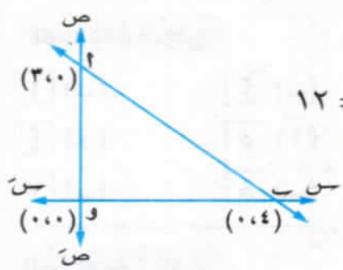
∴ معادلة المستقيم هى : ص = ٢ س + ١

١١ ∵ المستقيم $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ // محور الصادات

∴ ميله غير معرف

∴ ٣ − س = ٠ ∴ س = ٣

١٢ عند س = ٠



∴ ٣ × ٠ + ٤ ص = ١٢

∴ ٤ ص = ١٢

∴ ص = ٣

∴ المستقيم يقطع محور الصادات فى النقطة أ (٠ ، ٣)

، عند ص = ٠ ∴ ٣ س + ٤ × ٠ = ١٢

∴ ٣ س = ١٢ ∴ س = ٤

∴ المستقيم يقطع محور السينات فى النقطة ب (٤ ، ٠)

∴ مساحة المثلث = $\frac{١}{٢}$ × و ب × و أ

= $\frac{١}{٢}$ × ٤ × ٣ = ٦ وحدة مربعة

١٣ (١) نقطة تقاطع القطرين

= $\left(\frac{٣ - ١}{٢} ، \frac{٢ - ٢}{٢}\right)$ = (١ ، ٠)

(٢) ∵ أ حـ = $\sqrt{(-١ - ٣)^{٢} + (-٢ - ٢)^{٢}}$

= $\sqrt{١٦ + ١٦}$ = ٤ $\sqrt{٢}$ وحدة طول

، ب ء = $\sqrt{(-٢ - ٤)^{٢} + (٣ + ٣)^{٢}}$

= $\sqrt{٣٦ + ٣٦}$ = ٦ $\sqrt{٢}$ وحدة طول

∴ مساحة المعين

أ ب حـ ء = $\frac{١}{٢}$ × ٤ $\sqrt{٢}$ × ٦ $\sqrt{٢}$

= ٢٤ وحدة مربعة

١٤ ∵ ميل المستقيم المعطى = $\frac{٥}{٢}$

∴ ميل المستقيم المطلوب = $-\frac{٢}{٥}$

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى :

ص = $-\frac{٢}{٥}$ س + حـ

، ∵ المستقيم يمر بالنقطة (٣ ، ٤)

∴ ٤ = $-\frac{٢}{٥}$ × ٣ + حـ ∴ حـ = $\frac{٢٦}{٥}$

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = $-\frac{٢}{٥}$ س + $\frac{٢٦}{٥}$

١٥ فى Δ أ ب حـ



∵ ق (∠ حـ) = ٩٠°

∴ جا (∠ أ ب حـ) = $\frac{\text{أ حـ}}{\text{أ ب}}$

∴ جا ٦٠° = $\frac{\text{أ حـ}}{٦}$

∴ أ حـ = ٦ × جا ٦٠° = ٣ $\sqrt{٣}$ متر

١٦ نفرض أن قياسات الزوايا : ٣ س ، ٧ س ، ٨ س

∴ ٣ س + ٧ س + ٨ س = ١٨٠°

∴ ١٨ س = ١٨٠°

∴ س = $\frac{١٨٠°}{١٨}$ = ١٠°

∴ قياس الزاوية الأولى = ٣ × ١٠° = ٣٠°

، قياس الزاوية الثانية = ٧ × ١٠° = ٧٠°

، قياس الزاوية الثالثة = ٨ × ١٠° = ٨٠°

١٦ محافظة سوهاج

المجموعة الأولى

١ (جـ)	٢ (جـ)	٣ (أ)
٤ (د)	٥ (ب)	٦ (جـ)
٧ (د)	٨ (ب)	٩ (أ)

المجموعة الثانية

١٠ ∵ م١ = $\frac{ك - ١}{٢ - ٣}$ = ١ − ك ، م٢ = ظا ٤٥° = ١

، ∵ ل١ // ل٢ ∴ م١ = م٢

∴ ١ − ك = ١ ∴ ك = ٠

١١ ∵ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{٥ - ٣}{٣ - ١}$ = ١

∴ ميل المستقيم المطلوب = −١

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى :

ص = − س + حـ

، ∵ نقطة منتصف $\overline{أب}$ = $\left(\frac{١ + ٣}{٢} ، \frac{٣ + ٥}{٢}\right)$

= (٢ ، ٤)

، ∵ المستقيم المطلوب يمر بمنتصف $\overline{أب}$

∴ النقطة (٢ ، ٤) تحقق معادلة المستقيم

∴ ٤ = −٢ + حـ ∴ حـ = ٦

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = − س + ٦

١٢ ∵ ص = $\frac{٢}{٣}$ س − ٢

∴ الميل = $\frac{٢}{٣}$ والمستقيم يقطع من الجزء السالب لمحور الصادات وحدتين

١٣ ∵ ٢ جتا س = $\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} + \frac{\sqrt{٣}}{٢} \times \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

∴ ٢ جتا س = $\frac{١}{٤} + \frac{٣}{٤}$

∴ ٢ جتا س = ١ ∴ جتا س = $\frac{١}{٢}$

∴ س = ٦٠°

١٤ (١) نفرض أن : أ (س ، ٠) ، ب (٠ ، ص)

، ∵ النقطة حـ (٣ ، ٤) منتصف $\overline{أب}$

∴ (٣ ، ٤) = $\left(\frac{س + ٠}{٢} ، \frac{٠ + ص}{٢}\right)$

∴ ٣ = $\frac{س}{٢}$ ∴ س = ٦ ∴ أ (٦ ، ٠)

، ٤ = $\frac{ص}{٢}$ ∴ ص = ٨

∴ ب (٠ ، ٨)

(٢) مساحة Δ أ و ب = $\frac{١}{٢}$ × أ و × ب و

= $\frac{١}{٢}$ × ٦ × ٨

= ٢٤ وحدة مربعة

١٥ (١) ∵ Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب

∴ $(ب حـ)^٢ = (١٣)^٢ - (٥)^٢$ = ١٤٤

∴ ب حـ = ١٢ سم

∴ جتا أ جتا حـ − جا أ جا حـ

= $\frac{٥}{١٣} \times \frac{١٢}{١٣} - \frac{١٢}{١٣} \times \frac{٥}{١٣}$ = ٠

(٢) ∵ جتا أ = $\frac{٥}{١٣}$

∴ ق (∠ أ) ≃ ٦٧° ٢٢َ ٤٨ً

١٦ ∵ أ ب = $\sqrt{(٣ + ٢)^٢ + (-١ - ٤)^٢}$

= ٥ $\sqrt{٢}$ وحدة طول.

، ب حـ = $\sqrt{(٤ - ٣)^٢ + (٥ + ١)^٢}$

= $\sqrt{٣٧}$ وحدة طول.

، أ حـ = $\sqrt{(٤ + ٢)^٢ + (٥ - ٤)^٢}$

= $\sqrt{٣٧}$ وحدة طول.

∴ ب حـ = أ حـ ∴ Δ أ ب حـ متساوى الساقين

١٧ محافظة أسوان

المجموعة الأولى

١ (ب)	٢ (ب)	٣ (جـ)
٤ (جـ)	٥ (أ)	٦ (جـ)
٧ (ب)	٨ (ب)	٩ (ب)

المجموعة الثانية

١٠ جا ٤٥° جتا ٤٥° − جا ٣٠° جتا ٦٠°

= $\frac{١}{\sqrt{٢}} \times \frac{١}{\sqrt{٢}} - \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢}$

= $\frac{١}{٢} - \frac{١}{٤} = \frac{١}{٤}$

١١ بفرض أن : ب (س ، ص)

، ∵ م منتصف $\overline{أب}$

∴ م (٣ ، −٤) = $\left(\frac{١ + س}{٢} ، \frac{٤ + ص}{٢}\right)$

∴ ٣ = $\frac{١ + س}{٢}$ ∴ ١ + س = ٦

∴ س = ٥

، −٤ = $\frac{٤ + ص}{٢}$ ∴ ٤ + ص = −٨

∴ ص = −١٢ ∴ ب (٥ ، −١٢)

١٢ ∵ ميل المستقيم المعطى = −١

∴ ميل المستقيم المطلوب = −١

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = −س + حـ

، ∵ المستقيم يمر بالنقطة (٢ ، ٣)

∴ ٣ = −٢ + حـ ∴ حـ = ٥

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى : ص = −س + ٥

١٣ ∵ Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى ب

∴ ق (∠ أ) + ق (∠ حـ) = ٩٠°

، ∵ ق (∠ أ) = ٢ ق (∠ حـ)

∴ ٢ ق (∠ حـ) + ق (∠ حـ) = ٩٠°

∴ ٣ ق (∠ حـ) = ٩٠°

∴ ق (∠ حـ) = $\frac{٩٠°}{٣}$ = ٣٠°

، ق (∠ أ) = ٢ × ٣٠° = ٦٠°

∴ حتا أ + حا حـ = حتا ٦٠° + حا ٣٠°

= $\frac{١}{٢}$ + $\frac{١}{٢}$ = ١

١٤ ∵ $م_١$ = $\frac{١ - ٢}{-٢ + ٣}$ = −١

، $م_٢$ = طا ٤٥° = ١

، ∵ $م_١$ × $م_٢$ = −١ × ١ = −١

∴ المستقيمان متعامدان

١٥ ∵ ص = ٣ س − ٢

∴ الميل = ٣ والمستقيم يقطع من الجزء السالب لمحور الصادات وحدتين

١٦ ∵ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{٣ - ١}{٤ - ١}$ = $\frac{٢}{٣}$

، ميل $\overleftrightarrow{بحـ}$ = $\frac{-٣ - ٣}{-٥ - ٤}$ = $\frac{٢}{٣}$

، ∵ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ميل $\overleftrightarrow{بحـ}$

∴ $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{بحـ}$

، ∵ ب نقطة مشتركة بين المستقيمين $\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{بحـ}$

∴ أ ، ب ، حـ تقع على استقامة واحدة

١٨ محافظة جنوب سيناء

السؤال الأول

① (ب) ② (د) ③ (أ)

④ (جـ) ⑤ (ب) ⑥ (ب)

السؤال الثانى

(أ) ① (د) ② (د) ③ (جـ)

(ب) ∵ ميل المستقيم = $\frac{٥ - ٣}{٠ - ١}$ = −٢

∴ معادلة المستقيم هى : ص = −٢ س + حـ

، ∵ المستقيم يمر بالنقطة (١ ، ٣)

∴ ٣ = −٢ × ١ + حـ ∴ حـ = ٥

∴ معادلة المستقيم هى : ص = −٢ س + ٥

السؤال الثالث

(أ) ٢ حا س = $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$ + $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

= $\frac{١}{٤}$ + $\frac{٣}{٤}$ = ١

∴ ٢ حا س = ١ ∴ حا س = $\frac{١}{٢}$

∴ س = ٣٠°

(ب) ∵ النقطة (٤ ، ٦) منتصف $\overline{لم}$

∴ (٤ ، ٦) = ($\frac{س + ٥}{٢}$ ، $\frac{٧ + ص}{٢}$)

∴ ٤ = $\frac{س + ٥}{٢}$ ∴ س + ٥ = ٨

∴ س = ٣

، ٦ = $\frac{٧ + ص}{٢}$ ∴ ٧ + ص = ١٢

∴ ص = ٥

السؤال الرابع

(أ) ∵ ميل المستقيم = ٧

∴ معادلة المستقيم هى : ص = ٧ س + حـ

، ∵ المستقيم يمر بالنقطة (−٤ ، ٥)

∴ ٥ = ٧ × −٤ + حـ ∴ حـ = ٣٣

∴ معادلة المستقيم هى : ص = ٧ س + ٣٣

(ب) ∵ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = $\frac{-١ - ٤}{٣ + ٢}$ = -١

، ميل $\overleftrightarrow{بحـ}$ = $\frac{٦ + ١}{-٤ - ٣}$ = -١

، ∵ ميل $\overleftrightarrow{أب}$ = ميل $\overleftrightarrow{بحـ}$

∴ $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{بحـ}$

، ∵ ب نقطة مشتركة بين المستقيمين $\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{بحـ}$

∴ أ ، ب ، حـ تقع على استقامة واحدة

السؤال الخامس

(أ) ∵ Δ س ص ع قائم الزاوية في ص

∴ $(س ع)^٢ = (١٢)^٢ + (٥)^٢ = ١٦٩$

∴ س ع = ١٣ سم

∴ حتا س حتا ع + حا س حا ع

= $\frac{٥}{١٣} \times \frac{١٢}{١٣} + \frac{١٢}{١٣} \times \frac{٥}{١٣} = \frac{١٢٠}{١٦٩}$

(ب) ∵ (٠ ، أ) تنتمي إلى الخط المستقيم

∴ ٣ × ٠ + ٤ × أ = ١٢

∴ أ = ٣

١٩ محافظة البحر الأحمر

المجموعة الأولى

١ (ب)	٢ (د)	٣ (جـ)
٤ (أ)	٥ (ب)	٦ (د)
٧ (ب)	٨ (جـ)	٩ (د)

المجموعة الثانية

١٠ ∵ أب = $\sqrt{(٣ - ١)^٢ + (١ - ١)^٢}$ = ٢ وحدة طول

، ب حـ = $\sqrt{(١ - ٣)^٢ + (٣ - ١)^٢}$ = ٢ $\sqrt{٢}$ وحدة طول

، أ حـ = $\sqrt{(١ - ١)^٢ + (٣ - ١)^٢}$ = ٢ وحدة طول

∵ أب = أ حـ

∴ Δ أ ب حـ متساوي الساقين

١١ ∵ حا ٦٠° = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (١)

، ٢ حا ٣٠° حتا ٣٠° = ٢ × $\frac{١}{٢}$ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ (٢)

من (١) ، (٢) :

∴ حا ٦٠° = ٢ حا ٣٠° حتا ٣٠°

١٢ ∵ ميل المستقيم = $\frac{١ + ١}{١ - ٢}$ = -٢

∴ معادلة المستقيم هي : ص = -٢ س + حـ

، ∵ المستقيم يمر بالنقطة (١ ، ١)

∴ ١ = -٢ × ١ + حـ ∴ حـ = ٣

∴ معادلة المستقيم هي : ص = -٢ س + ٣

١٣ ∵ ٣ حا س = $\sqrt{٣} \times \frac{\sqrt{٣}}{٢}$

∴ ٣ حا س = $\frac{٣}{٢}$

∴ حا س = $\frac{١}{٢}$ ∴ س = ٣٠°

١٤ ∵ النقطة حـ منتصف $\overline{أب}$

∴ (س ، -٣) = $\left(\frac{-٣ + ٩}{٢} ، \frac{ص + ٠}{٢}\right)$

= $\left(٣ ، \frac{ص}{٢}\right)$

∴ س = ٣ ، -٣ = $\frac{ص}{٢}$ ∴ ص = -٦

١٥ ∵ $م_١$ = -١

، $م_٢$ = طا ٤٥° = ١

، ∵ $م_١ \times م_٢$ = -١ × ١ = -١

∴ المستقيمان متعامدان

١٦ معادلة المستقيم هي : ص = ٤ س + ٣

وبوضع ص = ٠ ∴ س = $\frac{-٣}{٤}$

∴ نقطة تقاطعه مع محور السينات هي : $\left(\frac{-٣}{٤} ، ٠\right)$

٢٠ محافظة مطروح

المجموعة الأولى

١ (د)	٢ (د)	٣ (أ)
٤ (ب)	٥ (أ)	٦ (أ)
٧ (ب)	٨ (ب)	٩ (أ)

المجموعة الثانية

١٠ ∵ ميل المستقيم = ٢

∴ معادلة المستقيم هى : ص = ٢ س + حـ

، ∵ المستقيم يمر بالنقطة (١ ، ٥)

∴ ٥ = ٢ × ١ + حـ ∴ حـ = ٣

∴ معادلة المستقيم هى : ص = ٢ س + ٣

١١ ∵ $م_1 = \frac{٥ - ٢}{٦ - ٣} = ١$ ، $م_2 = -١$

، ∵ $م_1 \times م_2 = ١ \times -١ = -١$

∴ المستقيمان متعامدان

١٢ نفرض أن : ب (س ، ص)

، ∵ حـ منتصف $\overline{أب}$

∴ $(٣ ، ٤) = \left(\frac{١ + س}{٢} ، \frac{٢ + ص}{٢}\right)$

∴ $٣ = \frac{١ + س}{٢}$ ∴ ٦ = ١ + س

∴ س = ٥

، $٤ = \frac{٢ + ص}{٢}$ ∴ ٨ = ٢ + ص

∴ ص = ٦ ∴ ب (٥ ، ٦)

١٣ ∵ $جا^2 ٣٠° + جتا^2 ٣٠° = \left(\frac{١}{٢}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{٣}}{٢}\right)^2$

$= \frac{١}{٤} + \frac{٣}{٤} = ١$ (١)

، ظا ٤٥° = ١ (٢)

∴ من (١) ، (٢) :

∴ $جا^2 ٣٠° + جتا^2 ٣٠° = ظا ٤٥°$

١٤ $أب = \sqrt{(-٤ - ٢)^2 + (-٣ - ٥)^2}$

$= \sqrt{٣٦ + ٦٤} = ١٠$ وحدة طول

١٥ بفرض أن النقطة ء منتصف $\overline{ب حـ}$

∴ النقطة ء $= \left(\frac{٥ + ٣}{٢} ، \frac{-١ + ٥}{٢}\right) = (٤ ، ٢)$

∵ المستقيم المطلوب معادلته يمر بالنقطتين

أ (−٣ ، ٤) ، ء (٤ ، ٢)

∴ ميله $= \frac{٢ - ٤}{٤ + ٣} = -\frac{٢}{٧}$

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى :

ص $= -\frac{٢}{٧}$ س + حـ

، ∵ المستقيم يمر بالنقطة أ (−٣ ، ٤)

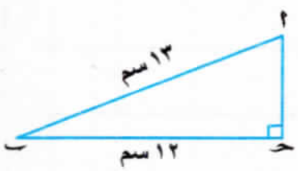
∴ $٤ = -\frac{٢}{٧} \times -٣ +$ حـ

∴ حـ $= \frac{٢٢}{٧}$

∴ معادلة المستقيم المطلوب هى :

ص $= -\frac{٢}{٧}$ س $+ \frac{٢٢}{٧}$

١٦ ∵ Δ أ ب حـ قائم الزاوية فى حـ



∴ $(أحـ)^2 = (١٣)^2 - (١٢)^2 = ٢٥$

∴ أحـ = ٥ سم

∴ الطرف الأيمن = جا أ جتا ب + جتا أ جا ب

$= \frac{١٢}{١٣} \times \frac{١٢}{١٣} + \frac{٥}{١٣} \times \frac{٥}{١٣}$

$= \frac{١٤٤}{١٦٩} + \frac{٢٥}{١٦٩} = ١$

= الطرف الأيسر

مذکرات

مذکــــرات


احرص على اقتناء

إجابات المعاصر
تصرف مجانًا مع الكتاب



الصف الثالث الإعدادى

الفصل الدراسى الأول

الرياضيات

6 223007 310512

GPS

مكتبة الطلبة
للطبع والنشر والتوزيع
٣ شارع كامل صدقى - الفجالة
تليفون: ٢٥٩٠٢٩٩٧ - ٢٥٩٣٧٧٩١ - ٠٢/ ٢٥٩٣٤٠١٢
www.gpseducation.com

الخط الساخن
١٥٠١٤

بسم الله الرحمن الرحيم

قام بإعداد هذه النسخة pdf
وفهرستها ورفعها :
د محمد أحمد محمد عاصم
نسألكم الدعاء